

## MỤC LỤC

|                                            |    |
|--------------------------------------------|----|
| CHƯƠNG I: DAO ĐỘNG CƠ.....                 | 2  |
| CHƯƠNG II: SÓNG CƠ.....                    | 23 |
| CHƯƠNG III: DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ ..... | 31 |
| CHƯƠNG IV: DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU .....      | 35 |
| CHƯƠNG V: SÓNG ÁNH SÁNG .....              | 48 |
| CHƯƠNG VI: LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG .....         | 55 |
| CHƯƠNG VII: HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ.....        | 61 |
| PHỤ LỤC.....                               | 65 |

## CHƯƠNG I: DAO ĐỘNG CƠ

### CHỦ ĐỀ 1: ĐẠI CƯƠNG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

#### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Chu kỳ, tần số, tần số góc:  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ ;  $T = \frac{t}{n}$  (t là thời gian để vật thực hiện n dao động)

#### 2. Dao động:

a. **Dao động cơ:** Chuyển động qua lại quanh một vị trí đặc biệt, gọi là vị trí cân bằng.

b. **Dao động tuần hoàn:** Sau những khoảng thời gian bằng nhau gọi là chu kỳ, vật trở lại vị trí cũ theo hướng cũ.

c. **Dao động điều hòa:** là dao động trong đó li độ của vật là một hàm cosin (hay sin) theo thời gian.

3. Phương trình dao động điều hòa (li độ):  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

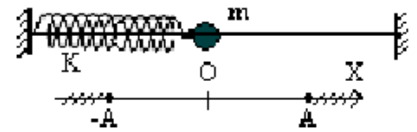
+ x: Li độ, đo bằng đơn vị độ dài cm hoặc m

+  $A = x_{\max}$ : Biên độ (luôn có giá trị dương)

+ Quỹ đạo dao động là một **đoạn thẳng** dài  $L = 2A$

+  $\omega$  (rad/s): tần số góc;  $\varphi$  (rad): pha ban đầu;  $(\omega t + \varphi)$ : pha của dao động

+  $x_{\max} = A, |x|_{\min} = 0$



4. Phương trình vận tốc:  $v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$

+  $\vec{v}$  luôn cùng chiều với chiều chuyển động (vật chuyển động theo chiều dương thì  $v > 0$ , theo chiều âm thì  $v < 0$ )

+ v luôn sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với x.

**Tốc độ:** là độ lớn của vận tốc  $|v| = |\vec{v}|$

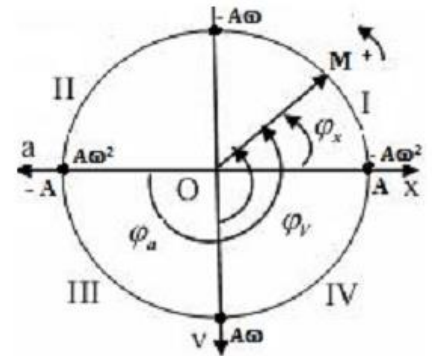
+ Tốc độ cực đại  $|v|_{\max} = A\omega$  khi vật ở vị trí cân bằng ( $x = 0$ ).

+ Tốc độ cực tiểu  $|v|_{\min} = 0$  khi vật ở vị trí biên ( $x = \pm A$ ).

5. Phương trình gia tốc:  $a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

+  $\vec{a}$  có độ lớn tỉ lệ với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.

+ a luôn sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với v; a và x luôn ngược pha.



+ Vật ở VTCB:  $x = 0$ ;  $|v|_{\max} = A\omega$ ;  $|a|_{\min} = 0$

+ Vật ở biên:  $x = \pm A$ ;  $|v|_{\min} = 0$ ;  $|a|_{\max} = A\omega^2$

6. Hợp lực tác dụng lên vật (lực hồi phục):

+  $\vec{F}$  có độ lớn tỉ lệ với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.

+ **Dao động cơ đổi chiều khi hợp lực đạt giá trị cực đại.**

+  $F_{hp\max} = kA = m\omega^2 A$ : tại vị trí biên

+  $F_{hp\min} = 0$ : tại vị trí cân bằng

7. Các hệ thức độc lập:

a)  $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = 1 \Rightarrow A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$

a) đồ thị của (v, x) là đường elip

b)  $a = -\omega^2 x$

b) đồ thị của (a, x) là đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ

c)  $\left(\frac{a}{A\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = 1 \Rightarrow A^2 = \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}$

c) đồ thị của (a, v) là đường elip

d)  $F = -k.x$

d) đồ thị của (F, x) là đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ

e)  $\left(\frac{F}{kA}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = 1 \Rightarrow A^2 = \frac{F^2}{m^2\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}$

e) đồ thị của (F, v) là đường elip

**Chú ý:**

\* Với hai thời điểm  $t_1, t_2$  vật có các cặp giá trị  $x_1, v_1$  và  $x_2, v_2$  thì ta có hệ thức tính  $A$  &  $T$  như sau:

$$\left(\frac{x_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_1}{A\omega}\right)^2 = \left(\frac{x_2}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_2}{A\omega}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 - x_2^2}{A^2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{A^2\omega^2} \rightarrow \begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{v_2^2 - v_1^2}{x_1^2 - x_2^2}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}} \\ A = \sqrt{x_1^2 + \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2} = \sqrt{\frac{x_1^2 v_2^2 - x_2^2 v_1^2}{v_2^2 - v_1^2}} \end{cases}$$

**\* Sự đổi chiều các đại lượng:**

• Các vectơ  $\vec{a}, \vec{F}$  đổi chiều khi qua VTCB.

• Vectơ  $\vec{v}$  đổi chiều khi qua vị trí biên.

**\* Khi đi từ vị trí cân bằng O ra vị trí biên:**

• Nếu  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} \Rightarrow$  chuyển động **chậm dần**.

• Vận tốc giảm, ly độ tăng  $\Rightarrow$  động năng giảm, thế năng tăng  $\Rightarrow$  độ lớn gia tốc, lực kéo về tăng.

**\* Khi đi từ vị trí biên về vị trí cân bằng O:**

• Nếu  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} \Rightarrow$  chuyển động **nhANH dần**.

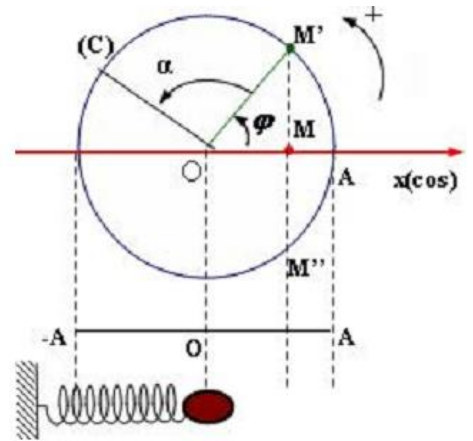
• Vận tốc tăng, ly độ giảm  $\Rightarrow$  động năng tăng, thế năng giảm  $\Rightarrow$  độ lớn gia tốc, lực kéo về giảm.

\* Ở đây không thể nói là vật dao động nhanh dần "đều" hay chậm dần "đều" vì dao động là loại chuyển động có gia tốc  $a$  biến thiên điều hòa chứ không phải gia tốc  $a$  là hằng số.

**8. Mối liên hệ giữa dao động điều hòa (DĐĐH) và chuyển động tròn đều (CĐTĐ):**

a) DĐĐH được xem là hình chiếu vị trí của một chất điểm CĐTĐ lên một trục nằm trong mặt phẳng quỹ đạo & ngược lại

với:  $A = R; \omega = \frac{v}{R}$



**b) Các bước thực hiện:**

• **Bước 1:** Vẽ đường tròn ( $O ; R = A$ ).

• **Bước 2:** Tại  $t = 0$ , xem vật đang ở đâu và bắt đầu chuyển động theo chiều âm hay dương:

+ Nếu  $\varphi > 0$ : vật chuyển động **theo chiều âm** (về biên âm)

+ Nếu  $\varphi < 0$ : vật chuyển động **theo chiều dương** (về biên dương)

dương)

• **Bước 3:** Xác định **điểm tới** để xác định **góc quét  $\Delta\varphi$** , từ đó xác định được **thời gian và quãng đường** chuyển động.

**c) Bảng tương quan giữa DĐĐH và CĐTĐ:**

| Dao động điều hòa $x = A\cos(\omega t + \varphi)$             | Chuyển động tròn đều ( $O, R = A$ )                     |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| $A$ là biên độ                                                | $R = A$ là bán kính                                     |
| $\omega$ là tần số góc                                        | $\omega$ là tốc độ góc                                  |
| $(\omega t + \varphi)$ là pha dao động                        | $(\omega t + \varphi)$ là tọa độ góc                    |
| $v_{\max} = A\omega$ là tốc độ cực đại                        | $v = R\omega$ là tốc độ dài                             |
| $a_{\max} = A\omega^2$ là gia tốc cực đại                     | $a_{ht} = R\omega^2$ là gia tốc hướng tâm               |
| $F_{ph\max} = mA\omega^2$ là hợp lực cực đại tác dụng lên vật | $F_{ht} = mR\omega^2$ là lực hướng tâm tác dụng lên vật |

**9. Các dạng dao động có phương trình đặc biệt:**

a  $x = a \pm A\cos(\omega t + \varphi)$  với  $a = \text{const} \Rightarrow$  Biên độ:  $\begin{cases} \text{Biên độ } A \\ \text{Tọa độ VTCB: } x = a \\ \text{Tọa độ vị trí biên } x = \pm A \end{cases}$

b)  $x = a \pm A \cos^2(\omega t + \varphi)$  với  $a = \text{const} \Rightarrow$  Biên độ:  $\frac{A}{2}$ ;  $\omega' = 2\omega$ ;  $\varphi' = 2\varphi$

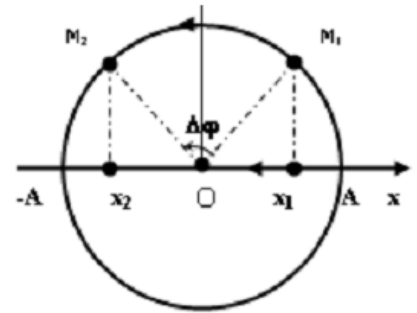
**B. PHÂN DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP**

**📖 DẠNG 1: Tính thời gian và đường đi trong dao động điều hòa**

a) Tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí  $x_1$  đến  $x_2$ :

\* Cách 1: Dùng mối liên hệ DĐĐH và CĐTĐ

$$\begin{cases} T \rightarrow 360^\circ \\ t \rightarrow \Delta\varphi \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{360^\circ} \cdot T$$



\* Cách 2: Dùng công thức tính & máy tính cầm tay

• Nếu đi từ VTCB đến li độ  $x$  hoặc ngược lại:  $\Delta t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x|}{A}$

• Nếu đi từ VT biên đến li độ  $x$  hoặc ngược lại:  $\Delta t = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{|x|}{A}$

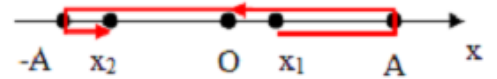
b) Tính quãng đường đi được trong thời gian  $t$ :

• Biểu diễn  $t$  dưới dạng:  $t = nT + \Delta t$ ; trong đó  $n$  là số dao động nguyên;  $\Delta t$  là khoảng thời gian còn lại ( $\Delta t < T$ ).

• Tổng quãng đường vật đi được trong thời gian  $t$ :  $S = n.4A + \Delta s$

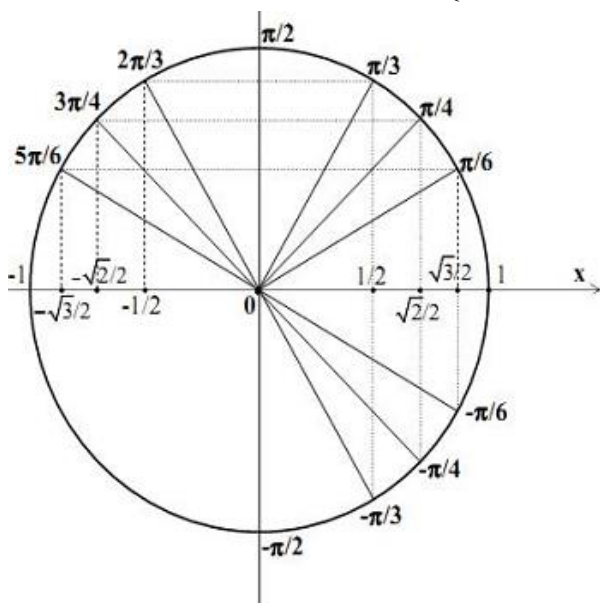
Với  $\Delta s$  là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , ta tính nó bằng việc vận dụng mối liên hệ giữa DĐĐH và CĐTĐ:

Ví dụ: Với hình vẽ bên thì  $\Delta s = 2A + (A - x_1) + (A - |x_2|)$

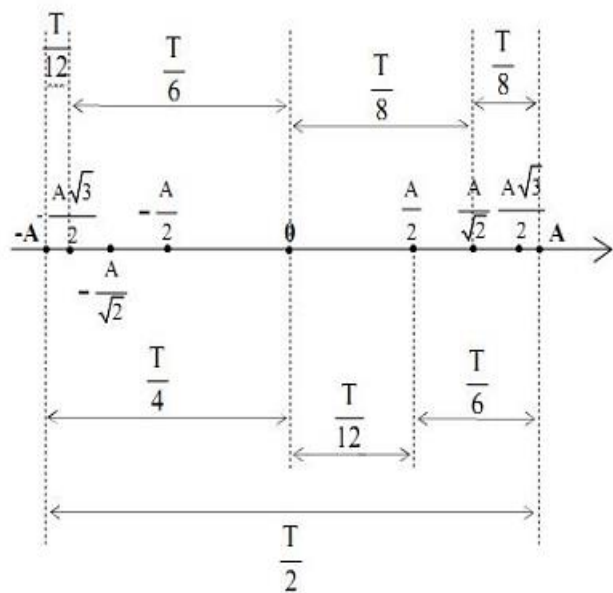


Các trường hợp đặc biệt:  $\begin{cases} \text{Neu } t = T \text{ thi } s = 4A \\ \text{Neu } t = \frac{T}{2} \text{ thi } s = 2A \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Neu } t = n.T \text{ thi } s = n.4A \\ \text{Neu } t = nT + \frac{T}{2} \text{ thi } s = n.4A + 2A \end{cases}$$



Đường tròn lượng giác



Thời gian chuyển động và quãng đường tương ứng

**📖 DẠNG 2: Tính tốc độ trung bình và vận tốc trung bình**

**1. Tốc độ trung bình:**  $v_{tb} = \frac{S}{\Delta t}$  với S là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t$ .

$\Rightarrow$  Tốc độ trung bình trong 1 hoặc n chu kỳ là: 
$$v_{tb} = \frac{4A}{T} = \frac{2v_{max}}{\pi}$$

**2. Vận tốc trung bình:**  $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$  với  $\Delta x$  là độ dời vật thực hiện được trong khoảng thời gian  $\Delta t$ .

**Độ dời trong 1 hoặc n chu kỳ bằng 0  $\Rightarrow$  Vận tốc trung bình trong 1 hoặc n chu kỳ bằng 0.**

**DẠNG 3: Xác định trạng thái dao động của vật sau (trước) thời điểm t một khoảng  $\Delta t$ .**

Với loại bài toán này, trước tiên ta kiểm tra xem  $\omega \cdot \Delta t = \Delta \phi$  nhận giá trị nào:

- Nếu  $\Delta \phi = 2k\pi$  thì  $x_2 = x_1$  và  $v_2 = v_1$  ;
- Nếu  $\Delta \phi = (2k + 1)\pi$  thì  $x_2 = -x_1$  và  $v_2 = -v_1$  ;
- Nếu  $\Delta \phi$  có giá trị khác, ta dùng mối liên hệ DĐĐH và CĐTĐ để giải tiếp:

- **Bước 1:** Vẽ đường tròn có bán kính  $R = A$  (biên độ) và trục Ox nằm ngang
- **Bước 2:** Biểu diễn trạng thái của vật tại thời điểm t trên quỹ đạo và vị trí tương ứng của M trên đường tròn.

**Lưu ý:** ứng với x đang giảm: vật chuyển động theo chiều âm; ứng với x đang tăng: vật chuyển động theo chiều dương.

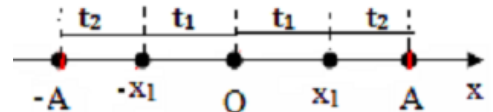
- **Bước 3:** Từ góc  $\Delta \phi = \omega \Delta t$  mà OM quét trong thời gian  $\Delta t$ , hạ hình chiếu xuống trục Ox suy ra vị trí, vận tốc, gia tốc của vật tại thời điểm t +  $\Delta t$  hoặc t -  $\Delta t$ .

**DẠNG 4: Tính thời gian trong một chu kỳ để |x|, |v|, |a| nhỏ hơn hoặc lớn hơn một giá trị nào đó (Dùng công thức tính & máy tính cầm tay).**

**a) Thời gian trong một chu kỳ vật cách VTCB một khoảng**

• nhỏ hơn  $x_1$  là 
$$\Delta t = 4t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x_1|}{A}$$

• lớn hơn  $x_1$  là 
$$\Delta t = 4t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{|x_1|}{A}$$



**b) Thời gian trong một chu kỳ tốc độ**

• nhỏ hơn  $v_1$  là 
$$\Delta t = 4t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|v_1|}{A\omega}$$

• lớn hơn  $v_1$  là 
$$\Delta t = 4t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{|v_1|}{A\omega}$$

(Hoặc sử dụng công thức độc lập từ  $v_1$  ta tính được  $x_1$  rồi tính như trường hợp a)

**c) Tính tương tự với bài toán cho độ lớn gia tốc nhỏ hơn hoặc lớn hơn  $a_1$  !!**

**DẠNG 5: Tìm số lần vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v, a,  $W_t$ ,  $W_d$ , F) từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ .**

Trong mỗi chu kỳ, vật qua mỗi vị trí biên 1 lần còn các vị trí khác 2 lần (chưa xét chiều chuyển động) nên:

- **Bước 1:** Tại thời điểm  $t_1$ , xác định điểm  $M_1$  ; tại thời điểm  $t_2$ , xác định điểm  $M_2$
- **Bước 2:** Vẽ đúng chiều chuyển động của vật từ  $M_1$  tới  $M_2$ , suy ra số lần vật đi qua  $x_0$  là  $a$ .  
+ Nếu  $\Delta t < T$  thì  $a$  là kết quả, nếu  $\Delta t > T \Rightarrow \Delta t = n.T + t_0$  thì số lần vật qua  $x_0$  là  $2n + a$ .  
+ **Đặc biệt:** nếu vị trí  $M_1$  trùng với vị trí xuất phát thì số lần vật qua  $x_0$  là  $2n + a + 1$ .

**DẠNG 6: Tính thời điểm vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v, a,  $W_t$ ,  $W_d$ , F) lần thứ n**

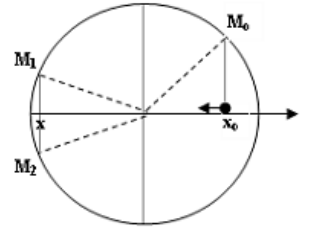
- **Bước 1:** Xác định vị trí  $M_0$  tương ứng của vật trên đường tròn ở thời điểm t = 0 & số lần vật qua vị trí x đề bài yêu cầu trong 1 chu kỳ (thường là 1, 2 hoặc 4 lần)

- **Bước 2:** Thời điểm cần tìm là:  $t = n.T + t_0$  ; Với:

+ n là số nguyên lần chu kỳ được xác định bằng phép chia hết giữa số lần "gần" số lần đề bài yêu cầu với số lần đi qua x trong 1 chu kỳ  $\Rightarrow$  lúc này vật quay về vị trí ban đầu  $M_0$ , và còn thiếu số lần 1, 2, ... mới đủ số lần đề bài cho.

+  $t_0$  là thời gian tương ứng với góc quét mà bán kính  $OM_0$  quét từ  $M_0$  đến các vị trí  $M_1, M_2, \dots$  còn lại để đủ số lần.

**Ví dụ:** nếu ta đã xác định được số lần đi qua  $x$  trong 1 chu kỳ là 2 lần và đã tìm được số nguyên  $n$  lần chu kỳ để vật quay về vị trí ban đầu  $M_0$ , nếu còn thiếu 1 lần thì  $t_0 = \frac{\text{góc } M_0OM_1}{360^\circ} \cdot T$ , thiếu 2 lần thì  $t_0 = \frac{\text{góc } M_0OM_2}{360^\circ} \cdot T$



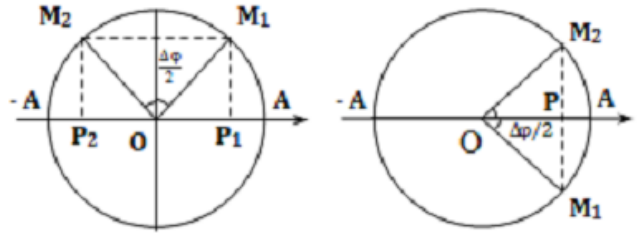
**DẠNG 7: Tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất**

Trước tiên ta so sánh khoảng thời gian  $\Delta t$  đề bài cho với nửa chu kỳ  $T/2$

Trong trường hợp  $\Delta t < T/2$ :

\* **Cách 1: Dùng mối liên hệ DĐĐH và CĐTĐ**

Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên (VTB) nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB và càng nhỏ khi càng gần VTB. Do có tính đối xứng nên quãng đường lớn nhất gồm 2 phần bằng nhau đối xứng qua VTCB, còn quãng đường nhỏ nhất cũng gồm 2 phần bằng nhau đối xứng qua VTB. Vì vậy cách làm là: *Vẽ đường tròn, chia góc quay  $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$  thành 2 góc bằng nhau, đối xứng qua trục sin thẳng đứng ( $S_{max}$  là đoạn  $P_1P_2$ ) và đối xứng qua trục cos nằm ngang ( $S_{min}$  là 2 lần đoạn  $PA$ ).*



*Vẽ đường tròn, chia góc quay  $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$  thành 2 góc bằng nhau, đối xứng qua trục sin thẳng đứng ( $S_{max}$  là đoạn  $P_1P_2$ ) và đối xứng qua trục cos nằm ngang ( $S_{min}$  là 2 lần đoạn  $PA$ ).*

\* **Cách 2: Dùng công thức tính & máy tính cầm tay**

Trước tiên xác định góc quét  $\Delta\varphi = \omega \Delta t$ , rồi thay vào công thức:

• Quãng đường lớn nhất:  $S_{max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$

• Quãng đường nhỏ nhất:  $S_{min} = 2A(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2})$

Trong trường hợp  $\Delta t > T/2$ : tách  $\Delta t = n \cdot \frac{T}{2} + \Delta t'$ , trong đó  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  $\Delta t' < \frac{T}{2}$

- Trong thời gian  $n \cdot \frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $2nA$ .

- Trong thời gian  $\Delta t'$  thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như một trong 2 cách trên.

**Chú ý:**

+ Nhớ một số trường hợp  $\Delta t < T/2$  để giải nhanh bài toán:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta t = \frac{T}{3} \rightarrow \begin{cases} S_{max} = A\sqrt{3} \text{ neu vat di tu } x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow x = \mp \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ S_{min} = A \text{ neu vat di tu } x = \pm \frac{A}{2} \leftrightarrow x = \pm A \leftrightarrow x = \pm \frac{A}{2} \end{cases} \\ \Delta t = \frac{T}{4} \rightarrow \begin{cases} S_{max} = A\sqrt{2} \text{ neu vat di tu } x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \leftrightarrow x = \mp \frac{A\sqrt{2}}{2} \\ S_{min} = A(2 - \sqrt{2}) \text{ neu vat di tu } x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \leftrightarrow x = \pm A \leftrightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \end{cases} \\ \Delta t = \frac{T}{6} \rightarrow \begin{cases} S_{max} = A \text{ neu vat di tu } x = \pm \frac{A}{2} \leftrightarrow x = \mp \frac{A}{2} \\ S_{min} = A(2 - \sqrt{3}) \text{ neu vat di tu } x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow x = \pm A \leftrightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases} \end{array} \right.$$

+ **Tính tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất:**  $v_{tbmax} = \frac{S_{max}}{\Delta t}$  và  $v_{tbmin} = \frac{S_{min}}{\Delta t}$ ; với  $S_{max}$  và  $S_{min}$

tính như trên.

↪ **Bài toán ngược:** Xét trong cùng quãng đường S, tìm **thời gian dài nhất và ngắn nhất:**

- Nếu  $S < 2A$ :  $S = 2A \sin \frac{\omega \cdot t_{\min}}{2}$  ( $t_{\min}$  ứng với  $S_{\max}$ );  $S = 2A (1 - \cos \frac{\omega \cdot t_{\max}}{2})$  ( $t_{\max}$  ứng với  $S_{\min}$ )

- Nếu  $S > 2A$ : tách  $S = n \cdot 2A + S'$ , thời gian tương ứng:  $t = n \frac{T}{2} + t'$ ; tìm  $t'_{\max}, t'_{\min}$  như trên.

**Ví dụ:** Nhìn vào bảng tóm tắt trên ta thấy, trong cùng quãng đường  $S = A$ , thì thời gian dài nhất là  $t_{\max} = T/3$  và ngắn nhất là  $t_{\min} = T/6$ , đây là 2 trường hợp xuất hiện nhiều trong các đề thi!!

↪ **Từ công thức tính  $S_{\max}$  và  $S_{\min}$  ta có cách tính nhanh quãng đường đi được trong thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$ :**

Ta có:

- Độ lệch cực đại:  $\Delta S = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} \approx 0,4A$

- Quãng đường vật đi sau một chu kì luôn là  $4A$  nên quãng đường đi được “trung bình” là:

$$\bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{T} \cdot 4A$$

- Vậy quãng đường đi được:  $S = \bar{S} \pm \Delta S$  hay  $\bar{S} - \Delta S \leq S \leq \bar{S} + \Delta S$  hay  $\bar{S} - 0,4A \leq S \leq \bar{S} + 0,4A$

📖 **DẠNG 8: Bài toán hai vật cùng dao động điều hòa**

↪ **Bài toán 1: Bài toán hai vật gặp nhau.**

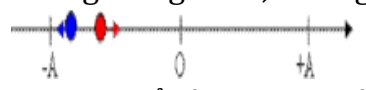
\* **Cách giải tổng quát:**

- Trước tiên, xác định pha ban đầu của hai vật từ điều kiện ban đầu.
- Khi hai vật gặp nhau thì:  $x_1 = x_2$ ; giải & biện luận tìm  $t \Rightarrow$  thời điểm & vị trí hai vật gặp nhau.

\* **Cách 2: Dùng mối liên hệ DĐĐH và CĐĐ** (có 2 trường hợp)

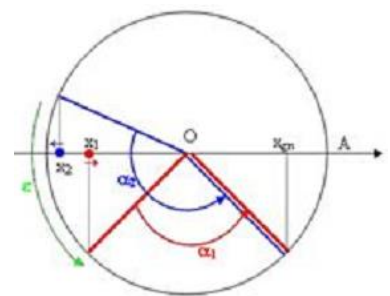
- **Trường hợp 1: Sự gặp nhau của hai vật dao động cùng biên độ, khác tần số.**

**Tình huống:** Hai vật dao động điều hoà với cùng biên độ A, có vị trí cân bằng trùng nhau, nhưng với tần số  $f_1 \neq f_2$  (giả sử  $f_2 > f_1$ ). Tại  $t = 0$ , chất điểm thứ nhất có li độ  $x_1$  và chuyển động theo chiều dương, chất điểm thứ hai có li độ  $x_2$  chuyển động ngược chiều dương. *Hỏi sau bao lâu thì chúng gặp nhau lần đầu tiên? Có thể xảy ra hai khả năng sau:*



+ **Khi gặp nhau hai chất điểm chuyển động cùng chiều nhau.**

Tại  $t = 0$ , trạng thái chuyển động của các chất điểm sẽ tương ứng với các bán kính của đường tròn như hình vẽ. Góc tạo bởi hai bán kính khi đó là  $\epsilon$ .



Do  $\omega_2 > \omega_1 \Rightarrow \alpha_2 > \alpha_1$ . Trên hình vẽ, ta có:  $\epsilon = \alpha_2 - \alpha_1$

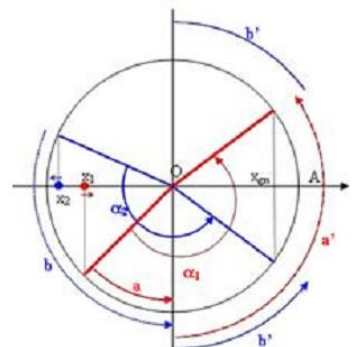
+ **Khi gặp nhau, chất điểm chuyển động ngược chiều nhau:**

Trên hình vẽ:  $\alpha_1 = a + a'$ ;  $\alpha_2 = b + b'$

Với lưu ý:  $a' + b' = 180^\circ$ . Ta có:  $\alpha_1 + \alpha_2 = a + b + 180^\circ$

Trong đó:  $a, b$  là các góc quét của các bán kính từ  $t = 0$  cho đến thời điểm đầu tiên các vật tương ứng của chúng đi qua vị trí cân bằng.

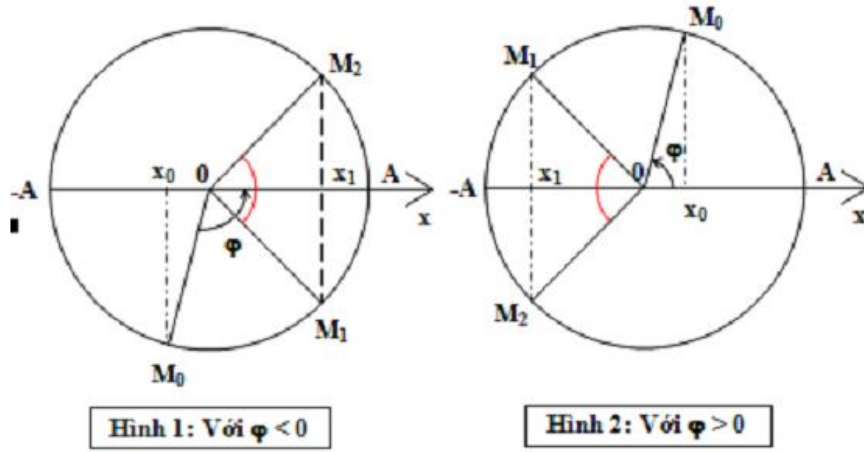
↪ **Đặc biệt:** nếu lúc đầu hai vật cùng xuất phát từ vị trí  $x_0$  theo cùng chiều chuyển động. Do  $\omega_2 > \omega_1$  nên vật 2 đi nhanh hơn vật 1, chúng gặp nhau tại  $x_1$ , suy ra thời điểm hai vật gặp nhau:



+ Với  $\varphi < 0$  (**Hình 1**):

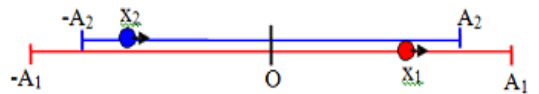
$$\exists M_1OA = \exists M_2OA \Rightarrow |\varphi| - \omega_1 t = \omega_2 t - |\varphi| \Rightarrow t = \frac{2|\varphi|}{\omega_1 + \omega_2}$$

+ Với  $\varphi > 0$  (**Hình 2**)  $\Rightarrow (\pi - \varphi) - \omega_1 t = \omega_2 t - (\pi - \varphi) \Rightarrow t = \frac{2(\pi - \varphi)}{\omega_1 + \omega_2}$



**- Trường hợp 2: Sự gặp nhau của hai vật dao động cùng tần số, khác biên độ.**

**Tình huống:** Có hai vật dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song, sát nhau, với cùng một chu kỳ. Vị trí cân bằng của chúng sát nhau. Biên độ dao động tương ứng của chúng là  $A_1$  và  $A_2$  (giả sử  $A_1 > A_2$ ). Tại thời điểm  $t = 0$ , chất điểm thứ nhất có li độ  $x_1$  chuyển động theo chiều dương, chất điểm thứ hai có li độ  $x_2$  chuyển động theo chiều dương.



1. Hỏi sau bao lâu thì hai chất điểm gặp nhau? Chúng gặp nhau tại li độ nào?
2. Với điều kiện nào thì khi gặp nhau, hai vật chuyển động cùng chiều? ngược chiều? Tại biên?

Có thể xảy ra các khả năng sau (với  $\Delta\varphi = \overset{\ominus}{\angle} MON$ ,  $C$  là độ dài của cạnh  $MN$ ):

| Trường hợp        | Gặp nhau khi đang chuyển động ngược chiều                                  | Gặp nhau khi đang chuyển động cùng chiều                           | Gặp nhau ở biên                       |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| Điều kiện xảy ra  | $\cos\Delta\varphi < \frac{A_2}{A_1}$                                      | $\cos\Delta\varphi > \frac{A_2}{A_1}$                              | $\cos\Delta\varphi = \frac{A_2}{A_1}$ |
| Hình vẽ           |                                                                            |                                                                    |                                       |
| Công thức cần nhớ | $\begin{cases} h_1^2 + x^2 = A_1^2 \\ C - h_1^2 + x^2 = A_2^2 \end{cases}$ | $\begin{cases} x^2 + h^2 = A_2^2 \\ x^2 + h^2 = A_1^2 \end{cases}$ |                                       |

➤ **Bài toán 2: Hai vật dao động cùng tần số, vuông pha nhau** (độ lệch pha  $\Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ )

- Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc giữa chúng có dạng elip nên ta có:  $\left(\frac{x_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_1}{A\omega}\right)^2 = 1$

- Kết hợp với:  $|v_1 = \omega\sqrt{A_1^2 - x_1^2}|$ , suy ra:  $v_1 = \pm \frac{A_1}{A_2}\omega x_2; v_2 = \pm \frac{A_2}{A_1}\omega x_1$

\* **Đặc biệt:** Khi  $A = A_1 = A_2$  (hai vật có cùng biên độ hoặc một vật ở hai thời điểm khác nhau), ta có:



$$x_1^2 + x_2^2 = A^2; v_1 = \pm \omega x_2; v_2 = \pm \omega x_1 \quad (\text{lấy dấu + khi k lẻ và dấu - khi k chẵn})$$

↪ **Bài toán 3: Hiện tượng trùng phùng**

Hai vật có chu kì khác nhau T và T'. Khi hai vật cùng qua vị trí cân bằng và chuyển động cùng chiều thì ta nói xảy ra **hiện tượng trùng phùng**. Gọi Δt là thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp nhau.

- Nếu hai chu kì xấp xỉ nhau thì 
$$\Delta t = \frac{T \cdot T'}{|T - T'|}$$

- Nếu hai chu kì khác nhau nhiều thì 
$$\Delta t = b \cdot T = a \cdot T'$$
 trong đó:  $\frac{T}{T'} = \text{phân số tối giản} = \frac{a}{b}$

**Chú ý:** Cần phân biệt được sự khác nhau giữa bài toán hai vật gặp nhau và bài toán trùng phùng!

📖 **DẠNG 9: Tổng hợp dao động**

**1. Công thức tính biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp:**

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1); \quad \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

**2. Ảnh hưởng của độ lệch pha:**  $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  (với  $\varphi_2 > \varphi_1$ )

- Hai dao động cùng pha:  $\Delta \varphi = k \cdot 2\pi$ :  $A = A_1 + A_2$
- Hai dao động ngược pha:  $\Delta \varphi = (2k+1)\pi$ :  $A = |A_1 - A_2|$
- Hai dao động vuông pha:  $\Delta \varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ :  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$
- Khi  $A_1 = A_2 \Rightarrow A = 2A_1 \cos \frac{\Delta \varphi}{2}$ ,

+ Khi  $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ \Rightarrow A = A_1 = A_2$

+ Khi  $\Delta \varphi = \frac{\pi}{3} = 60^\circ \Rightarrow A = A_1\sqrt{3} = A_2\sqrt{3}$

- Hai dao động có độ lệch pha  $\Delta \varphi = \text{const}$ :  $|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$

\* **Chú ý:** Hãy nhớ bộ 3 số trong tam giác vuông: **3, 4, 5 (6, 8, 10)**

**3. Dùng máy tính tìm phương trình (dùng cho FX 570ES trở lên)**

**Chú ý:** Trước tiên đưa về dạng hàm **cos** trước khi tổng hợp.

- Bấm chọn **MODE** **2** màn hình hiển thị chữ: **CMPLX**.
- Chọn đơn vị đo góc là độ bấm: **SHIFT** **MODE** **3** màn hình hiển thị chữ **D**  
(hoặc chọn đơn vị góc là rad bấm: **SHIFT** **MODE** **4** màn hình hiển thị chữ **R**)
- Nhập: **A<sub>1</sub>** **SHIFT** **(-)** **φ<sub>1</sub>** **+** **A<sub>2</sub>** **SHIFT** **(-)** **φ<sub>2</sub>** màn hình hiển thị:  $A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2$ ; sau đó nhấn **=**
- Kết quả hiển thị số phức dạng: **a+bi**; bấm **SHIFT** **2** **3** **=** hiển thị kết quả:  $A \angle \varphi$

**4. Khoảng cách giữa hai dao động:  $d = |x_1 - x_2| = |A' \cos(\omega t + \varphi')|$ . Tìm  $d_{\max}$ :**

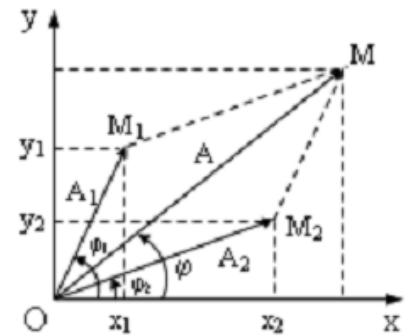
\* **Cách 1:** Dùng công thức:  $d_{\max}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

\* **Cách 2:** Nhập máy:  $A_1 \angle \varphi_1 - A_2 \angle \varphi_2$  **SHIFT** **2** **3** **=** hiển thị  $A' \angle \varphi'$ . Ta có:  $d_{\max} = A'$

**5. Ba con lắc lò xo 1, 2, 3 đặt thẳng đứng cách đều nhau, biết phương trình dao động của con lắc 1 và 2, tìm phương trình dao động của con lắc thứ 3 để trong quá trình dao động cả ba vật luôn**

**thẳng hàng.** Điều kiện: 
$$x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \Rightarrow x_3 = 2x_2 - x_1$$

Nhập máy:  $2(A_2 \angle \varphi_2) - A_1 \angle \varphi_1$  **SHIFT** **2** **3** **=** hiển thị  $A_3 \angle \varphi_3$



6. Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa có phương trình là  $x_1, x_2, x_3$ . Biết phương trình của  $x_{12}, x_{23}, x_{31}$ . Tìm phương trình của  $x_1, x_2, x_3$  và  $x$

$$* x_1 = \frac{x_1 + x_1}{2} = \frac{x_1 + x_2 + x_1 + x_3 - (x_2 + x_3)}{2} = \frac{x_{12} + x_{13} - x_{23}}{2}$$

$$* \text{Tương tự: } x_2 = \frac{x_{12} + x_{23} - x_{13}}{2} \quad \& \quad x_3 = \frac{x_{13} + x_{23} - x_{12}}{2} \quad \& \quad x = \frac{x_{12} + x_{23} + x_{13}}{2}$$

7. Điều kiện của  $A_1$  để  $A_{2\max}$ :  $A_{2\max} = \frac{A}{|\sin(\varphi_2 - \varphi_1)|}; A_1 = \frac{A}{|\tan(\varphi_2 - \varphi_1)|}$

8. Nếu cho  $A_2$ , thay đổi  $A_1$  để  $A_{\min}$ :  $A_{\min} = A_2 |\sin(\varphi_2 - \varphi_1)| = A_1 |\tan(\varphi_2 - \varphi_1)|$

Các dạng toán khác ta vẽ giản đồ vectơ kết hợp định lý hàm số sin hoặc hàm số cosin (xem phần phụ lục).

## CHỦ ĐỀ 2: CON LẮC Lò XO

### 📖 DẠNG 1: Đại cương về con lắc lò xo

1. Phương trình dao động:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

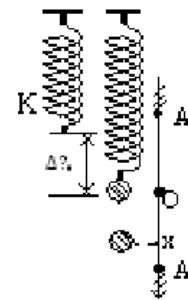
2. Chu kì, tần số, tần số góc và độ biến dạng:

+ Tần số góc, chu kỳ, tần số:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

+  $k = m\omega^2$

Chú ý:  $1\text{N/cm} = 100\text{N/m}$

+ Nếu lò xo treo thẳng đứng:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$  với  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$



Nhận xét: Chu kì của con lắc lò xo

+ tỉ lệ với **căn bậc 2 của m**; tỉ lệ nghịch với **căn bậc 2 của k**

+ chỉ phụ thuộc vào **m và k**; **không** phụ thuộc vào **A** (sự kích thích ban đầu)

3. Trong cùng khoảng thời gian, hai con lắc thực hiện  $N_1$  và  $N_2$  dao động:

$$\frac{m_2}{m_1} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

4. Chu kì và sự thay đổi khối lượng: Gắn lò xo  $k$  vào vật  $m_1$  được chu kỳ  $T_1$ , vào vật  $m_2$  được  $T_2$ , vào vật khối lượng  $m_3 = m_1 + m_2$  được chu kỳ  $T_3$ , vào vật khối lượng  $m_4 = m_1 - m_2$  ( $m_1 > m_2$ ) được

chu kỳ  $T_4$ . Ta có:  $T_3^2 = T_1^2 + T_2^2$  và  $T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$  (chỉ cần nhớ **m tỉ lệ với bình phương của T** là ta có ngay công thức này)

5. Chu kì và sự thay đổi độ cứng: Một lò xo có độ cứng  $k$ , chiều dài  $l$  được cắt thành các lò xo có độ cứng  $k_1, k_2$ , và chiều dài tương ứng là  $l_1, l_2 \dots$  thì có:  $kl = k_1 l_1 = k_2 l_2$  (chỉ cần nhớ **k tỉ lệ nghịch với l** của lò xo)

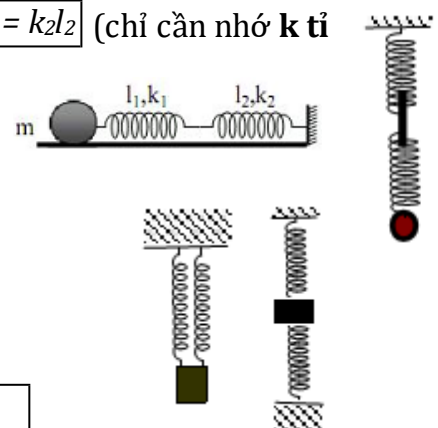
☞ Ghép lò xo:

\* Nối tiếp:  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$

⇒ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì:  $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

\* Song song:  $k = k_1 + k_2 + \dots$

⇒ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì:  $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots$



(chỉ cần nhớ **k tỉ lệ nghịch với bình phương của T** là ta có ngay công thức này)

**DẠNG 2: Lực hồi phục, lực đàn hồi & chiều dài lò xo khi vật dao động.**

**1. Lực hồi phục:** là nguyên nhân làm cho vật dao động, luôn hướng về vị trí cân bằng và biến thiên điều hòa cùng tần số với li độ. Lực hồi phục của CLLX không phụ thuộc khối lượng vật nặng.

$$F_{hp} = -kx = -m\omega^2x \quad (F_{hpmin} = 0; F_{hpmax} = kA)$$

**2. Chiều dài lò xo:** Với  $l_0$  là chiều dài tự nhiên của lò xo

\* Khi lò xo nằm ngang:  $\Delta l_0 = 0$

Chiều dài cực đại của lò xo:  $l_{max} = l_0 + A$ .

Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{min} = l_0 - A$ .

\* Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng hoặc nằm nghiêng 1 góc  $\alpha$

Chiều dài khi vật ở vị trí cân bằng:  $l_{cb} = l_0 + \Delta l_0$

Chiều dài ở ly độ  $x$ :  $l = l_{cb} \pm x$ .

**Dấu “+” nếu chiều dương cùng chiều dãn của lò xo**

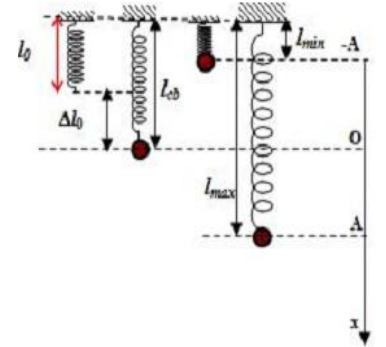
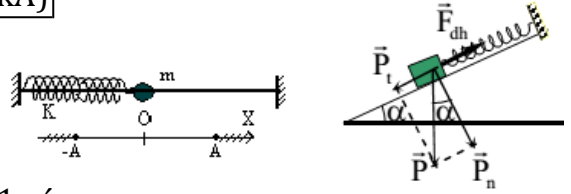
Chiều dài cực đại của lò xo:  $l_{max} = l_{cb} + A$ .

Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{min} = l_{cb} - A$ .

Với  $\Delta l_0$  được tính như sau:

+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng:  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$

+ Khi con lắc nằm trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$ :  $\Delta l_0 = \frac{mgsin\alpha}{k}$



**3. Lực đàn hồi:** xuất hiện khi lò xo bị biến dạng và đưa vật về vị trí lò xo không bị biến dạng.

**a. Lò xo nằm ngang:** VTCB trùng với vị trí lò xo không bị biến dạng.

+  $F_{dh} = kx = k|\Delta l|$  ( $x = \Delta l$ : độ biến dạng; đơn vị mét)

+  $F_{dhmin} = 0; F_{dhmax} = kA$

**b. Lò xo treo thẳng đứng:**

- Ở ly độ  $x$  bất kì:  $F = k(\Delta l_0 \pm x)$ . **Dấu “+” nếu chiều dương cùng chiều dãn của lò xo.**

Ví dụ: theo hình bên thì  $F = k(\Delta l_0 - x)$

- Ở vị trí cân bằng ( $x = 0$ ):  $F = k\Delta l_0$

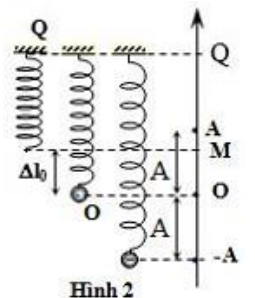
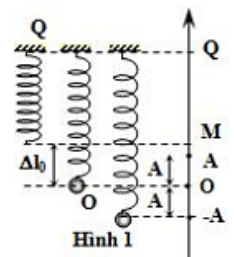
- Lực đàn hồi cực đại (lực kéo):  $F_{Kmax} = k(\Delta l_0 + A)$  (ở vị trí thấp nhất)

- Lực đẩy (lực nén) đàn hồi cực đại:  $F_{Nmax} = k(A - \Delta l_0)$  (ở vị trí cao nhất).

- Lực đàn hồi cực tiểu:

\* Nếu  $A < \Delta l_0 \Rightarrow F_{Min} = k(\Delta l_0 - A) = FK_{min}$  (ở vị trí cao nhất).

\* Nếu  $A \geq \Delta l_0 \Rightarrow F_{Min} = 0$  (ở vị trí lò xo không biến dạng:  $x = \Delta l_0$ )



**Chú ý:**

- Lực tác dụng vào điểm treo Q tại một thời điểm có độ lớn đúng bằng lực đàn hồi nhưng ngược chiều.

- Lực kéo về là hợp lực của lực đàn hồi và trọng lực:

+ Khi con lắc lò xo nằm ngang: Lực hồi phục có độ lớn bằng lực đàn hồi (vì tại VTCB lò xo không biến dạng)

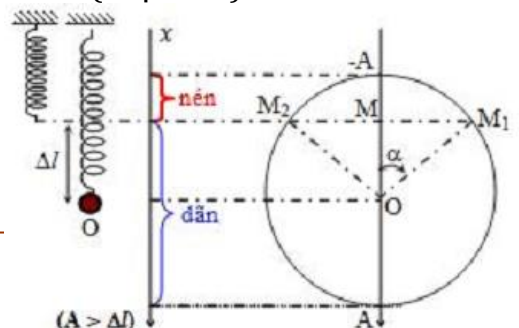
+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng: Lực kéo về là hợp lực của lực đàn hồi và trọng lực.

**4. Tính thời gian lò xo dãn - nén trong một chu kỳ:**

**a. Khi  $A > \Delta l$**  (Với Ox hướng xuống): Trong một chu kỳ lò xo dãn (hoặc nén) 2 lần.

- Thời gian lò xo nén tương ứng đi từ  $M_1$  đến  $M_2$ :

$$t_n = \frac{2\alpha}{\omega} \quad \text{với} \quad \cos \alpha = \frac{OM}{OM_1} = \frac{\Delta l_0}{A}$$



Hoặc dùng công thức: 
$$t_n = \frac{2}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A}$$

- Thời gian lò xo dẫn tương ứng đi từ  $M_2$  đến  $M_1$ :

$$t_d = T - t_n = \frac{2(\pi - \alpha)}{\omega}$$

**b. Khi  $\Delta l \geq A$**  (Với  $Ox$  hướng xuống): Trong một chu kỳ  $t_d = T$ ;  $t_n = 0$ .

**DẠNG 3: Năng lượng dao động điều hoà của CLLX**

**Lưu ý:** Khi tính năng lượng phải đổi khối lượng về kg, vận tốc về m/s, ly độ về mét.

**a. Thế năng:** 
$$W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

**b. Động năng:** 
$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi)$$

**c. Cơ năng:** 
$$W = W_t + W_d = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \text{const}$$

**Nhận xét:**

+ Cơ năng được bảo toàn và tỉ lệ với bình phương biên độ.

+ Khi tính động năng tại vị trí có li độ  $x$  thì: 
$$W = W_d - W_t = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

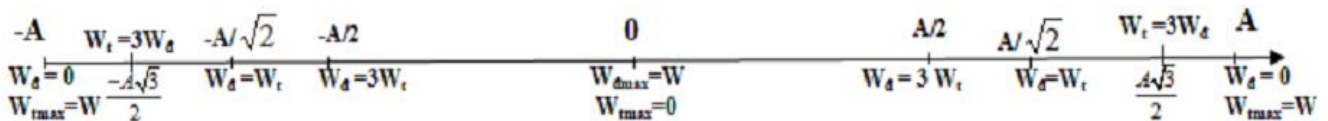
+ Dao động điều hoà có tần số góc là  $\omega$ , tần số  $f$ , chu kỳ  $T$  thì  $W_d$  và  $W_t$  biến thiên với tần số góc  $2\omega$ , tần số  $2f$ , chu kỳ  $T/2$ .

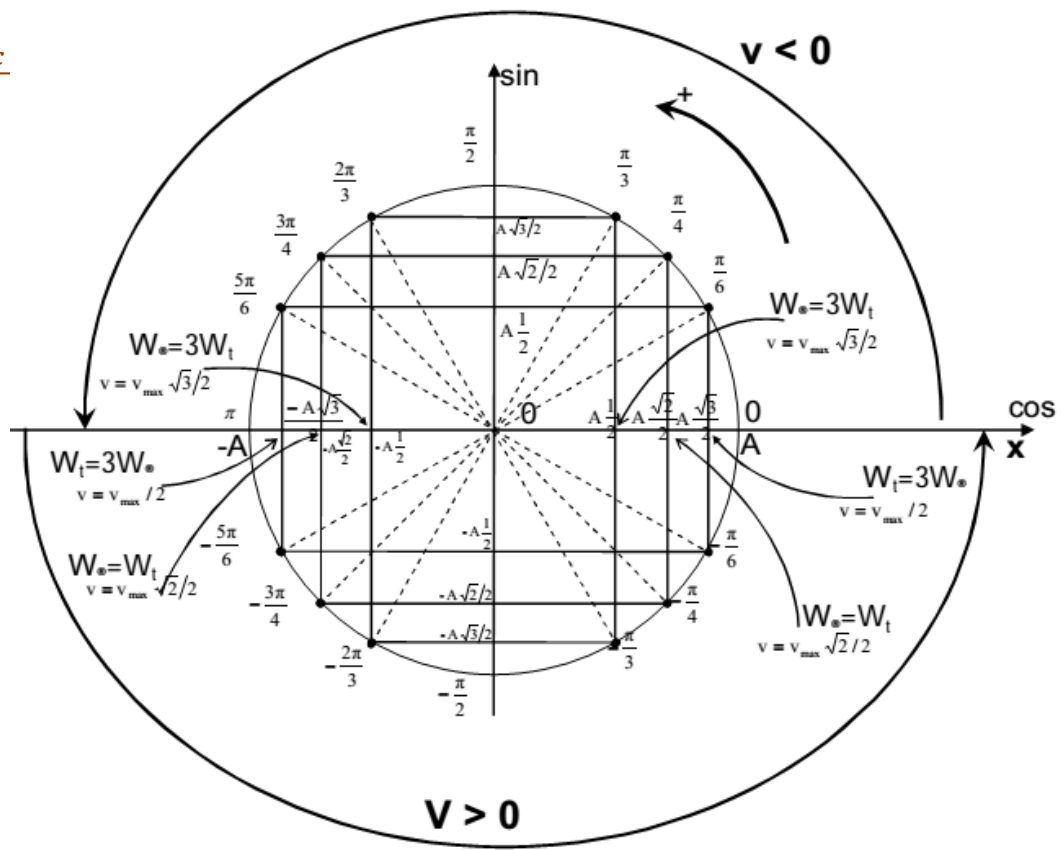
+ Trong một chu kỳ có 4 lần  $W_d = W_t$ , khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp để  $W_d = W_t$  là  $T/4$ .

+ Thời gian từ lúc  $W_d = W_{d \max}$  ( $W_t = W_{t \max}$ ) đến lúc  $W_d = W_{d \max} / 2$  ( $W_t = W_{t \max} / 2$ ) là  $T/8$ .

+ Khi  $W_d = nW_t \Rightarrow W = (n+1)W_t \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$ ;  $a = \mp \frac{a_{\max}}{\sqrt{n+1}}$ ;  $v = \pm \frac{v_{\max}}{\sqrt{\frac{1}{n} + 1}}$

+ Khi  $x = \pm \frac{A}{n} \Rightarrow \frac{W_d}{W_t} = \left(\frac{A}{x}\right)^2 - 1 = n^2 - 1$





**DẠNG 4: Viết phương trình dao động điều hoà  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  (cm).**

\* **Cách 1:** Ta cần tìm A,  $\omega$  và  $\varphi$  rồi thay vào phương trình.

**1. Cách xác định  $\omega$ :** Xem lại tất cả công thức đã học ở phần lý thuyết.

Ví dụ:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}} = \frac{v_{\max}}{A}$  hoặc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$  (CLLX);  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$  (CLĐ)

**2. Cách xác định A:**

Ngoài các công thức đã biết như:  $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \frac{F_{\max}}{k} = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \sqrt{\frac{2W}{k}}$ , khi lò

xo treo thẳng đứng ta cần chú ý thêm các trường hợp sau:

**a) Kéo vật xuống khỏi VTCB một đoạn d rồi**

\* thả ra hoặc buông nhẹ ( $v = 0$ ) thì:  $A = d$

\* truyền cho vật một vận tốc v thì:  $x = d \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

**b) Đưa vật đến vị trí lò xo không biến dạng rồi**

\* thả ra hoặc buông nhẹ thì:  $A = \Delta l$

\* truyền cho vật một vận tốc v thì:  $x = \Delta l \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

**c) Kéo vật xuống đến vị trí lò xo giãn một đoạn d rồi**

\* thả ra hoặc buông nhẹ thì:  $A = d - \Delta l$

\* truyền cho vật một vận tốc v thì:  $x = d - \Delta l \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

**d) Đẩy vật lên một đoạn d**

@. Nếu  $d < \Delta l_0$

\* thả ra hoặc buông nhẹ thì  $A = \Delta l_0 - d$

\* truyền cho vật một vận tốc v thì  $x = \Delta l_0 - d \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

@. Nếu  $d \geq \Delta l_0$

\* thả ra hoặc buông nhẹ thì  $A = \Delta l_0 + d$

\* truyền cho vật một vận tốc  $v$  thì  $x = \Delta l_0 + d \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

**3. Cách xác định  $\varphi$ :** Dựa vào điều kiện đầu: lúc  $t = t_0$

\* Nếu  $t = 0$ :

-  $x = x_0$ , xét chiều chuyển động của vật  $\Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x_0}{A} \Rightarrow \varphi = \pm \alpha \\ v > 0 \rightarrow \varphi = -\alpha; v < 0 \rightarrow \varphi = \alpha \end{cases}$

-  $x = x_0, v = v_0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{-v_0}{x_0 \omega} \Rightarrow \varphi = ?$

\* Nếu  $t = t_0$ : thay  $t_0$  vào hệ  $\begin{cases} x_0 = A \cos(\omega t_0 + \varphi) \\ v_0 = -A\omega \sin(\omega t_0 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi$  hoặc  $\begin{cases} a_1 = -A\omega^2 \cos(\omega t_0 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega \sin(\omega t_0 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi$

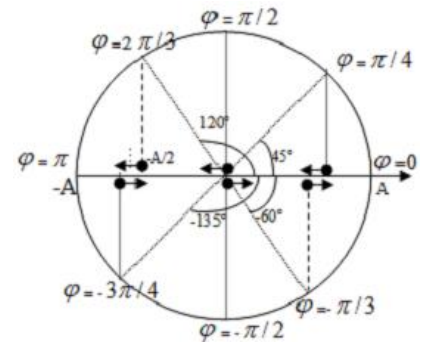
**Lưu ý:**

- Vật đi theo chiều dương thì  $v > 0 \rightarrow \varphi < 0$ ; đi theo chiều âm thì  $v < 0 \rightarrow \varphi > 0$ .

- Có thể xác định  $\varphi$  dựa vào đường tròn khi biết li độ và chiều chuyển động của vật ở  $t = t_0$ :

**Ví dụ:** Tại  $t = 0$

- + Vật ở biên dương:  $\varphi = 0$
- + Vật qua VTCB theo chiều dương:  $\varphi = -\pi/2$
- + Vật qua VTCB theo chiều âm:  $\varphi = \pi/2$
- + Vật qua  $A/2$  theo chiều dương:  $\varphi = -\pi/3$
- + Vật qua vị trí  $-A/2$  theo chiều âm:  $\varphi = 2\pi/3$
- + Vật qua vị trí  $-A\sqrt{2}/2$  theo chiều dương:  $\varphi = -3\pi/4$



**\* Cách khác: Dùng máy tính FX570 ES**

Xác định dữ kiện: tìm  $\omega$ , và tại thời điểm ban đầu ( $t = 0$ ) tìm  $x_0$  và  $\frac{v_0}{\omega}$ ;

Với  $\left(\frac{v_0}{\omega} = \pm \sqrt{A^2 - x^2}\right)$ . **Chú ý:** lấy dấu "+" nếu vật chuyển động theo chiều dương.

+ [Mode] [2]

+ Nhập:  $x_0 - \frac{v_0}{\omega} \cdot i$  (**chú ý:** chữ **i** trong máy tính - bấm [ENG])

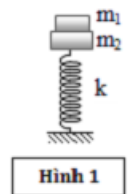
+ Ấn: [SHIFT] [2] [3] [=] Máy tính hiện:  $A < \varphi$

**\*\* MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP NÂNG CAO**

**📖 DẠNG 5: Điều kiện của biên độ dao động**

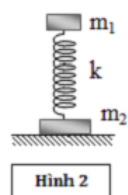
**1.** Vật  $m_1$  được đặt trên vật  $m_2$  dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. (**Hình 1**)

Để  $m_1$  luôn nằm yên trên  $m_2$  trong quá trình dao động thì:  $A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



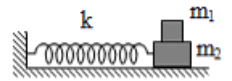
**2.** Vật  $m_1$  và  $m_2$  được gắn vào hai đầu lò xo đặt thẳng đứng,  $m_1$  dao động điều hoà. (**Hình 2**). Để  $m_2$  luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình  $m_1$  dao động

thì:  $A \leq \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



**3.** Vật  $m_1$  đặt trên vật  $m_2$  dao động điều hoà theo phương ngang. Hệ số ma sát giữa  $m_1$  và  $m_2$  là  $\mu$ , bỏ qua ma sát giữa  $m_2$  và mặt sàn. (**Hình 3**). Để  $m_1$  không trượt trên  $m_2$  trong quá

trình dao động thì:  $A \leq \mu \frac{g}{\omega^2} = \mu \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



Hình 3

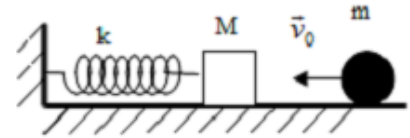
**DẠNG 6: Kích thích dao động bằng va chạm**

Vật m chuyển động với vận tốc  $v_0$  đến va chạm vào vật M đang đứng yên:

1. **Va chạm đàn hồi:** Áp dụng ĐLBT động lượng và năng lượng (dưới dạng động năng vì mặt phẳng ngang  $W_t = 0$ )

Từ  $m.v_0 = m.v + M.V$  và  $m.v_0^2 = m.v^2 + M.V^2$

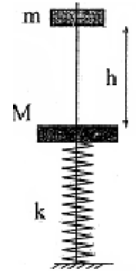
$\Rightarrow V = \frac{2m}{m+M}v_0; v = \frac{m-M}{m+M}v_0$



2. **Va chạm mềm** (sau va chạm hai vật dính vào nhau chuyển động cùng vận tốc):

Từ  $m.v_0 = (m + M).v' \Rightarrow v' = \frac{m}{m+M}v_0$

**Trường hợp:** nếu vật m rơi tự do từ độ cao h so với vật M đến chạm vào M rồi cùng dao động điều hoà thì áp dụng thêm:  $v = \sqrt{2gh}$  với v là vận tốc của m ngay trước va chạm



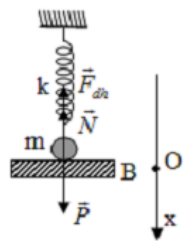
**Chú ý:**  $v^2 - v_0^2 = 2a.s; v = v_0 + at; s = v_0t + \frac{1}{2}at^2; W_{d2} - W_{d1} = A = F.s$

**DẠNG 7: Dao động của vật sau khi rời khỏi giá đỡ chuyển động.**

1. Nếu giá đỡ bắt đầu chuyển động từ vị trí lò xo không bị biến dạng thì quãng đường từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc giá đỡ rời khỏi vật:  $S = \Delta l$

2. Nếu giá đỡ bắt đầu chuyển động từ vị trí lò xo đã dãn một đoạn b thì:  $S = \Delta l - b$

Với  $\Delta l = \frac{m(g-a)}{k}$ : độ biến dạng khi giá đỡ rời khỏi vật.

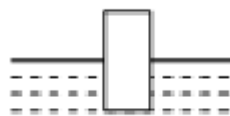


3. Li độ tại vị trí giá đỡ rời khỏi vật:  $x = S - \Delta l_0$  với  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$

**DẠNG 8: Dao động của con lắc lò xo khi có một phần của vật nặng bị nhúng chìm trong chất lỏng**

1. **Độ biến dạng:**  $\Delta l_0 = \frac{(m - Sh_0D)g}{k}$

- + S: tiết diện của vật nặng.
- +  $h_0$ : phần bị chìm trong chất lỏng.
- + D: khối lượng riêng của chất lỏng.



2. **Tần số góc:**  $\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$  với  $k' = SDg + k$

**DẠNG 9: Dao động của con lắc lò xo trong hệ qui chiếu không quán tính.**

1. Khi CLLX dao động trong hệ qui chiếu có gia tốc, ngoài trọng lực  $\vec{P}$  và lực đàn hồi  $\vec{F}_{dh}$  của lò xo, con lắc còn chịu tác dụng của lực quán tính:  $\vec{F}_{qt} = -m.\vec{a}$

2. Lực quán tính luôn ngược chiều gia tốc, độ lớn lực quán tính:  $F_{qt} = ma$

3. Khi kích thích cho vật dao động dọc theo trục lò xo với biên độ không lớn (sao cho độ biến dạng của lò xo vẫn trong giới hạn đàn hồi của lò xo) thì dao động của CLLX cũng là dao động điều hoà.

4. Trong HQCCGT, chu kỳ CLLX là:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$  với  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$

5. Các trường hợp thường gặp:

a) Trong thang máy đi lên:  $\Delta l = \frac{m(g+a)}{k}$

b) Trong thang máy đi xuống:  $\Delta l = \frac{m(g-a)}{k}$

Biên độ dao động trong hai trường hợp là:  $A' = A - (\Delta l - \Delta l_0)$

c) Trong xe chuyển động ngang làm con lắc lệch góc  $\alpha$  so với phương thẳng đứng:

$$a = g \tan \alpha; \Delta l = \frac{mg}{k \cdot \cos \alpha}$$

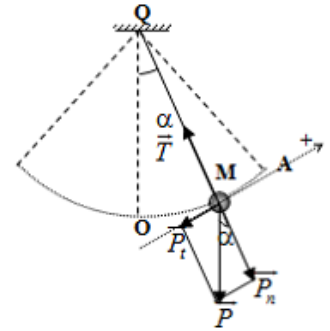
CHỦ ĐỀ 3: CON LẮC ĐƠN

📖 DẠNG 1: Đại cương về con lắc đơn

1. Chu kì, tần số và tần số góc:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ;  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ ;  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$

Nhận xét: Chu kì của con lắc đơn

- + tỉ lệ thuận với căn bậc 2 của  $l$ ; tỉ lệ nghịch với căn bậc 2 của  $g$
- + chỉ phụ thuộc vào  $l$  và  $g$ ; không phụ thuộc biên độ  $A$  và  $m$ .



2. Phương trình dao động:  $s = S_0 \cos(\omega t + \varphi)$  hoặc  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Với  $s = \alpha l, S_0 = \alpha_0 l$

$$\Rightarrow v = s' = -\omega S_0 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega \alpha_0 l \sin(\omega t + \varphi); v_{\max} = \omega \cdot s_0 = \omega \cdot l \alpha_0; v_{\min} = 0$$

$$\Rightarrow a_t = v' = -\omega^2 S_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \alpha_0 l \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha l = -g \alpha$$

Gia tốc gồm 2 thành phần: gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến (gia tốc hướng tâm)

$$\left. \begin{matrix} a_t = -\omega^2 s = -g \alpha \\ a_n = \frac{v^2}{l} = g(\alpha_0^2 - \alpha^2) \end{matrix} \right\} \rightarrow a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \rightarrow \begin{cases} \text{VTCTB: } a = a_n \\ \text{VTB: } a = a_t \end{cases}$$

Lưu ý:

- + Điều kiện dao động điều hoà: Bỏ qua ma sát, lực cản và  $\alpha_0 \ll 1$  rad hay  $\alpha_0 \ll 10^\circ$
- +  $S_0$  đóng vai trò như  $A$ , còn  $s$  đóng vai trò như  $x$

3. Hệ thức độc lập:  $a = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha l$ ;  $S_0^2 = s^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$ ;  $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$

4. Lực hồi phục:  $F = -m\omega^2 s = -mg\alpha$

- + Với con lắc đơn lực hồi phục tỉ lệ thuận với khối lượng.
- + Với con lắc lò xo lực hồi phục không phụ thuộc vào khối lượng.

5. Chu kì và sự thay đổi chiều dài: Tại cùng một nơi, con lắc đơn chiều dài  $l_1$  có chu kỳ  $T_1$ , con lắc đơn chiều dài  $l_2$  có chu kỳ  $T_2$ , con lắc đơn chiều dài  $l_3 = l_1 + l_2$  có chu kỳ  $T_3$ , con lắc đơn chiều dài  $l_4 =$

$l_1 - l_2$  ( $l_1 > l_2$ ) có chu kỳ  $T_4$ . Ta có:  $T_3^2 = T_1^2 + T_2^2$  và  $T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$  (chỉ cần nhớ  $l$  tỉ lệ với bình phương của  $T$  là ta có ngay công thức này)

6. Trong cùng khoảng thời gian, hai con lắc thực hiện  $N_1$  và  $N_2$  dao động:  $\frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$

📖 DẠNG 2: Vận tốc, lực căng dây, năng lượng

1.  $\alpha_0 \leq 10^\circ$ :  $|v| = \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$ ;  $T = mg(1 + \alpha_0^2 + \alpha^2)$ ;  $W = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$



2.  $\alpha_0 > 10^\circ$ :  $|v| = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$ ;  $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$ ;  $W = mgh_0 = mgl(1 - \cos\alpha_0)$

**Chú ý:**

+  $v_{\max}$  và  $T_{\max}$  khi  $\alpha = 0$

+  $v_{\min}$  và  $T_{\min}$  khi  $\alpha = \alpha_0$

+ Độ cao cực đại của vật đạt được so với VTGB:  $h_{\max} = \frac{v_{\max}^2}{2g}$

3. Khi  $W_d = nW_t \Rightarrow A = \pm \frac{S_0}{\sqrt{n+1}}$ ;  $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}}$ ;  $v = \pm \frac{v_{\max}}{\sqrt{\frac{1}{2}+1}}$

4. Khi  $\alpha = \frac{\alpha_0}{n} \Rightarrow \frac{W_d}{W_t} = n^2 - 1$

**DẠNG 3: Biến thiên nhỏ của chu kì: do ảnh hưởng của các yếu tố độ cao, nhiệt độ, ...**, thường đề bài yêu cầu trả lời hai câu hỏi sau:

\* **Câu hỏi 11: Tính lượng nhanh (chậm)  $\Delta t$  của đồng hồ quả lắc sau khoảng thời gian  $\tau$  đang xét**

- Ta có:  $\Delta t = \tau \left| \frac{\Delta T}{T} \right|$  Với  $T$  là chu kỳ của đồng hồ quả lắc khi chạy đúng,  $\tau$  là khoảng thời gian đang xét

- Với  $\Delta T$  được tính như sau:  $\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \lambda \Delta t^0 + \frac{h}{R} + \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} + \frac{s}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho_{MT}}{\rho_{CLD}}$

Trong đó

- $\Delta t = t_2 - t_1$  là độ chênh lệch nhiệt độ
- $\lambda$  là hệ số nở dài của chất làm dây treo con lắc
- $h$  là độ cao so với bề mặt trái đất.
- $s$  là độ sâu đưa xuống so với bề mặt trái đất.
- $R$  là bán kính Trái Đất:  $R = 6400\text{km}$
- $\Delta l = l_2 - l_1$  là độ chênh lệch chiều dài
- $\rho_{MT}$  là khối lượng riêng của môi trường đặt con lắc.
- $\rho_{CLD}$  là khối lượng riêng của vật liệu làm quả lắc.

**Cách tính: Khi bài toán không nhắc đến yếu tố nào thì ta bỏ yếu tố đó ra khỏi công thức (\*)**

**Quy ước:**  $\frac{\Delta T}{T} > 0$ : đồng hồ chạy **chậm**;  $\frac{\Delta T}{T} < 0$ : đồng hồ chạy **nhANH**.

\* **Câu hỏi 2: Thay đổi theo nhiều yếu tố, tìm điều kiện để đồng hồ chạy đúng trở lại ( $T = \text{const}$ )**

Ta cho  $\frac{\Delta T}{T} = 0$  như đã quy ước ta sẽ suy ra được đại lượng cần tìm từ công thức (\*).

**Chú ý thêm:**

+ Đưa con lắc từ thiên thể này lên thiên thể khác thì:  $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{M_1 R_2^2}{M_2 R_1^2}}$

+ Trong cùng khoảng thời gian, đồng hồ có chu kì  $T_1$  có số chỉ  $t_1$ , đồng hồ có chu kì  $T_2$  có số chỉ  $t_2$ .

Ta có:  $\frac{t_2}{t_1} = \frac{T_1}{T_2}$

**DẠNG 4: Biến thiên lớn của chu kì: do con lắc chịu thêm tác dụng của ngoại lực  $\vec{F}$  không đổi (lực quán tính, lực từ, lực điện, ...)**

→ Lúc này con lắc xem như chịu tác dụng của trọng lực hiệu dụng hay trọng lực biểu kiến

$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$  và gia tốc trọng trường hiệu dụng  $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$  (ở VTCB nếu cắt dây vật sẽ rơi với gia tốc

hiệu dụng này). **Chu kỳ mới của con lắc** được xác định bởi:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$ , các trường hợp sau:

### 1. Ngoại lực có phương thẳng đứng

**a) Khi con lắc đặt trong thang máy (hay di chuyển điểm treo con lắc)** thì:  $g' = g \pm a$   
(với  $a$  là gia tốc chuyển động của thang máy)

+ Nếu thang máy đi **lên nhanh dần** hoặc đi **xuống chậm dần** lấy dấu (+); (lúc này:  $\vec{a} \uparrow$ )

+ Nếu thang máy đi **lên chậm dần** hoặc đi **xuống nhanh dần** lấy dấu (-); (lúc này:  $\vec{a} \downarrow$ )

**b) Khi con lắc đặt trong điện trường có vector cường độ điện trường  $\vec{E}$  hướng thẳng đứng:**

$g' = g \pm \frac{qE}{m}$ : nếu vector  $\vec{E}$  **hướng xuống** lấy dấu (+), vector  $\vec{E}$  **hướng lên** lấy dấu (-)

**Chú ý:** Thay đúng dấu điện tích  $q$  vào biểu thức  $g' = g \pm \frac{qE}{m}$ ; trong đó:  $E = \frac{U}{d}$  ( $U$ : điện áp giữa hai bản tụ,  $d$ : khoảng cách giữa hai bản).

**Ví dụ:** Một con lắc đơn treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đi **xuống nhanh dần đều** và **sau đó chậm dần đều** với **cùng một độ lớn của gia tốc**, thì chu kì dao động điều hoà của con lắc là  $T_1$  và  $T_2$ . Tính chu kì dao động của con lắc khi thang máy **đứng yên**.

Ta có:  $\left. \begin{matrix} g_1 = g - a \\ g_2 = g + a \end{matrix} \right\} \Rightarrow g_1 + g_2 = 2g \Rightarrow \boxed{\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{2}{T^2}}$  (Với  $g$  tỉ lệ nghịch với bình phương của  $T$ )

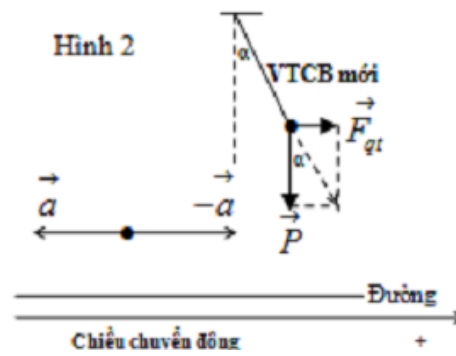
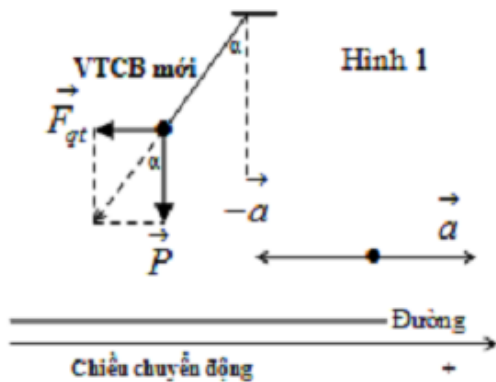
**Tương tự** khi bài toán xây dựng giả thiết với con lắc đơn mang điện tích đặt trong điện trường.

### 2. Ngoại lực có phương ngang

**a) Khi con lắc treo lên trần một ô tô chuyển động ngang với gia tốc  $a$ :**

Xe chuyển động nhanh dần đều

Xe chuyển động chậm dần đều



Tại vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha$  (VTCB mới của con lắc)

Với:  $\tan \alpha = \frac{F_{qt}}{P} = \frac{a}{g} = a \Rightarrow a = g \cdot \tan \alpha$  và  $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$  hay  $g' = \frac{g}{\cos \alpha} \Rightarrow T' = T\sqrt{\cos \alpha}$

**b) Con lắc đặt trong điện trường nằm ngang:** giống với trường hợp ô tô chuyển động ngang ở

trên với  $g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}$ . Khi đổi chiều điện trường con lắc sẽ dao động với biên độ góc  $2\alpha$ .

### 3\* \*. Ngoại lực có phương xiên

**a) Con lắc treo trên xe chuyển động trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  không ma sát**

$$T' = T\sqrt{\frac{g}{g'}} \text{ hay } T' = T\sqrt{\cos\alpha} \text{ với } \begin{cases} g' = g \cdot \cos\alpha \\ a = g \cdot \sin\alpha \\ \beta = \alpha : \text{VTCB} \end{cases}; \text{ Lực căng dây: } \tau = \frac{m \cdot a}{\sin\alpha}$$

**b) Con lắc treo trên xe chuyển động lên - xuống dốc nghiêng góc  $\alpha$  không ma sát**

\*  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a^2 + b^2 \pm 2 \cdot a \cdot g \cdot \sin\alpha}}$  - Xe *lên dốc nhanh dần* hoặc *xuống dốc chậm dần* lấy dấu (-)  
 - Xe *lên dốc chậm dần* hoặc *xuống dốc nhanh dần* lấy dấu (+)

\* Lực căng dây:  $\tau = m\sqrt{a^2 + g^2 \pm 2a \cdot g \cdot \sin\alpha}$

\* Vị trí cân bằng:  $\tan\beta = \frac{a \cdot \cos\alpha}{g \pm a \cdot \sin\alpha}$  **dốc lấy dấu (+), xuống dốc lấy dấu (-)**

**c) Xe xuống dốc nghiêng góc  $\alpha$  có ma sát:**

\*  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \cdot \cos\alpha \sqrt{1 + \mu^2}}}$  với  $\mu$  là hệ số ma sát.

\* Vị trí cân bằng:  $\tan\beta = \frac{\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha + \mu \cdot \sin\alpha}$

\* Lực căng dây:  $\tau = m \cdot g \cdot \cos\alpha \sqrt{1 + \mu^2}$ ; với:  $a = g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)$

**\*\* MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP NÂNG CAO**

**📖 DẠNG 5: Con lắc vướng đỉnh (CLVĐ)**

1. Chu kỳ T của CLVĐ:  $T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$  hay  $T = \frac{\pi}{\sqrt{g}}(\sqrt{l_1} + \sqrt{l_2})$

2. Độ cao CLVĐ so với VTCB: Vì  $W_A = W_B \Rightarrow h_A = h_B$

3. Tỷ số biên độ dao động 2 bên VTCB

- Góc lớn ( $\alpha_0 > 10^\circ$ ): Vì  $h_A = h_B \Rightarrow l_1(1 - \cos\alpha_1) = l_2(1 - \cos\alpha_2) \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{1 - \cos\alpha_2}{1 - \cos\alpha_1}$

- Góc nhỏ ( $\alpha_0 \leq 10^\circ$ ):  $\frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2$

4. Tỷ số lực căng dây treo ở vị trí biên: Góc lớn:  $\frac{T_A}{T_B} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}$ ; Góc nhỏ:  $\frac{T_A}{T_B} = 1 + \frac{\alpha_2^2 - \alpha_1^2}{2}$

5. Tỷ số lực căng dây treo trước và sau khi vướng chốt O' (ở VTCB)

- Góc lớn:  $\frac{T_T}{T_S} = \frac{3 - \cos\alpha_1}{3 - \cos\alpha_2}$ ; - Góc nhỏ:  $\frac{T_T}{T_S} = 1 + \alpha_2^2 - \alpha_1^2$

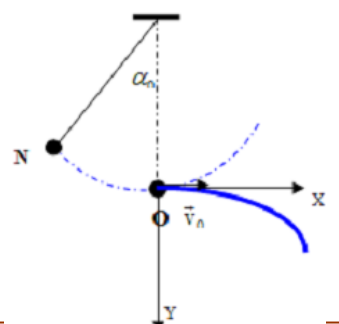
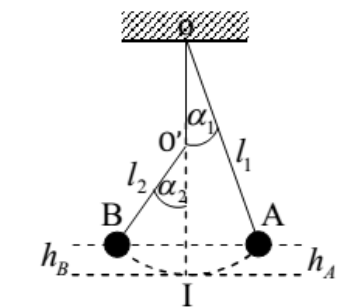
**📖 DẠNG 6: Con lắc đứt dây**

Khi con lắc đứt dây vật bay theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm đứt.

**1. Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì đứt dây lúc đó vật chuyển động ném ngang với vận tốc đầu là vận tốc lúc đứt dây.**

Vận tốc lúc đứt dây:  $v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)}$

Phương trình:  $\begin{cases} \text{Theo Ox: } x = v_0 t \\ \text{Theo Oy: } y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$



$$\Rightarrow \text{phương trình quỹ đạo: } y = \frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2} = \frac{1}{4(1 - \cos \alpha_0)} x^2$$

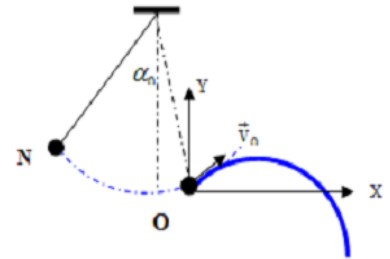
2. Khi vật đứt ở ly độ  $\alpha$  thì vật sẽ chuyển động ném xiên với vận tốc ban đầu là vận tốc lúc đứt dây.

$$\text{Vận tốc vật lúc đứt dây: } v_0 = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$$

$$\text{Phương trình: } \begin{cases} \text{Theo Ox: } x = (v_0 \cdot \cos \alpha)t \\ \text{Theo Oy: } y = (v_0 \cdot \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó phương trình quỹ đạo: } y = (\tan \alpha)x - \frac{1}{2(v_0 \cos \alpha_0)^2} x^2$$

$$\text{Hay: } y = (\tan \alpha)x - \frac{1}{2v_0^2}(1 + \tan^2 \alpha)x^2$$



**Chú ý:** Khi vật đứt dây ở vị trí biên thì vật sẽ rơi tự do theo phương trình:  $y = \frac{1}{2}gt^2$

**DẠNG 7: Bài toán va chạm**

Giải quyết tương tự như bài toán va chạm của con lắc lò xo

**CHỦ ĐỀ 4: CÁC LOẠI DAO ĐỘNG KHÁC**

**1. Đại cương về các dao động khác**

|                            | Dao động tự do, dao động duy trì                                                                                                                                            | Dao động tắt dần                                                | Dao động cưỡng bức, cộng hưởng                                                                                                                                       |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Khái niệm</b>           | - Dao động tự do là dao động của hệ xảy ra dưới tác dụng chỉ của nội lực.<br>- Dao động duy trì là dao động tắt dần được duy trì mà không làm thay đổi chu kỳ riêng của hệ. | - Là dao động có biên độ và năng lượng giảm dần theo thời gian. | - Dao động cưỡng bức là dao động xảy ra dưới tác dụng của ngoại lực biến thiên tuần hoàn.<br>- Cộng hưởng là hiện tượng A tăng đến $A_{\max}$ khi tần số $f_n = f_0$ |
| <b>Lực tác dụng</b>        | Do tác dụng của nội lực tuần hoàn                                                                                                                                           | Do tác dụng của lực                                             | Do tác dụng của ngoại lực tuần hoàn                                                                                                                                  |
| <b>Biên độ A</b>           | Phụ thuộc điều kiện ban đầu                                                                                                                                                 | Giảm dần theo thời gian                                         | Phụ thuộc biên độ của ngoại lực và hiệu số $(f_n - f_0)$                                                                                                             |
| <b>Chu kỳ T</b>            | Chỉ phụ thuộc đặc tính riêng của hệ, không phụ thuộc các yếu tố bên ngoài.                                                                                                  | Không có chu kỳ hoặc tần số do không tuần hoàn.                 | Bằng với chu kỳ của ngoại lực tác dụng lên hệ.                                                                                                                       |
| <b>Hiện tượng đặc biệt</b> | Không có                                                                                                                                                                    | Sẽ không dao động khi ma sát quá lớn.                           | $A_{\max}$ khi tần số $f_n = f_0$                                                                                                                                    |
| <b>Ứng dụng</b>            | - Chế tạo đồng hồ quả lắc.<br>- Đo gia tốc trọng trường của trái đất.                                                                                                       | Chế tạo lò xo giảm xóc trong ô tô, xe máy                       | - Chế tạo khung xe, bộ máy phải có tần số khác xa tần số của máy gắn vào nó.<br>- Chế tạo các loại nhạc cụ.                                                          |

**2. Phân biệt giữa dao động cưỡng bức với dao động duy trì:**

**Giống nhau:**

- Luôn xảy ra dưới tác dụng của ngoại lực.
- Dao động cưỡng bức khi cộng hưởng cũng có tần số bằng tần số riêng của vật.

**Khác nhau:**

| Dao động cưỡng bức                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Dao động duy trì                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ngoại lực là bất kỳ, độc lập với vật.</li> <li>- Do ngoại lực thực hiện thường xuyên, bù đắp năng lượng từ từ trong từng chu kì.</li> <li>- Trong giai đoạn ổn định thì dao động cưỡng bức có tần số bằng tần số <math>f</math> của ngoại lực.</li> <li>- Biên độ của hệ phụ thuộc vào <math>F_0</math> và <math> f - f_0 </math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lực được điều khiển bởi chính dao động ấy qua một cơ cấu nào đó.</li> <li>- Cung cấp một lần năng lượng, sau đó hệ tự bù đắp năng lượng cho vật dao động.</li> <li>- Dao động với tần số đúng bằng tần số dao động riêng <math>f_0</math> của vật.</li> <li>- Biên độ không thay đổi</li> </ul> |

**3. Các đại lượng trong dao động tắt dần của con lắc lò xo:**

Với giả thiết tại thời điểm  $t = 0$  vật ở vị trí biên, ta có:

**a) Độ giảm biên độ**

\* Độ giảm biên độ sau **nửa chu kỳ**:  $\Delta A_{T/2} = \frac{2\mu mg}{k}$

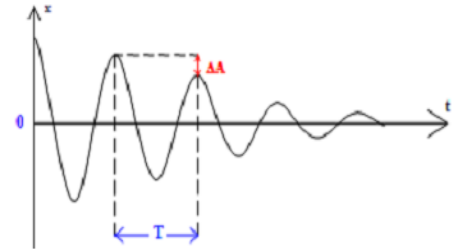
\* Độ giảm biên độ sau **mỗi chu kỳ**:  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k}$

\* Độ giảm biên độ sau **N chu kỳ**:  $\Delta A_N = A - A_N = N \cdot \Delta A$

\* **Biên độ còn lại** sau N chu kỳ:  $A_N = A - N \cdot \Delta A$

\* Phần trăm biên độ **bị giảm** sau N chu kỳ:  $H_{\Delta A_N} = \frac{\Delta A_N}{A} = \frac{A - A_N}{A}$

\* Phần trăm biên độ **còn lại** sau N chu kỳ:  $H_{A_N} = \frac{A_N}{A} = 1 - H_{\Delta A_N}$



**b) Độ giảm cơ năng:**

\* Phần trăm cơ năng **bị mất** sau **1 chu kỳ**:  $\frac{\Delta W}{W} = 2 \frac{\Delta A}{A}$

\* Phần trăm cơ năng **còn lại** sau N chu kỳ:  $H_{W_N} = \frac{W_N}{W} = 2 \frac{\Delta A}{A}$

\* Phần trăm cơ năng **bị mất** (chuyển thành nhiệt) sau N chu kỳ:  $H_{\Delta W_N} = \frac{W - W_N}{W} = 1 - H_{W_N}$

**b) Số dao động thực hiện được và thời gian trong dao động tắt dần:**

\* Số dao động vật thực hiện cho tới khi dừng lại:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg}$

\* Thời gian vật dao động đến lúc dừng lại:  $\Delta t = N \cdot T = N \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

**c) Vị trí vật đạt vận tốc cực đại trong nửa chu kì đầu tiên:**

\* Tại vị trí đó, lực phục hồi cân bằng với lực cản:  $kx_0 = mg \rightarrow x_0 = \frac{\mu mg}{k}$

\* Vận tốc cực đại tại vị trí đó là:  $v = \omega(A - x_0)$

**d) Quỹ đường trong dao động tắt dần:  $S = 2nA - n2\Delta A_{1/2}$  với n là số nửa chu kì.**

**Cách tìm n:** Lấy  $\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = m, p$

- Nếu  $p > 5$  số nửa chu kì là:  $n = m + 1$ ;
- Nếu  $p \leq 5$  số nửa chu kì là:  $n = m$

**Chú ý:** Nếu  $\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = m$  nguyên, thì khi dừng lại vật sẽ ở VTCB. Khi đó năng lượng của vật bị triệt

tiêu bởi công của lực ma sát:  $\frac{1}{2}kA^2 = \mu mgS \Rightarrow S = \frac{kA^2}{2\mu mg}$  (**chỉ đúng khi vật dừng ở VTCB !!**)

#### 4. Các đại lượng trong dao động tắt dần của con lắc đơn:

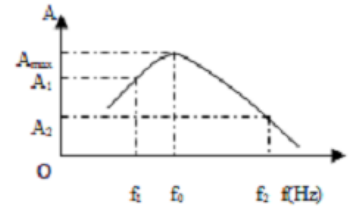
- a) Giải quyết tương tự như con lắc lò xo, thay tương ứng  $A$  thành  $S_0$ ;  $x$  thành  $s$ ;  $s = \alpha l$ ,  $S_0 = \alpha_0 l$   
 b) Để duy trì dao động cần 1 động cơ có công suất tối thiểu là:

$$P = \frac{\Delta W}{t} = \frac{W_0 - W_N}{N \cdot T} \quad \text{với} \quad W_0 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot l \alpha_0^2; W_N = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot l \alpha_N^2; T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

#### 5. Bài toán cộng hưởng cơ

A) Độ chênh lệch giữa tần số riêng  $f_0$  của vật và tần số  $f$  của ngoại lực:  $|f - f_0|$  càng **nhỏ** thì biên độ dao động cưỡng bức  $A_{cb}$  càng **lớn**. Trên hình:  $A_1 > A_2$  vì  $|f_1 - f_0| < |f_2 - f_0|$

B) Để cho hệ dao động với biên độ cực đại hoặc rung mạnh hoặc nước sóng sánh mạnh nhất thì xảy ra cộng hưởng.



Khi đó:  $f = f_0 \Rightarrow T = T_0 \Leftrightarrow \frac{S}{v} = T_0 \Rightarrow$  vận tốc khi cộng hưởng:  $v = \frac{S}{T_0}$

## CHƯƠNG II: SÓNG CƠ

### CHỦ ĐỀ 1: ĐẠI CƯƠNG VỀ SÓNG CƠ

#### 1. Khái niệm về sóng cơ, sóng ngang, sóng dọc

**a. Sóng cơ:** là dao động cơ lan truyền trong môi trường vật chất → **không truyền được trong chân không**

- Khi sóng cơ lan truyền, các phần tử vật chất chỉ dao động tại chỗ, **pha dao động và năng lượng sóng** chuyển dời theo sóng. Quá trình truyền sóng là quá trình truyền năng lượng.

- Trong môi trường đồng tính và đẳng hướng, **các phần tử gần nguồn sóng sẽ nhận được sóng sớm hơn (tức là dao động nhanh pha hơn) các phần tử ở xa nguồn.**

**b. Sóng dọc:** là sóng cơ có phương dao động **trùng** với phương truyền sóng. Sóng dọc truyền được trong **chất khí, lỏng, rắn**. Ví dụ: Sóng âm khi truyền trong không khí hay trong chất lỏng.

**c. Sóng ngang:** là sóng cơ có phương dao động **vuông** góc với phương truyền sóng. Sóng ngang truyền được trong **chất rắn và trên mặt chất lỏng**. Ví dụ: Sóng trên mặt nước.

#### 2. Các đặc trưng của sóng cơ

**a. Chu kì (tần số sóng):** là đại lượng **không thay đổi** khi sóng truyền từ môi trường này sang môi trường khác.

**b. Tốc độ truyền sóng:** là tốc độ lan truyền dao động trong môi trường; phụ thuộc bản chất môi trường ( $V_R > V_L > V_K$ ) và nhiệt độ (nhiệt độ môi trường tăng thì tốc độ lan truyền càng nhanh)

**c. Bước sóng:**  $\lambda = vT = \frac{v}{f}$  Với  $v(m/s)$ ;  $T(s)$ ;  $f(Hz) \Rightarrow \lambda(m) \Rightarrow$  Quãng đường truyền sóng:  $S = v.t$

- **ĐN1:** Bước sóng là khoảng cách giữa **hai điểm gần nhau nhất trên cùng phương** truyền sóng dao động **cùng pha** nhau.

- **ĐN2:** Bước sóng là **quãng đường** sóng lan truyền **trong một chu kì**.

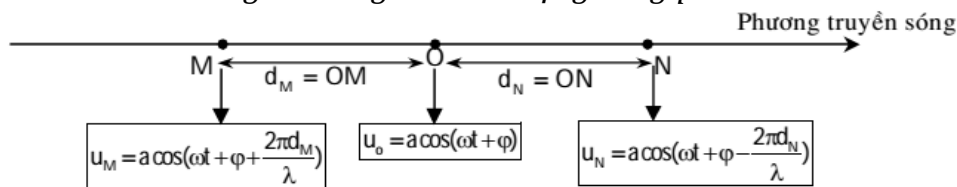
#### Chú ý:

+ Khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp là  $\lambda$ ; Khoảng cách giữa  $n$  ngọn sóng là  $(n - 1)\lambda$

#### 3. Phương trình sóng

##### a. Phương trình sóng

→ Tập hợp các điểm cách đều nguồn sóng đều dao động cùng pha!



**b. Độ lệch pha của 2 dao động tại 2 điểm cách nguồn:**  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{|d_1 - d_2|}{\lambda}$

Nếu hai điểm đó nằm trên một phương truyền sóng và cách nhau một khoảng  $d$  thì:  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda}$

+ **Cùng pha:**  $\Delta\varphi = 2k\pi \Rightarrow d = k\lambda$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ).

+ **Ngược pha:**  $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi \Rightarrow d = (k + \frac{1}{2})\lambda$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ).

☞ **Bài toán 1:** Cho khoảng cách, độ lệch pha của 2 điểm,  $v_1 \leq v \leq v_2$  hoặc  $f_1 \leq f \leq f_2$ . Tính  $v$  hoặc  $f$ :

Dùng máy tính, bấm **MODE** **7**; nhập hàm **f(x) = v** hoặc **f** theo ẩn **x = k**; cho chạy nghiệm (từ

**START** **0** đến **END** **10**; chọn **STEP** **1** (vì  $k$  nguyên), nhận nghiệm **f(x)** trong khoảng của  $v$  hoặc  $f$ .

☞ **Bài toán 2:** Đề bài nhắc đến **chiều truyền sóng, biết li độ điểm này tìm li độ điểm kia:**

Dùng đường tròn để giải với lưu ý: **chiều dao động của các phần tử** vẫn là chiều dương lượng giác (ngược chiều kim đồng hồ) và **chiều truyền sóng là chiều kim đồng hồ, góc quét = độ lệch**

pha:  $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t = 2\pi \frac{d}{\lambda}$ , quy về cách thức giải bài toán

dao động điều hòa & chuyển động tròn đều

**Chú ý:** Trong hiện tượng truyền sóng trên sợi dây, dây được kích thích dao động bởi **nam châm điện** với tần số dòng điện là **f** thì tần số dao động của dây là **2f**.

## CHỦ ĐỀ 2: SÓNG ÂM

**1. Sóng âm** là sóng cơ truyền trong các môi trường khí, lỏng, rắn (Âm **không** truyền được trong chân không)

- Trong chất khí và chất lỏng, sóng âm là sóng dọc.
- Trong chất rắn, sóng âm gồm cả sóng ngang và sóng dọc.

**2. Âm nghe được** có tần số từ 16Hz đến 20 000Hz mà tai con người cảm nhận được. Âm này gọi là âm thanh.

- **Siêu âm:** là sóng âm có tần số > 20 000Hz
- **Hạ âm:** là sóng âm có tần số < 16Hz

**3. Nguồn âm** là các vật dao động phát ra âm.

**Dao động âm** là *dao động cưỡng bức* có tần số bằng tần số của nguồn phát.

**4. Tốc độ truyền âm:**

- Trong mỗi môi trường nhất định, tốc độ truyền âm không đổi.
- Tốc độ truyền âm phụ thuộc vào **tính đàn hồi, mật độ** và **hiệu độ** của môi trường.
- Tốc độ:  $v_{\text{rắn}} > v_{\text{lỏng}} > v_{\text{khí}}$ . **Khi sóng âm truyền từ không khí vào nước thì vận tốc tăng bước sóng tăng.**

**Chú ý:** Thời gian truyền âm trong môi trường:  $t = \frac{d}{v_{\text{kk}}} - \frac{d}{v_{\text{mt}}}$  với  $v_{\text{kk}}$  và  $v_{\text{mt}}$  là vận tốc truyền âm

trong không khí và trong môi trường.

**5. Các đặc trưng vật lý của âm** (tần số, cường độ (hoặc mức cường độ âm), năng lượng và đồ thị dao động của âm)

**a. Tần số của âm:** Là đặc trưng quan trọng. Khi âm truyền từ môi trường này sang môi trường khác thì **tần số không đổi**, tốc độ truyền âm thay đổi, bước sóng của sóng âm thay đổi.

**b. Cường độ âm  $I$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ )**  $I = \frac{W}{t \cdot S} = \frac{P}{S}$ : tại một điểm là đại lượng đo bằng năng lượng mà sóng âm tải qua một đơn vị diện tích đặt tại điểm đó, vuông góc với phương truyền sóng trong một đơn vị thời gian.

+  $W$  (J),  $P$  (W) là năng lượng, công suất phát âm của nguồn;  $S$  ( $\text{m}^2$ ) là diện tích miền truyền âm.

+ Với sóng cầu thì  $S$  là diện tích mặt cầu  $S = 4\pi R^2$  → **Khi  $R$  tăng  $k$  lần thì  $I$  giảm  $k^2$  lần.**

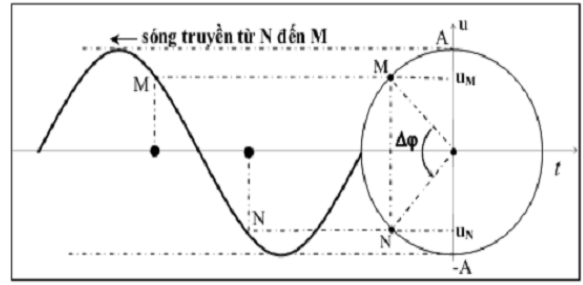
**c. Mức cường độ âm:**

$L(\text{dB}) = 10 \lg \frac{I}{I_0} \rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}}$  với  $I_0 = 10^{-12} \text{W}/\text{m}^2$  là cường độ âm chuẩn.

$\Delta L(\text{dB}) = L_2 - L_1 = 10 \lg \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{\frac{\Delta L}{10}} \rightarrow$  **Khi  $I$  tăng  $10n$  lần thì  $L$  tăng thêm  $10n$  (dB).**

**Chú ý:** Khi hai âm chênh lệch nhau  $L_2 - L_1 = 10n$  (dB) thì  $I_2 = 10^n \cdot I_1 = a \cdot I_1$  ta nói: **số nguồn âm bây giờ đã tăng gấp  $a$  lần so với số nguồn âm lúc đầu.**

$L_2 - L_1 = 10 \lg \frac{I_2}{I_1} = 20 \lg \frac{R_1}{R_2} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} = \sqrt{10^{\frac{L_2 - L_1}{10}}}$



Hình ảnh minh họa cho cách giải bài toán 2 - chủ đề 1



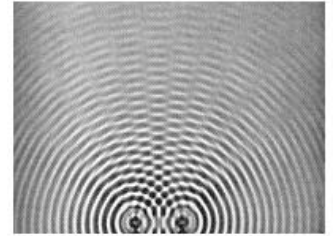
Chú ý các công thức toán:  $\lg 10^x = x$ ;  $a = \lg x \Rightarrow x = 10^a$ ;  $\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b$

**6. Đặc trưng sinh lí của âm:** (3 đặc trưng là độ cao, độ to và âm sắc)

- **Độ cao** của âm gắn liền với tần số của âm. (Độ cao của âm tăng theo tần số âm)
- **Độ to** của âm là đặc trưng gắn liền với mức cường độ âm. (Độ to tăng theo mức cường độ âm)
- **Âm sắc** gắn liền với đồ thị dao động âm, giúp ta phân biệt được các âm phát ra từ các nguồn âm, nhạc cụ khác nhau. Âm sắc phụ thuộc vào tần số và biên độ của các hoạ âm.

**CHỦ ĐỀ 3: GIAO THOA SÓNG**

**1. Hiện tượng giao thoa sóng:** là sự tổng hợp của 2 hay nhiều **sóng kết hợp** trong không gian, trong đó có những chỗ biên độ sóng được tăng cường (cực đại giao thoa) hoặc triệt tiêu (cực tiểu giao thoa). Hiện tượng giao thoa là hiện tượng đặc trưng của sóng.



**2. Điều kiện giao thoa:** Hai nguồn sóng phát ra hai sóng cùng tần số và có hiệu số pha không đổi theo thời gian gọi là hai nguồn kết hợp.

**3. Lí thuyết giao thoa:** Giao thoa của hai sóng phát ra từ hai nguồn sóng kết hợp  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $l$

Xét 2 nguồn:  $u_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $u_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$

Với  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ : là độ lệch pha của hai nguồn.

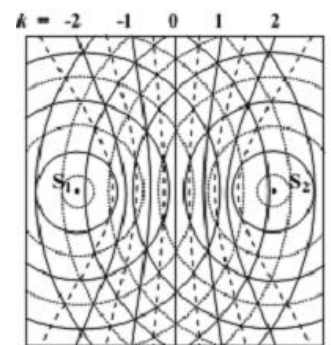
- Phương trình sóng tại M do hai sóng từ hai nguồn truyền tới:

$$u_{1M} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi \frac{d_1}{\lambda}) \text{ và } u = A \cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi \frac{d_1}{\lambda})$$

- Phương trình giao thoa tại M:  $u_M = u_{1M} + u_{2M}$  (lập phương trình này bằng máy tính với thao tác giống như tổng hợp hai dao động)

➤ **Độ lệch pha của hai sóng từ hai nguồn đến M:**

$$\Delta\varphi_M = \varphi_{2M} - \varphi_{1M} = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \Delta\varphi \quad (1)$$



➤ **Biên độ dao động tại M:**  $A_M^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi_M)$  (2)

➤ **Hiệu đường đi của sóng từ hai nguồn đến M:**  $d_1 - d_2 = (\Delta\varphi_M - \Delta\varphi) \frac{\lambda}{2\pi}$  (3)

**4. Hai nguồn cùng biên độ:**  $u_1 = A \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $u_2 = A \cos(\omega t + \varphi_2)$

- Phương trình giao thoa sóng tại M:  $u_M = 2A \cos\left[\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right] \cos\left[\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$

➤ **Biên độ dao động tại M:**  $A_M = 2A \cos\left[\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right]$  (1)

➤ **Hiệu đường đi của hai sóng đến M:**  $d_1 - d_2 = (\Delta\varphi_M - \Delta\varphi) \frac{\lambda}{2\pi}$  (2)

+ Khi  $\Delta\varphi_M = 2k\pi \Rightarrow d_1 - d_2 = k\lambda - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$  thì  $A_{Mmax} = 2A$ ;

+ Khi  $\Delta\varphi_M = (2k + 1)\pi \Rightarrow d_1 - d_2 = (k + \frac{1}{2})\lambda - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$  thì  $A_{Mmin} = 0$ .

➤ **Số điểm (hoặc số đường) dao động cực đại, cực tiểu trên đoạn  $S_1S_2$ :**

\* Số cực đại:  $-\frac{1}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < \frac{1}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$

\* Số cực tiểu:  $-\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$

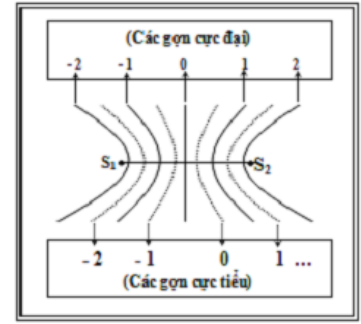
**Chú ý:** Không tính hai nguồn vì nguồn là điểm đặc biệt không phải là điểm cực đại hoặc cực tiểu !!

◆ Hai nguồn cùng biên độ, cùng pha:  $u_1 = u_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$

+ Nếu O là trung điểm của đoạn  $S_1S_2$  thì tại O hoặc các điểm nằm trên đường trung trực của đoạn  $S_1S_2$  sẽ dao động với biên độ cực đại và bằng:  $A_{Mmax} = 2A$ .

+ Khi  $\Delta\varphi_M = 2k\pi \Rightarrow d_1 - d_2 = k\lambda$  thì  $A_{Mmax} = 2A$ ;

+ Khi  $\Delta\varphi_M = (2k + 1)\pi \Rightarrow d_1 - d_2 = (k + \frac{1}{2})\lambda$  thì  $A_{Mmin} = 0$ .



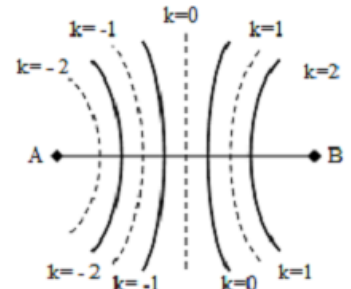
◆ Hai nguồn cùng biên độ, ngược pha:  $\Delta\varphi = \pm\pi$ ;  $A_M = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \pm \frac{\pi}{2}\right) \right|$

Trong trường hợp hai nguồn dao động ngược pha nhau thì những kết quả về giao thoa sẽ “ngược lại” với kết quả thu được khi hai nguồn dao động cùng pha.

+ Nếu O là trung điểm của đoạn  $S_1S_2$  thì tại O hoặc các điểm nằm trên đường trung trực của đoạn  $S_1S_2$  sẽ dao động với biên độ cực tiểu và bằng:  $A_{Mmin} = 0$ .

+ Khi  $d_1 - d_2 = k\lambda$  thì  $A_{Mmin} = 0$ ;

+ Khi  $d_1 - d_2 = (k + \frac{1}{2})\lambda$  thì  $A_{Mmax} = 2A$ .



◆ Hai nguồn cùng biên độ, vuông pha:  $\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\frac{\pi}{2}$ ;  $A_M = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \pm \frac{\pi}{4}\right) \right|$

+ Nếu O là trung điểm của đoạn  $S_1S_2$  thì tại O hoặc các điểm nằm trên đường trung trực của đoạn  $S_1S_2$  sẽ dao động với biên độ:  $A_M = A\sqrt{2}$ .

+ Số điểm dao động cực đại = Số điểm cực tiểu trên đoạn  $S_1S_2$ :  $-\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{1}{\lambda} - \frac{\pi}{4}$

**Cách tìm nhanh số điểm cực trị khi 2 nguồn cùng (hoặc ngược) pha:**  
 Ta lấy:  $S_1S_2/\lambda = m, p$  (m nguyên dương, p phần thập phân sau dấu phẩy)  
 \* Xét hai nguồn cùng pha:  
 - Khi  $p = 0$ : số cực đại là:  $2m - 1$ ; số cực tiểu là  $2m$   
 - Khi  $p \neq 0$ : số cực đại là:  $2m + 1$ ; số cực tiểu là  $2m$  (khi  $p < 5$ ) hoặc  $2m + 2$  (khi  $p \geq 5$ )  
 \* Khi hai nguồn ngược pha: kết quả sẽ “ngược lại” với hai nguồn cùng pha.

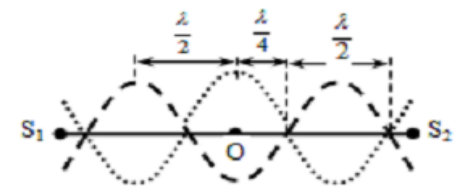
☞ **Bài toán 1:** Muốn biết tại điểm M có hiệu khoảng cách đến hai nguồn là:  $d_1 - d_2 = \Delta d$ , thuộc vân cực đại hay vân cực tiểu, ta xét tỉ số  $\frac{\Delta d}{\lambda} = k$ :

+ Nếu  $k$  nguyên thì M thuộc vân cực đại bậc  $k$ . Ví dụ:  $k = 2 \rightarrow$  M thuộc vân cực đại bậc 2.  
 + Nếu  $k$  bán nguyên thì M thuộc vân cực tiểu thứ  $k + 1$ .  $k = 2,5 \rightarrow$  M thuộc vân cực tiểu thứ 3.

☞ **Bài toán 2:** Nếu hai điểm M và M' nằm trên hai vân giao thoa cùng loại bậc  $k$  và bậc  $k'$  thì ta có:  $\begin{cases} MS_1 - MS_2 = k\lambda \\ M'S_1 - M'S_2 = k'\lambda \end{cases}$ . Sau đó, nếu biết  $k$  và  $k'$  cùng là số nguyên thì các vân đó là vân cực đại còn nếu cùng là số bán nguyên thì các vân đó là vân cực tiểu.

☞ **Bài toán 3:** Muốn tìm vận tốc truyền sóng  $v$  hoặc tần số  $f$  khi biết điểm M dao động với biên độ cực đại, biết hiệu khoảng cách  $|d_1 - d_2|$  và giữa M với đường trung trực của  $S_1S_2$  có N dãy cực đại khác. Ta có:  $|d_1 - d_2| = k\lambda = k \cdot \frac{v}{f} = (N + 1) \frac{v}{f} \rightarrow v$  hoặc  $f$ .

**Chú ý:** Trên  $S_1S_2$  khoảng cách giữa hai điểm cực đại (hoặc hai cực tiểu) gần nhau nhất là  $\frac{\lambda}{2}$ ; khoảng cách giữa một điểm cực đại



và một điểm cực tiểu kề nó là  $\frac{\lambda}{4}$ .

**\*\* MỘT SỐ DẠNG TOÁN GIAO THOA**

**📖 DẠNG 1: Tìm số điểm dao động với biên độ cực đại, cực tiểu giữa hai điểm M, N bất kỳ**

Hai điểm M, N cách hai nguồn  $S_1, S_2$  lần lượt là  $d_{1M}, d_{2M}, d_{1N}, d_{2N}$ .

Ta đặt  $\Delta d_M = d_{1M} - d_{2M}; \Delta d_N = d_{1N} - d_{2N}$  và giả sử:  $\Delta d_M < \Delta d_N$

➤ Hai nguồn dao động cùng pha:

\* Cực đại:  $\Delta d_M < k\lambda < \Delta d_N$

\* Cực tiểu:  $\Delta d_M < (k + 0,5)\lambda < \Delta d_N$

➤ Hai nguồn dao động ngược pha:

\* Cực đại:  $\Delta d_M < (k + 0,5)\lambda < \Delta d_N$

\* Cực tiểu:  $\Delta d_M < k\lambda < \Delta d_N$

➤ Hai nguồn dao động lệch pha góc  $\Delta\phi$  bất kì:

\* Cực đại:  $\Delta d_M < (k - \frac{\Delta\phi}{2\pi})\lambda < \Delta d_N$

\* Cực tiểu:  $\Delta d_M < (k + 0,5 - \frac{\Delta\phi}{2\pi})\lambda < \Delta d_N$

**📖 DẠNG 2: Tìm số điểm cực đại, cực tiểu trên đường tròn tâm O thuộc đường thẳng chứa hai nguồn, có bán kính tùy ý hoặc elip nhận hai nguồn AB làm hai tiêu điểm**

➤ Trên elip nhận hai nguồn AB làm hai tiêu điểm:

Ta tìm được số điểm cực đại hoặc cực tiểu trên đoạn AB là **k**. Do mỗi đường hypebol cắt elip tại hai điểm → số điểm cực đại hoặc cực tiểu trên elip là **2k**.

➤ Trên đường tròn tâm O thuộc đường thẳng chứa hai nguồn, có bán kính tùy ý:

Tương tự như đường elip, ta tìm được số điểm cực đại hoặc cực tiểu trên đoạn thẳng được giới hạn bởi đường kính của đường tròn và hai điểm nguồn như cách tìm giữa hai điểm M, N (dạng 1) rồi nhân 2. Xét xem hai điểm đầu mút của đoạn thẳng giới hạn đó có phải là điểm cực đại hoặc cực tiểu hay không, vì hai điểm đó sẽ tiếp xúc với đường tròn khi đường cong hypebol đi qua hai điểm đó, nếu có 1 điểm tiếp xúc ta lấy tổng số điểm đã nhân 2 trừ 1; nếu 2 điểm lấy tổng số trừ 2 → số điểm cực đại hoặc cực tiểu trên đường tròn.

**📖 DẠNG 3: Xác định khoảng cách ngắn nhất hoặc lớn nhất để thỏa yêu cầu bài toán.**

☞ Bài toán: *Xác định khoảng cách ngắn nhất hoặc lớn nhất tại một điểm trên đường thẳng đi qua một nguồn A hoặc B và vuông góc với AB.*

Xét hai nguồn cùng pha:

Giả sử tại M có dao động với biên độ cực đại.

- Khi  $|k| = 1$  thì: Khoảng cách lớn nhất từ một điểm M đến hai nguồn là:

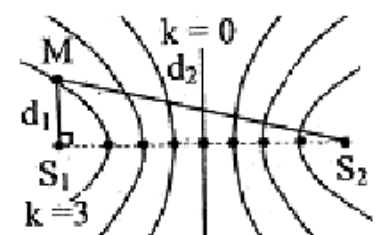
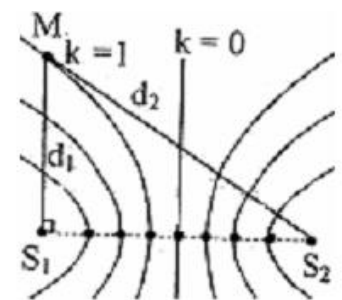
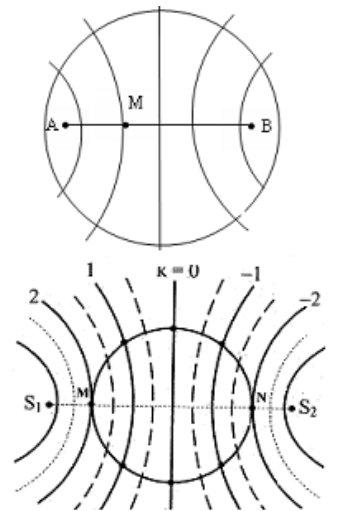
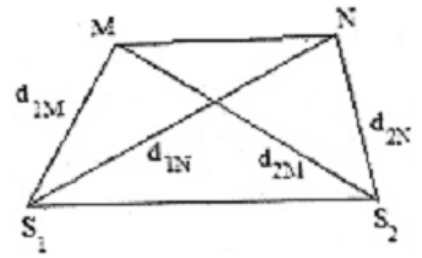
$$d_{1max} = MA$$

- Khi  $|k| = k_{max}$  thì: Khoảng cách ngắn nhất từ một điểm M' đến hai nguồn là:  $d_{1min} = M'A$

Từ công thức:  $\frac{-AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$  với  $|k| = k_{max} \rightarrow d_{1min} = M'A$

**Lưu ý:** Với hai nguồn ngược pha và tại M dao động với biên độ cực tiểu ta làm tương tự.

☞ Các bài toán khác: Sử dụng công thức tính hiệu đường đi và kết hợp mối liên hệ hình học giữa  $d_1$  và  $d_2$  với các yếu tố khác trong bài toán để giải (liên hệ giữa các cạnh trong tam giác vuông).



**DẠNG 4: Tìm vị trí điểm M trên đường trung trực của AB, dao động cùng pha hoặc ngược pha với hai nguồn A, B.**

Giả sử hai nguồn cùng pha có dạng:  $u_1 = u_2 = A \cos \omega t$

**\* Cách 1: Dùng phương trình sóng.**

Phương trình sóng tại M là: 
$$u_M = 2A \cos \left[ \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \right] \cos \left[ \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} \right]$$

➤ Nếu M dao động cùng pha với  $S_1, S_2$  thì:  $\pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} = 2k\pi \rightarrow d_2 + d_1 = k\lambda$

Vì M nằm trên đường trung trực nên  $d_1 = d_2$  ta có:  $d = d_1 = d_2 = k\lambda$

Từ hình vẽ ta có:  $d \geq \frac{AB}{2} \Rightarrow k\lambda \geq \frac{AB}{2} \Rightarrow k \geq \frac{AB}{2\lambda}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )  $\Rightarrow k_{\min} \rightarrow d_{\min} = k_{\min} \lambda$

Theo hình vẽ ta có:  $x = OM = \sqrt{d^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2}$  (điều kiện:  $d \geq \frac{AB}{2}$ )

$x_{\min}$  khi  $d_{\min}$ . Từ điều kiện trên, ta tìm được:  $d_{\min} = k_{\min} \lambda \Rightarrow x_{\min}$

➤ Nếu M dao động ngược pha với  $S_1, S_2$  thì:

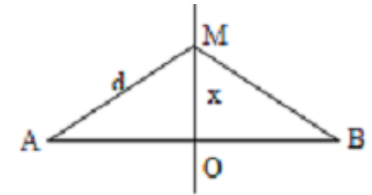
$$\pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} = (2k+1)\pi \rightarrow d_2 + d_1 = (2k+1)\lambda$$

Vì M nằm trên đường trung trực nên ta có:  $d = d_1 = d_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

Tương tự trên, ta tìm được  $d_{\min}$  và  $x_{\min}$

**\* Cách 2: Giải nhanh**

- Ta có:  $k = \frac{AB}{2\lambda} \Rightarrow k_{\text{làm tròn}} = a \rightarrow$
- Điểm cùng pha gần nhất:  $k = a + 1$
  - Điểm cùng pha thứ n:  $k = a + n$
  - Điểm ngược pha gần nhất:  $k = a + 0,5$
  - Điểm ngược pha thứ n:  $k = a + n - 0,5$



**DẠNG 5: Xác định số điểm cùng pha, ngược pha với hai nguồn  $S_1, S_2$  giữa hai điểm MN trên đường trung trực**

Ta có:  $k = \frac{S_1 S_2}{2\lambda}$ ;  $d_M = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{S_1 S_2}{2}\right)^2}$ ;  $d_N = \sqrt{ON^2 + \left(\frac{S_1 S_2}{2}\right)^2}$

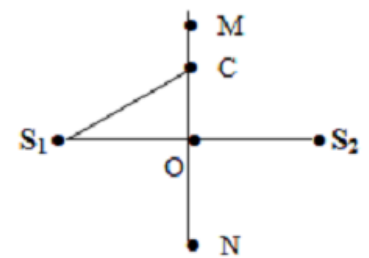
- Cùng pha khi:  $k_M = \frac{d_M}{\lambda}$ ;  $k_N = \frac{d_N}{\lambda}$
- Ngược pha khi:  $k_M + 0,5 = \frac{d_M}{\lambda}$ ;  $k_N + 0,5 = \frac{d_N}{\lambda}$

Từ k và  $k_M \Rightarrow$  số điểm trên OM = a

Từ k và  $k_N \Rightarrow$  số điểm trên ON = b

- Nếu M, N cùng phía  $\Rightarrow$  số điểm trên MN:  $a - b$
- Nếu M, N khác phía  $\Rightarrow$  số điểm trên MN:  $a + b$  (cùng trừ, khác cộng!!!)

Ngoài ra, ta cũng có thể sử dụng phương trình sóng và tính chất hình học để giải toán.

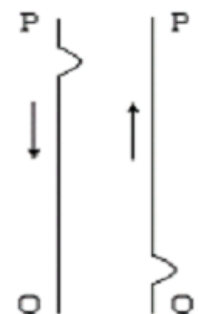
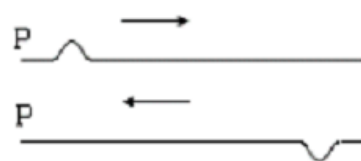


**CHỦ ĐỀ 4: SÓNG DỪNG**

**1. Phản xạ sóng:**

- Khi phản xạ trên vật cản cố định, sóng phản xạ cùng tần số, cùng bước sóng và luôn luôn ngược pha với sóng tới.

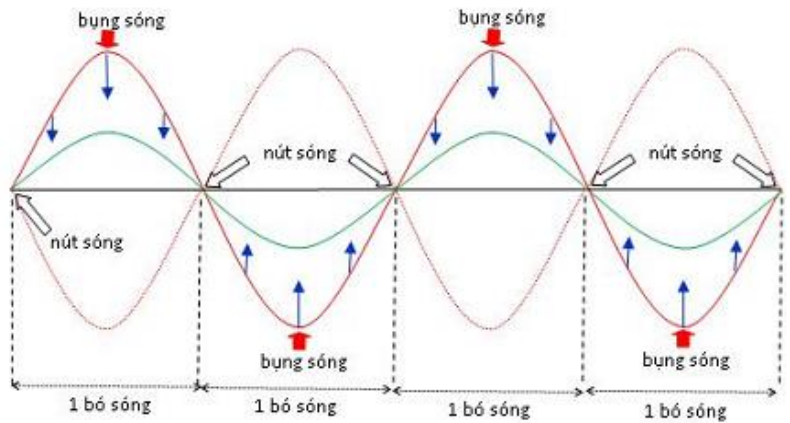
- Khi phản xạ trên vật cản tự do, sóng phản xạ cùng tần số, cùng bước sóng và luôn luôn cùng pha với sóng tới.



**2. Hiện tượng tạo ra sóng dừng:** Sóng tới và sóng phản xạ truyền theo cùng một phương, thì có thể giao thoa với nhau, và tạo ra một hệ sóng dừng. Trong sóng dừng có một số điểm luôn luôn đứng yên gọi là *nút*, và một số điểm luôn luôn dao động với biên độ cực đại gọi là *bụng* sóng.

**3. Đặc điểm của sóng dừng:**

- Đầu cố định hoặc đầu dao động nhỏ là nút sóng. Đầu tự do là bụng sóng.
- Khoảng cách hai điểm nút hoặc hai điểm bụng gần nhau nhất là  $\frac{\lambda}{2}$ .
- Khoảng cách giữa điểm bụng và điểm nút gần nhau nhất là  $\frac{\lambda}{4}$ .
- Nếu sóng tới và sóng phản xạ có biên độ A (bằng biên độ của nguồn) thì biên độ dao động tại điểm bụng là 2A, bề rộng của bụng sóng là 4A.
- Khoảng thời gian giữa hai lần sợi dây căng ngang (các phần tử đi qua VTCB) là T/2.



**- Vị trí các điểm dao động cùng pha, ngược pha:**

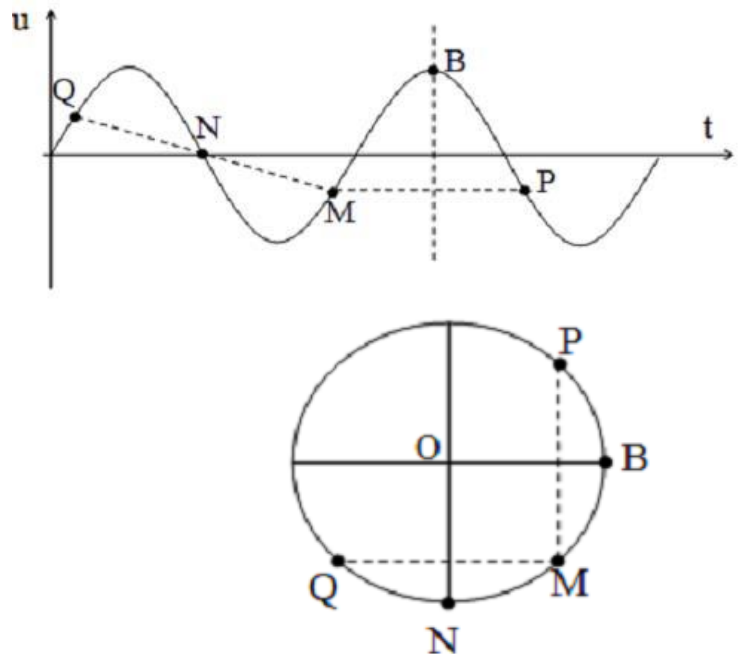
+ Các điểm đối xứng qua một **bụng** thì **cùng pha** (đối xứng với nhau qua đường thẳng đi qua bụng sóng và vuông góc với phương truyền sóng). Các điểm đối xứng với nhau qua một **nút** thì dao động **ngược pha**.

+ Các điểm thuộc **cùng một bó sóng** (khoảng giữa hai nút liên tiếp) thì dao động **cùng pha** vì tại đó phương trình biên độ không đổi dấu. Các điểm nằm ở **hai phía của một nút** thì dao động **ngược pha** vì tại đó phương trình biên độ đổi dấu khi qua nút.

→ Các điểm trên sợi dây đàn hồi khi có sóng dừng ổn định chỉ có thể **cùng** hoặc **ngược pha**.

**Hình vẽ**

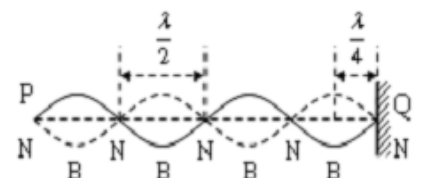
- M, P đối xứng qua bụng B nên **cùng pha** dao động. Dễ thấy phương trình biên độ của M và P cùng dấu. Suy ra, M và P dao động cùng pha
- M, Q đối xứng qua nút N nên **ngược pha** dao động. Dễ thấy phương trình biên độ của M và Q ngược dấu nhau. Suy ra M và Q dao động ngược pha



**4. Điều kiện để có sóng dừng:**

a) Trường hợp hai đầu dây cố định (nút):  $l = k \frac{\lambda}{2}$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ );

- \* số bó sóng = số bụng sóng = k
- \* số nút sóng = k + 1



$$\rightarrow f_k = k \frac{v}{2l} \rightarrow \begin{cases} \lambda_{\max} = 2l \\ f_{\min} = \frac{v}{2l} \rightarrow f_k = k \cdot f_{\min} \Rightarrow f_{\min} = f_{k+1} - f_k \end{cases}$$

**Trường hợp tần số do dây đàn phát ra (hai đầu cố định):**  $f_k = k \frac{v}{2l}$

Ứng với:

$$k = 1 \Rightarrow \text{âm phát ra âm cơ bản có tần số } f_1 = f_k = \frac{v}{2l}$$

$k = 2, 3, 4, \dots$  có các họa âm bậc 2 (tần số  $2f_1$ ), bậc 3 (tần số  $3f_1$ )...

**Vậy: Tần số trên dây 2 đầu cố định tỉ lệ với các số nguyên liên tiếp: 1, 2, 3, ...**

**b) Trường hợp một đầu là nút, một đầu là bụng:**

$$l = (2k+1) \frac{\lambda}{4} \quad (k \in \mathbb{N});$$

\* số bó sóng =  $k$

\* số bụng sóng = số nút sóng =  $k + 1$

$$\rightarrow f_k = (2k+1) \frac{v}{4l} \begin{cases} \lambda_{\max} = 4l \\ f_{\min} = \frac{v}{4l} \rightarrow f_k = (2k+1) \cdot f_{\min} \Rightarrow f_{\min} = \frac{f_{k+1} - f_k}{2} \end{cases}$$

**Trường hợp tần số do ống sáo phát ra (một đầu kín, một đầu hở)**

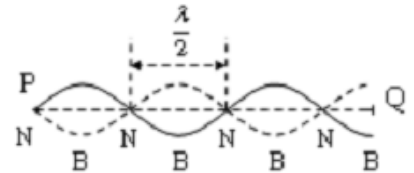
$$f_k = (2k+1) \frac{v}{4l}$$

Ứng với

$$k = 0 \Rightarrow \text{âm phát ra âm cơ bản có tần số } f_1 = \frac{v}{4l}$$

$k = 1, 2, 3, \dots$  có các họa âm bậc 3 (tần số  $3f_1$ ), bậc 5 (tần số  $5f_1$ )...

**Vậy: Tần số trên dây 1 đầu cố định tỉ lệ với các số nguyên lẻ liên tiếp: 1, 3, 5, ...**



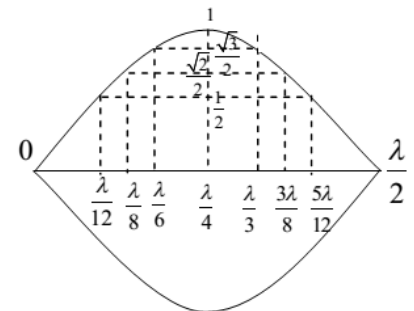
### 5. Biên độ tại 1 điểm trong sóng dừng

\* Với  $x$  là khoảng cách từ M đến đầu **nút** sóng thì biên độ:

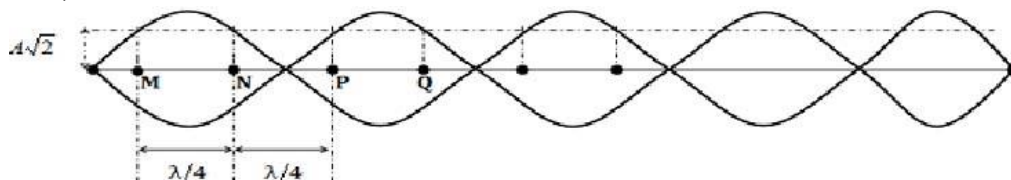
$$A_M = 2A \left| \sin \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \right|$$

\* Với  $x$  là khoảng cách từ M đến đầu **bụng** sóng thì biên độ:

$$A_M = 2A \left| \cos \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \right|$$



\* Các điểm có cùng biên độ (không kể điểm bụng và điểm nút) cách đều nhau một khoảng  $\lambda/4$ . Nếu  $A$  là biên độ sóng ở nguồn thì biên độ dao động tại các điểm này sẽ là  $A_i = A \sqrt{2}$



**6\*\*.** Vận tốc truyền sóng trên dây: phụ thuộc vào lực căng dây  $F$  và mật độ khối lượng trên một

đơn vị chiều dài  $\mu$ . Ta có:  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  với  $\mu = \frac{m}{l}$

## CHƯƠNG III: DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

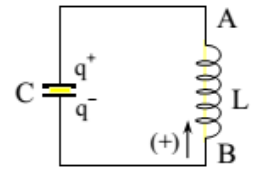
### CHỦ ĐỀ 1: MẠCH DAO ĐỘNG

**1. Mạch dao động:** Cuộn cảm có độ tự cảm  $L$  mắc nối tiếp với tụ điện  $C$  thành mạch điện kín ( $R = 0$ ) A

- Sau khi tụ điện đã được tích điện, nó phóng điện qua cuộn cảm và tạo ra trong mạch LC một dao động điện từ tự do (hay dòng điện xoay chiều).

- **Dao động điện từ tự do:** là sự biến thiên điều hoà theo thời gian của điện tích  $q$  của một bản tụ điện và cường độ dòng điện  $i$  (hoặc cường độ điện trường  $\vec{E}$  và cảm ứng từ  $\vec{B}$ ) trong mạch dao động.

- Sự hình thành dao động điện từ tự do trong mạch là do **hiện tượng tự cảm**.



**2. Các biểu thức:**

**a. Biểu thức điện tích:**  $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$

**b. Biểu thức dòng điện:**  $i = q' = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$ ; Với  $I_0 = \omega q_0 = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$

**c. Biểu thức điện áp:**  $u = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi) = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ ; Với  $U_0 = \frac{q_0}{C} = I_0 \sqrt{LC}$

**d. Bước sóng của sóng điện từ:**  $\lambda = \frac{c}{f} = c \cdot 2\pi \sqrt{LC} = c \cdot 2\pi \frac{q_0}{I_0}$ ; Với:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Trong đó  $q, i, u$  biến thiên điều hoà theo thời gian với cùng tần số góc:  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Chu kỳ riêng:  $T = 2\pi \sqrt{LC} = 2\pi \frac{q_0}{I_0}$ ; tần số riêng  $f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$

**Nhận xét:**

- Điện tích  $q$  và điện áp  $u$  luôn cùng pha với nhau.

- Cường độ dòng điện  $i$  luôn sớm pha hơn ( $q$  và  $u$ ) một góc  $\pi/2$ .

**3. Năng lượng điện từ:** Tổng năng lượng điện trường tụ điện và năng lượng từ trường trên cuộn cảm gọi là năng lượng điện từ.

**a. Năng lượng điện từ:**  $W = W_C + W_L = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C}$

**b. Năng lượng điện trường:**  $W_C = \frac{1}{2} C u^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C} q_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

**c. Năng lượng từ trường:**  $W_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2C} q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

**Nhận xét:**

+ Trong quá trình dao động điện từ, có sự chuyển đổi từ năng lượng điện trường thành năng lượng từ trường và ngược lại, nhưng **tổng của chúng thì không đổi**.

+ Mạch dao động có tần số góc  $\omega$ , tần số  $f$  và chu kỳ  $T$  thì  $W_L$  và  $W_C$  biến thiên với tần số góc  $2\omega$ , tần số  $2f$  và chu kỳ  $T/2$ .

+ Trong một chu kỳ có 4 lần  $W_L = W_C$ , khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp để  $W_L = W_C$  là  $T/4$ .

+ Thời gian từ lúc  $W_L = W_{Lmax}$  ( $W_C = W_{Cmax}$ ) đến lúc  $W_L = W_{Lmax} / 2$  ( $W_C = W_{Cmax} / 2$ ) là  $T/8$ .

+ Khi  $W_L = n W_C \Rightarrow q = \pm \frac{Q_0}{\sqrt{n+1}}$ ;  $u = \pm \frac{U_0}{\sqrt{n+1}}$ ;  $i = \pm \frac{I_0}{\sqrt{\frac{1}{n} + 1}}$

**\*\* Cách cấp năng lượng ban đầu cho mạch dao động:**

- Cấp năng lượng ban đầu cho tụ:  $W = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}CU_0^2$ ; Với E: là suất điện động của nguồn

- Cấp năng lượng ban đầu cho cuộn dây:  $W = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r}\right)^2$ ; Với r là điện trở trong của nguồn

**4. Các hệ thức độc lập:**

$$a) \quad Q_0^2 = q^2 + \left(\frac{i}{\omega}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{q}{Q_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 = 1 \quad \text{hay} \quad \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 = 1$$

$$b) \quad W = W_C + W_L \rightarrow \begin{cases} u^2 + \frac{L}{C}i^2 = U_0^2 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{C}{L}(U_0^2 - u^2)} \\ i^2 + \frac{C}{L}u^2 = I_0^2 \Rightarrow u = \sqrt{\frac{L}{C}(I_0^2 - i^2)} \end{cases}$$

**5. Bài toán ghép tụ:**

+ Nếu  $C_1$  ss  $C_2$  ( $C = C_1 + C_2$ ) hay  $L_1$  nt  $L_2$  ( $L = L_1 + L_2$ ) thì  $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}; \lambda^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2; T^2 = T_1^2 + T_2^2$

+ Nếu  $C_1$  nt  $C_2$  ( $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ ) hay  $L_1$  ss  $L_2$  ( $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ ) thì  $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}; \lambda^2 = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2}; f^2 = f_1^2 + f_2^2$

**Kinh nghiệm: Đừng học thuộc lòng, bạn chỉ cần nhớ mối liên hệ thuận - nghịch giữa các đại lượng T, f, λ, C, L với nhau ta sẽ có ngay các công thức trên!**

**6. Bài toán thời gian tụ phóng - tích điện:** vận dụng sự tương quan giữa **ĐDDH** và **CĐTD** để giải, cách thức giống chương dao động cơ. **Ví dụ:** Thời gian từ lúc tụ tích điện cực đại đến lúc tụ phóng hết điện tích là  $\frac{T}{4}$

**7. Công suất bù đắp do hao phí khi mạch dao động có điện trở thuần  $R \neq 0$ :** dao động sẽ tắt dần. Để duy trì dao động cần cung cấp cho mạch một năng lượng có công suất:

$$P = I^2R = \frac{\omega^2 C^2 U_0^2}{2} R = \frac{U_0^2 RC}{2L} \quad (W) \Rightarrow W = P.t$$

**8. Mạch dao động có L biến đổi từ  $L_{Min} \rightarrow L_{Max}$  và C biến đổi từ  $C_{Min} \rightarrow C_{Max}$**  thì bước sóng λ của sóng điện từ phát (hoặc thu):

$$\lambda_{Min} \text{ tương ứng với } L_{Min} \text{ và } C_{Min}: \lambda_{min} = c2\pi \sqrt{L_{min} C_{min}}$$

$$\lambda_{Max} \text{ tương ứng với } L_{Max} \text{ và } C_{Max}: \lambda_{max} = c2\pi \sqrt{L_{max} C_{max}}$$

**9. Góc quay α của tụ xoay:**

- Tụ xoay có điện dung C tỉ lệ theo hàm số bậc nhất đối với góc xoay α:  $C = a.\alpha + b$

+ Từ các dữ kiện  $\alpha_{min}; \alpha_{max}; C_{min}; C_{max}$  ta tìm được 2 hệ số a và b.

+ Từ các dữ kiện λ và L ta tìm được C rồi thay vào:  $C = a.\alpha + b$ , suy ra góc xoay α.

Hoặc:

+ Khi tụ quay từ  $\alpha_{min}$  đến α (để điện dung từ  $C_{min}$  đến C) thì:  $\frac{\alpha - \alpha_{min}}{\alpha_{max} - \alpha_{min}} = \frac{C - C_{min}}{C_{max} - C_{min}}$

+ Khi tụ quay từ vị trí  $\alpha_{max}$  về vị trí α (để điện dung từ C đến  $C_{max}$ ) thì:  $\frac{\alpha_{max} - \alpha}{\alpha_{max} - \alpha_{min}} = \frac{C_{max} - C}{C_{max} - C_{min}}$

- Khi tụ xoay  $C_x // C_0$ :  $\frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_0 + C_{x1}}{C_0 + C_{x2}}$



## CHỦ ĐỀ 2: SÓNG ĐIỆN TỪ

### 1. Điện từ trường

- Khi 1 từ trường biến thiên theo thời gian thì nó sinh ra 1 **điện trường xoáy** (là 1 điện trường mà các đường sức bao quanh các đường cảm ứng từ). Ngược lại khi một điện trường biến thiên theo thời gian nó sinh ra 1 **từ trường xoáy** (là 1 từ trường mà các đường cảm ứng từ bao quanh các đường sức của điện trường)

- Dòng điện qua cuộn dây là **dòng điện dẫn**, dòng điện qua tụ điện là **dòng điện dịch** (là sự biến thiên của điện trường giữa 2 bản tụ)

- Điện trường và từ trường là 2 mặt thể hiện khác nhau của 1 loại trường duy nhất là điện từ trường.

**2. Sóng điện từ:** là điện từ trường lan truyền trong không gian của điện từ trường biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

#### a. Đặc điểm sóng điện từ:

- Sóng điện từ lan truyền được trong **chân không** với tốc độ  $c = 3.10^8 \text{ m/s}$

- **Sóng điện từ là sóng ngang** do nó có 2 thành phần là thành phần điện  $\vec{E}$  và thành phần từ  $\vec{B}$  **vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền sóng.**

+ Các vectơ  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{v}$  lập thành một tam diện thuận: xoay đỉnh ốc để vectơ  $\vec{E}$  trùng vectơ  $\vec{B}$  thì chiều tiến của đỉnh ốc là chiều của vectơ  $\vec{v}$

+ Các phương trong không gian: *nếu chúng ta ở mặt đất, hướng mặt về phương Bắc, lúc đó tay trái chúng ta ở hướng Tây, tay phải ở hướng Đông. Vì vậy: nếu giả sử vectơ  $\vec{E}$  đang cực đại và hướng về phía Tây thì vectơ  $\vec{B}$  cũng cực đại (do cùng pha) và hướng về phía Nam (như hình vẽ).*

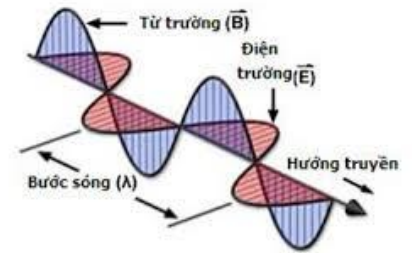
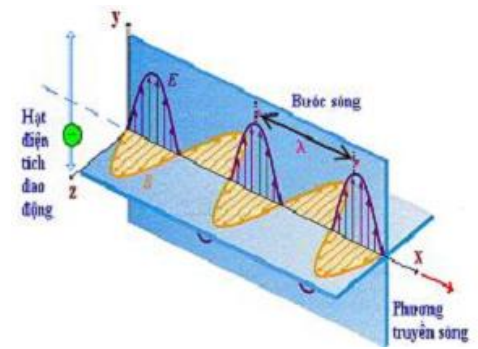
- Dao động của **điện trường và từ trường tại 1 điểm luôn đồng pha.**

- Cũng có các tính chất giống như sóng cơ học: phản xạ, khúc xạ, giao thoa.

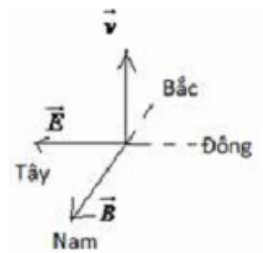
Truyền tốt trong các môi trường thường theo thứ tự: **Chân không > khí > lỏng > rắn. Khi truyền từ không khí vào nước:  $f$  không đổi;  $v$  và  $\lambda$  giảm.**

- Sóng điện từ mang năng lượng.

- Sóng điện từ bước sóng từ vài  $m$  đến vài  $km$  dùng trong thông tin vô tuyến gọi là sóng vô tuyến:



Hình 2. Sóng điện từ



| Loại sóng     | Tần số         | Bước sóng                | Đặc tính                                                                                                                      |
|---------------|----------------|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Sóng dài      | 3 - 300 KHz    | $10^5 - 10^3 \text{ m}$  | Năng lượng nhỏ, ít bị nước hấp thụ, dùng thông tin liên lạc dưới nước.                                                        |
| Sóng trung    | 0,3 - 3 MHz    | $10^3 - 10^2 \text{ m}$  | Ban ngày tầng điện li hấp thụ mạnh, ban đêm ít bị hấp thụ => ban đêm nghe đài sóng trung rõ hơn ban ngày                      |
| Sóng ngắn     | 3 - 30 MHz     | $10^2 - 10 \text{ m}$    | Năng lượng lớn, bị tầng điện li và mặt đất phản xạ nhiều lần => thông tin trên mặt đất kể cả ngày và đêm.                     |
| Sóng cực ngắn | 30 - 30000 MHz | $10 - 10^{-2} \text{ m}$ | Có năng lượng rất lớn, không bị tầng điện li hấp thụ, xuyên qua tầng điện li nên dùng thông tin vũ trụ, vô tuyến truyền hình. |

### 3. Nguyên tắc chung của việc thông tin truyền thanh bằng sóng vô tuyến

a) **Phát và thu sóng điện từ:** Dựa vào nguyên tắc **cộng hưởng điện từ** trong mạch LC ( $f = f_0$ )

- Để **phát** sóng điện từ người ta mắc phối hợp 1 máy phát dao động điều hoà với 1 ăngten (là 1

mạch dao động hở)

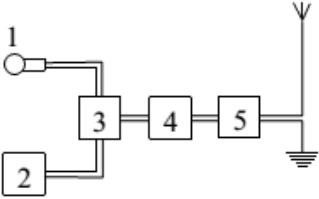
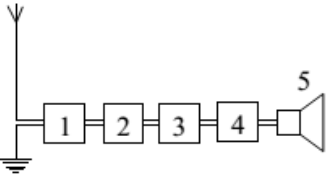
- Để **thu** sóng điện từ người ta mắc phối hợp 1 ăngten với 1 mạch dao động có tần số riêng điều chỉnh được (để xảy ra **cộng hưởng** với tần số của sóng cần thu).

**b) Nguyên tắc chung:**

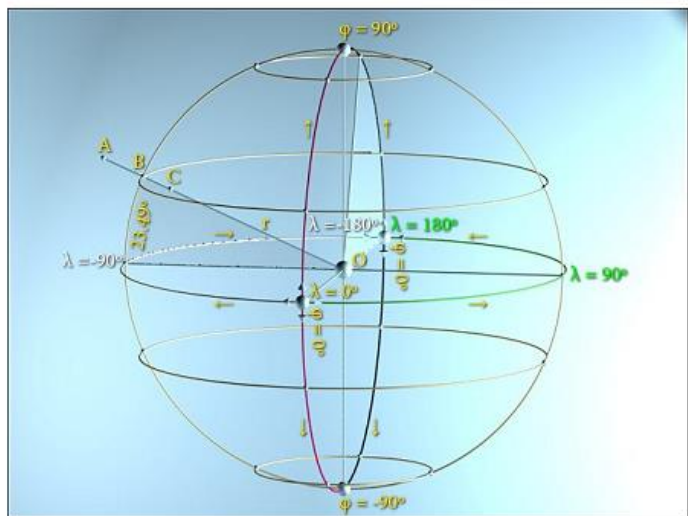
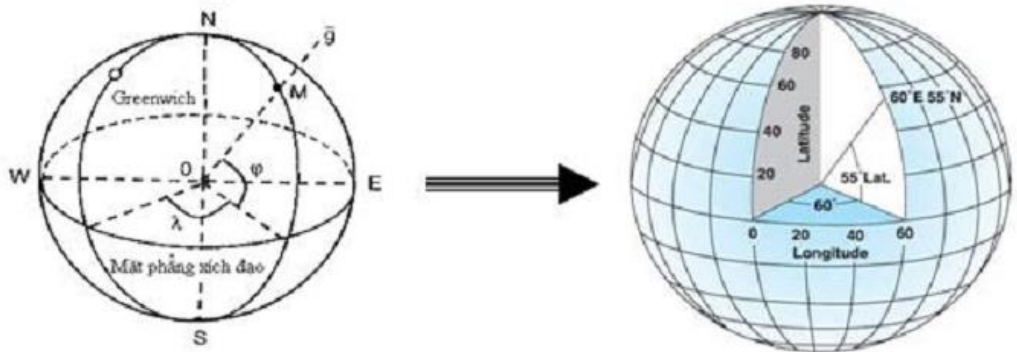
- a. Phải dùng sóng điện từ cao tần để tải thông tin gọi là **sóng mang**.
- b. Phải biến điệu các sóng mang: “trộn” sóng âm tần với **sóng mang**.
- c. Ở nơi thu phải tách sóng âm tần ra khỏi sóng mang.
- d. Khuếch đại tín hiệu thu được.

**Lưu ý:** Sóng mang có biên độ bằng **biên độ của sóng âm tần**, có tần số bằng **tần số của sóng cao tần**.

**c) Sơ đồ khối của máy phát thanh vô tuyến điện đơn giản:**

| Máy phát                                                                                                                                                                                                       | Máy thu                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                               |                                                                                                                                                             |
| <p>(1): Micrô.<br/>                 (2): Mạch phát sóng điện từ cao tần.<br/>                 (3): <b>Mạch biến điệu</b>.<br/>                 (4): Mạch khuếch đại.<br/>                 (5): Anten phát.</p> | <p>(1): Anten thu.<br/>                 (2): Mạch khuếch đại dao động điện từ cao tần.<br/>                 (3): <b>Mạch tách sóng</b>.<br/>                 (4): Mạch khuếch đại dao động điện từ âm tần.<br/>                 (5): Loa.</p> |

**Chú ý:** Tìm hiểu cách xác định kinh độ và vĩ độ !!!



## CHƯƠNG IV: DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

### CHỦ ĐỀ 1: CÁC LOẠI ĐOẠN MẠCH

#### 📖 DẠNG 1: Viết biểu thức cường độ dòng điện và điện áp

|                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Biểu thức hiệu điện thế xoay chiều:</b><br>$u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$<br><b>u(t):</b> hiệu điện thế tức thời (V)<br><b>U<sub>0</sub>:</b> hiệu điện thế cực đại (V)<br><b>φ<sub>u</sub>:</b> pha ban đầu của hiệu điện thế. | <b>2. Biểu thức cường độ dòng điện:</b><br>$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$<br><b>i(t):</b> cường độ dòng điện tức thời (A)<br><b>I<sub>0</sub>:</b> cường độ dòng điện cực đại (A)<br><b>φ<sub>i</sub>:</b> pha ban đầu của cường độ dòng điện. |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**3. Các giá trị hiệu dụng:**  $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$  (V);  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$  (A)

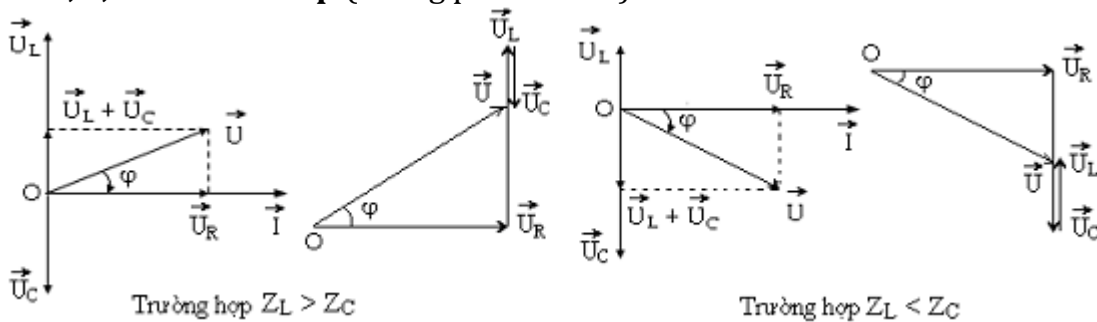
**4. Các loại đoạn mạch:**

\* Đoạn mạch chỉ có **R**:  $u_R$  **cùng pha** với  $i$ ;  $I = \frac{U_R}{R}$

\* Đoạn mạch chỉ có **L**:  $u_L$  **sớm pha** hơn  $i$  góc  $\frac{\pi}{2}$ ;  $I = \frac{U_L}{Z_L}$ ; với  $Z_L = L\omega$  (Ω): **cảm kháng**.

\* Đoạn mạch chỉ có **C**:  $u_C$  **chậm pha** hơn  $i$  góc  $\frac{\pi}{2}$ ;  $I = \frac{U_C}{Z_C}$ ; với  $Z_C = \frac{1}{C\omega}$  (Ω): **dung kháng**.

\* Đoạn mạch **R, L, C mắc nối tiếp** (không phân nhánh):



- **Điện áp hiệu dụng:**  $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I \cdot \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = I \cdot Z$

Với  $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ : gọi là **tổng trở** của đoạn mạch RLC.

**Chú ý:** Nếu trong mạch không có dụng cụ nào thì coi như **"trở kháng"** của nó bằng không.

- **Cường độ hiệu dụng:**  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_L}{Z_L} = \frac{U_C}{Z_C}$ ; - **Cường độ cực đại:**  $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_{0R}}{R} = \frac{U_{0L}}{Z_L} = \frac{U_{0C}}{Z_C}$

- **Độ lệch pha φ giữa u và i:**  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{U_{0L} - U_{0C}}{U_{0R}} \rightarrow \varphi$

+ Nếu đoạn mạch có tính **cảm kháng**, tức là  $Z_L > Z_C$  thì  $\varphi > 0$ :  $u$  **sớm pha** hơn  $i$ .

+ Nếu đoạn mạch có tính **dung kháng**, tức là  $Z_L < Z_C$  thì  $\varphi < 0$ :  $u$  **trễ pha** hơn  $i$ .

**5. Viết biểu thức điện áp và cường độ dòng điện:**

- Nếu  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$  thì  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_i + \varphi)$ .

- Nếu  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  thì  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_u - \varphi)$ .

**Chú ý:** Ta cũng có thể sử dụng máy tính FX 570 ES để giải nhanh chóng dạng toán này:

**Ấn: [MODE] [2]; [SHIFT] [MODE] [4]:**

- Tìm tổng trở Z và góc lệch pha φ: **nhập máy lệnh**  $[R + (Z_L - Z_C)i]$

- Cho  $u(t)$  viết  $i(t)$  ta thực hiện phép **chia** hai số phức:  $i = \frac{u}{Z} = \frac{U_0 \angle \varphi_u}{[R + (Z_L - Z_C)i]}$

- Cho  $i(t)$  viết  $u(t)$  ta thực hiện phép **nhân** hai số phức:  $u = i \cdot \bar{Z} = I_0 \angle \varphi_i \times [R + (Z_L - Z_C)j]$

- Cho  $u_{AM}(t)$ ;  $u_{MB}(t)$  viết  $u_{AB}(t)$  ta thực hiện phép **cộng** hai số phức: như tổng hợp hai dao động.

**Thao tác cuối: [SHIFT] [2] [3] [=]**

**DẠNG 2: Công suất của dòng điện xoay chiều - Hệ số công suất.**

- Công suất tiêu thụ của mạch điện xoay chiều:  $P = UI \cos \varphi$  Hay  $P = RI^2 = U_{RI} = \frac{U^2 R}{Z^2}$

- Hệ số công suất:  $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{U_{OR}}{U_0} = \frac{P}{UI}$

**\* Ý nghĩa của hệ số công suất  $\cos \varphi$ :**

- Khi  $\cos \varphi = 1$  ( $\varphi = 0$ ): mạch chỉ có R, hoặc mạch RLC có cộng hưởng điện. Lúc đó:  $P = P_{\max} = UI = \frac{U^2}{R}$

- Khi  $\cos \varphi = 0$  ( $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ ): Mạch chỉ có L, hoặc C, hoặc có cả L và C mà không có R. Lúc đó:  $P = P_{\min} = 0$

- Nâng cao hệ số công suất  $\cos \varphi$  để giảm cường độ dòng điện nhằm giảm hao phí điện năng trên đường dây tải điện. Hệ số công suất của các thiết bị điện quy định phải  $\geq 0,85$ .

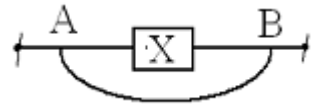
**DẠNG 3: Quan hệ giữa các giá trị hiệu dụng**

- Sử dụng công thức:  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$ ;  $\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}$ ;  $\cos \varphi = \frac{U_R}{U}$

- Sử dụng các công thức cho từng loại đoạn mạch  $\Rightarrow$  Giải các phương trình để tìm:  $U_R, U_L, U_C \dots$

- Hoặc sử dụng giản đồ vectơ Fresnel kết hợp định lý hàm số cosin (hoặc sin) và các hệ thức lượng trong tam giác để tính  $U_R, U_L, U_C, U \dots$

- *Hiện tượng đoản mạch*: Toàn bộ dòng điện không đi qua phần tử ZX mà đi qua dây nối AB nên khi có hiện tượng đoản mạch ở phần tử nào ta có thể xem như không có (khuyết) phần tử đó trong mạch.



**Bài toán 1:** Nếu có một sự thay đổi của một phần tử nào đó (R, L hay C) thì tổng trở Z thay đổi, mà **điện áp toàn mạch không đổi** nên cường độ dòng thay đổi và kéo theo điện áp trên từng phần tử cũng thay đổi, song với những phần tử không biến thiên, dù điện áp của chúng có thay đổi thì tỉ lệ điện áp giữa chúng vẫn không đổi.

**Ví dụ:** Phần tử C thay đổi thì tỉ lệ  $\frac{U_R}{U_L}$  không đổi, nghĩa là:  $\frac{U'_R}{U'_L} = \frac{U_R}{U_L}$

**Bài toán 2:** Khi mắc lần lượt R, L, C vào một hiệu điện thế xoay chiều ổn định thì cường độ hiệu dụng lần lượt là  $I_1, I_2, I_3$ . Khi mắc mạch gồm **RLC nối tiếp** vào hiệu điện thế trên thì cường độ hiệu dụng qua mạch bằng:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{U}{I_1}\right)^2 + \left(\frac{U}{I_2} - \frac{U}{I_3}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{I_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_3}\right)^2}}$$

**Bài toán 3:** Khi cuộn dây có điện trở thuần r ta xem mạch mới như mạch RrLC mắc nối tiếp và khảo sát tương tự mạch RLC nối tiếp.

- Cuộn dây có điện trở  $r \neq 0$  thì cuộn dây tương đương

- Điện trở thuần tương đương là:  $R + r$  ;

- Điện áp:  $U = \sqrt{(U_R + U_r)^2 + (U_L - U_C)^2}$  (hay  $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$  ;

- Công suất toàn mạch:  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = (R + r) I^2$  (hay  $\cos \varphi = \frac{R+r}{Z}$  ;  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R+r}$  )

**DẠNG 4: Quan hệ giữa các giá trị tức thời.**

Khi giả thiết cho **tại thời điểm t** một giá trị điện áp hay cường độ dòng điện nào đó thì ta phải hiểu đó là các giá trị tức thời.

\* Ở đoạn mạch R:  $\frac{u_R}{U_R} - \frac{i}{I} = 0$  (vì  $R = \frac{u_R}{i} = \frac{U_R}{I}$ )

\* Ở đoạn mạch L (hoặc đoạn mạch C, hoặc đoạn mạch LC):  $\frac{i^2}{I_0^2} + \frac{u_L^2}{U_{0L}^2} = 1 \Rightarrow \frac{i^2}{I^2} + \frac{u_L^2}{U_L^2} = 2$

• Tương tự:  $\frac{i^2}{I_0^2} + \frac{u_C^2}{U_{0C}^2} = 1 \Rightarrow \frac{i^2}{I^2} + \frac{u_C^2}{U_C^2} = 2$  và  $\frac{i^2}{I_0^2} + \frac{u_{LC}^2}{U_{0LC}^2} = 1 \Rightarrow \frac{i^2}{I^2} + \frac{u_{LC}^2}{U_{LC}^2} = 2$

• Vì  $i = \frac{u_R}{R}$ ;  $I_0 = \frac{U_{0R}}{R}$  và  $\frac{i^2}{I_0^2} + \frac{u_L^2}{U_{0L}^2} = 1$  nên ta còn có:  $\frac{u_R^2}{U_{0R}^2} + \frac{u_L^2}{U_{0L}^2} = 1$  và  $\frac{u_R^2}{U_{0R}^2} + \frac{u_C^2}{U_{0C}^2} = 1$

• Hai điện áp  $u_L$  và  $u_C$  ngược pha nhau, giả sử  $Z_L = nZ_C \rightarrow u_L = -n.u_C$

• Cả mạch ta luôn có:  $u = u_R + u_L + u_C$ ;  $i = \frac{u_R}{R} \neq \frac{u_L}{Z_L} \neq \frac{u_C}{Z_C} \neq \frac{u}{Z}$

$$\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = 0; \frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \sqrt{2} \quad (\text{Vì } \frac{U}{U_0} = \frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{2}})$$

\* Công suất tức thời:

$$p = u.i = UI \cos(\omega t). \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi + \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(2\omega t + \varphi) = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

|             | Biểu thức đúng                                                        | Biểu thức sai                                               |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Tức thời    | $i = i_R = i_L = i_C$                                                 | $i = i_R + i_L + i_C$                                       |
| Hiệu dụng   | $I = I_R = I_L = I_C$                                                 |                                                             |
| Tức thời    | $u = u_R + u_L + u_C$                                                 | $u = u_R = u_L = u_C$                                       |
| Hiệu dụng   | $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$ với $U \geq U_R$                   | $U = U_R + U_L + U_C$ và $U < U_R$                          |
| Véc tơ      | $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$                         |                                                             |
| Tức thời    | $i = \frac{u_R}{R}$                                                   | $i = \frac{u_L}{Z_L}; i = \frac{u_C}{Z_C}; i = \frac{u}{Z}$ |
| Hiệu dụng   | $I = \frac{U}{Z} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_L}{Z_L} = \frac{U_C}{Z_C}$ |                                                             |
| Độ lệch pha | $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$                      | $-\pi \leq \varphi \leq \pi$                                |

↪ Dạng toán liên quan đến đường tròn lượng giác

1. Tính thời gian đèn huỳnh quang sáng và tắt:

Khi đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  vào hai đầu bóng đèn, biết đèn chỉ sáng lên khi  $u \geq U_1$

\* Trong một chu kỳ:

- Thời gian đèn sáng:  $t_n = \frac{4}{\omega} \arccos \frac{U_1}{U_0}$

\* Trong khoảng thời gian  $t = nT$ :

- Thời gian đèn sáng:  $t_s = n.\Delta t_s$
- Thời gian đèn tắt:  $t_t = n.\Delta t_t = t - t_s$

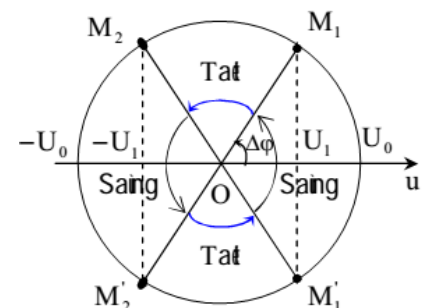
2. Sử dụng góc quét  $\Delta\varphi = \omega.\Delta t$  để giải dạng toán tìm điện áp và cường độ dòng điện tại thời điểm:  $t_2 = t_1 + \Delta t$ .

3. Số lần đổi chiều dòng điện

- Dòng điện  $i = I_0 \cos(2\pi ft + \varphi_i)$ : Trong một chu kỳ đổi chiều 2 lần, mỗi giây đổi chiều  $2f$  lần.
- Nhưng nếu  $\varphi_i = \pm \pi/2$  thì chỉ gây đầu tiên đổi chiều  $2f - 1$  lần, các giây sau đổi chiều  $2f$  lần.

📖 DẠNG 5: Cộng hưởng điện

a. Khi xảy ra cộng hưởng thì:  $Z_L = Z_C$  ( $U_L = U_C$ ) hay  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow LC\omega_0^2 = 1$



**Lưu ý:** Trong các trường hợp khác thì:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{Z_L}{Z_C}}$$

**b. Các biểu hiện của cộng hưởng điện:**

$$Z = Z_{\min} = R ; U_{R\max} = U ; I_{\max} = \frac{U}{R} ; P_{\max} = \frac{U^2}{R} ; \cos\varphi = 1 ; \varphi = 0$$

**Lưu ý:** Trong các trường hợp khác thì công suất của mạch được tính bằng:

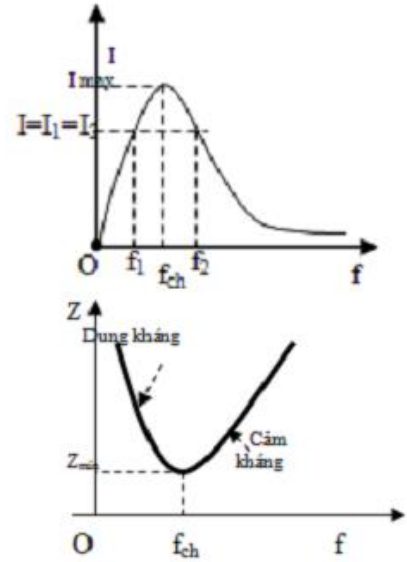
$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{Z^2} \cdot R = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{\max} \cos^2 \varphi \Rightarrow P = P_{\max} \cdot \cos^2 \varphi$$

**c. Đường cong cộng hưởng của đoạn mạch RLC:**

- R càng lớn thì cộng hưởng càng không rõ nét.
- **Độ chênh lệch**  $|f - f_{ch}|$  **càng nhỏ thì I càng lớn.**

**d. Liên hệ giữa Z và tần số f:**  $f_0$  là tần số lúc cộng hưởng .

- Khi  $f < f_{ch}$ : Mạch có tính dung kháng, Z và f nghịch biến.
- Khi  $f > f_{ch}$ : Mạch có tính cảm kháng, Z và f đồng biến.



**e. Hệ quả:**

Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì I (hoặc P;  $U_R$ ) như nhau, với  $\omega = \omega_{ch}$  thì  $I_{Max}$  (hoặc  $P_{Max}$ ;  $U_{Rmax}$ ) ta có:  $\omega_{ch} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  hay  $f_{ch} = \sqrt{f_1 f_2}$

**Chú ý:**

- ♦ Áp dụng hiện tượng cộng hưởng để tìm L, C, f khi:
  - Số chỉ ampe kế cực đại.
  - Cường độ dòng điện và điện áp đồng pha ( $\varphi = 0$ ).
  - Hệ số công suất cực đại, công suất tiêu thụ cực đại.
- ♦ Nếu đề bài yêu cầu mắc thêm tụ  $C_2$  với  $C_1$  để mạch xảy ra cộng hưởng, tìm cách mắc và tính  $C_2$  ta làm như sau:

\* Khi mạch xảy ra cộng hưởng thì  $Z_{ctd} = Z_L$

\* So sánh giá trị  $Z_L$  (lúc này là  $Z_{ctd}$ ) và  $Z_{C1}$

- Nếu  $Z_L > Z_{C1}$  ( $C_{td} < C_1$ )  $\Rightarrow C_2$  ghép nt  $C_1 \rightarrow Z_C = Z_{Ctd} - Z_{C1} \rightarrow C_2 = \frac{1}{Z_{C2} \cdot \omega}$

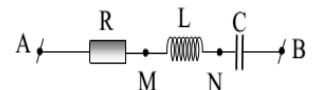
- Nếu  $Z_L < Z_{C1}$  ( $C_{td} > C_1$ )  $\Rightarrow C_2$  ghép ss  $C_1 \rightarrow Z_{C2} = \frac{Z_{C1} \cdot Z_{Ctd}}{Z_{C1} - Z_{Ctd}} \rightarrow C_2 = \frac{1}{Z_{C2} \cdot \omega}$

♦ Bảng ghép linh kiện:

| Ghép nối tiếp                                                       | Ghép song song                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| $R = R_1 + R_2 + \dots R_n$                                         | $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \frac{1}{R_n}$            |
| $Z_L = Z_{L1} + Z_{L2} + \dots + Z_{Ln}$                            | $\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} + \dots \frac{1}{Z_{Ln}}$ |
| $L = L_1 + L_2 + \dots L_n$                                         | $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots \frac{1}{L_n}$            |
| $Z_C = Z_{C1} + Z_{C2} + \dots + Z_{Cn}$                            | $\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} + \dots \frac{1}{Z_{Cn}}$ |
| $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \frac{1}{C_n}$ | $C = C_1 + C_2 + \dots C_n$                                                    |

**DẠNG 6: Giải toán mạch điện xoay chiều bằng giản đồ vectơ**

Xét mạch R,L,C mắc nối tiếp như hình vẽ:



1. Cách vẽ giản đồ vectơ buộC: dùng qui tắc hình bình hành (ít dùng)
2. Cách vẽ giản đồ vectơ trượT: dùng qui tắc đa giác (thường dùng)

\* Chọn trục nằm ngang là trục dòng điện, điểm đầu mạch làm gốc (đó là điểm O).

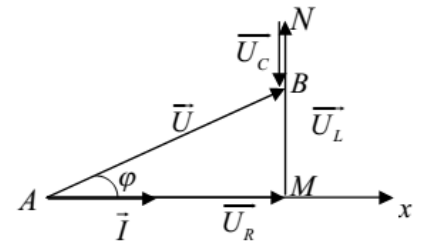
\* Vẽ lần lượt các vectơ biểu diễn các điện áp, lần lượt từ O sang S nối đuôi nhau theo nguyên tắc:

**R - ngang; L - lên; C - xuống.**

\* Nối các điểm trên giản đồ có liên quan đến dữ kiện của bài toán.

\* Biểu diễn các số liệu lên giản đồ.

\* Dựa vào các hệ thức lượng trong tam giác, các hàm số sin và cosin, các công thức toán học để tìm các điện áp hoặc góc chưa biết.

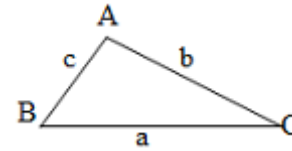


**3. Một số lưu ý**

- **Hệ thức lượng trong tam giác:**

a. Định lý hàm số sin:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

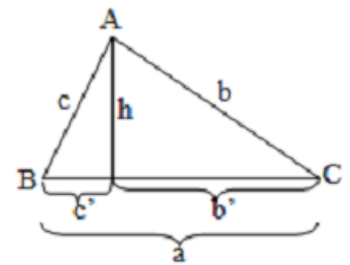


b. Định lý hàm số cosin:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos \hat{A}$$

- **Hệ thức lượng trong tam giác vuông:** Cho tam giác vuông ABC vuông tại A, đường cao AH = h, BC = b, AC = b, AB = c, CH = b', BH = c', ta có các hệ thức sau:

$$b^2 = ab'; c^2 = ac'; h^2 = b'c'; b.c = a.h; \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$



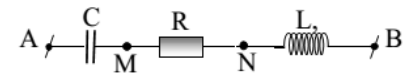
**Ví dụ ứng dụng hệ thức đường cao trong tam giác vuông:**

Cho mạch điện như hình vẽ.

- Nếu bài toán cho  $U_{AM}$  và  $U_{NB}$ ; biết  $U_{AN}$  và  $U_{MB}$  vuông pha với nhau.

Tính  $U_{MN}$

Ta có:  $h^2 = b'c' \rightarrow U_R^2 = U_L \cdot U_C \rightarrow U_{MN} = U_R$



- Nếu bài toán cho  $U_{AN}$  và  $U_{MB}$ ; biết  $U_{AN}$  và  $U_{MB}$  vuông pha với nhau.

Tính  $U_{MN}$

Ta có:  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \rightarrow \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U_{AN}^2} + \frac{1}{U_{MB}^2} \rightarrow U_{MN} = U_R$

**Bài toán 1: Liên quan đến độ lệch pha**

a. Trường hợp 1:  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm \Delta\varphi$  (độ lệch pha của hai đoạn mạch ở trên cùng một mạch điện) khi đó:

✓ Nếu  $\Delta\varphi = 0$  (hai điện áp đồng pha) thì  $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \tan\varphi_1 = \tan\varphi_2$

Lúc này ta có thể cộng các biên độ điện áp thành phần:  $U = U_1 + U_2 \Rightarrow Z = Z_1 + Z_2$

✓ Nếu  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$  (hai điện áp vuông pha), ta có:  $\tan\varphi_1 \cdot \tan\varphi_2 = -1$

✓ Nếu  $\Delta\varphi$  bất kì thì:  $\tan\Delta\varphi = \frac{\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2}{1 + \tan\varphi_1 \tan\varphi_2}$  hoặc dùng giản đồ vectơ.

b. Trường hợp 2:  $\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1 \cdot \tan\varphi_2 = 1$

c. Trường hợp 3:  $|\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1 \cdot \tan\varphi_2 = \pm 1$

**Bài toán 2: Ứng dụng giải bài toán hộp đen**

a. Trường hợp 1: Nếu u và i cùng pha thì trong hộp đen có duy nhất một điện trở R hay có đủ ba phần tử điện R, L, C nhưng  $Z_L = Z_C$ .

b. Trường hợp 2: Nếu u và i vuông pha nhau thì trong hộp đen không có điện trở thuần, có cuộn dây tự cảm L, có tụ điện C hoặc có cả hai.

c. Trường hợp 3: Nếu u sớm (hoặc trễ) pha hơn i một góc nhọn thì trong mạch có điện trở R và cuộn dây tự cảm L, hoặc cả ba phần tử điện R, L, C nhưng  $Z_L > Z_C$  (hoặc  $Z_C > Z_L$ )

\* Trong một trường hợp đơn giản: dùng máy tính

- Tính Z:  $\bar{Z} = \frac{u}{i} = \frac{U_0 \angle \varphi_u}{I_0 \angle \varphi_i}$  (**Phép CHIA hai số phức**)

Nhập máy:  $U_0$  [SHIFT] [(-)]  $\varphi_u$  : [ ]  $I_0$  [SHIFT] [(-)]  $\varphi_i$  ] [=]

- Với tổng trở phức:  $\bar{Z} = R + (Z_L - Z_C)i$ , nghĩa là có dạng **(a + bi)**. với **a = R; b = (Z\_L - Z\_C)**

- Chuyển từ dạng  $A \angle \varphi$  sang dạng: **a + bi**: bấm [SHIFT] [2] [4] [=]

**DẠNG 7: Bài toán cực trị**

Bài toán tìm **giá trị lớn nhất và nhỏ nhất** của một đại lượng vật lý khi có một yếu tố biến thiên mà dấu hiệu nhận biết **không giống** với các biểu hiện quen thuộc của **cộng hưởng điện** thì ta chọn một trong các phương pháp sau để giải:

**- PP1: Dùng đạo hàm:**

Xét hàm số  $y = f(x)$ ; ( $x \in R$ ) có đạo hàm tại  $x = x_0$  và liên tục trong khoảng chứa  $x_0$ . Nếu hàm số đạt cực trị tại  $x = x_0$  thì  $f'(x_0) = 0$ . Và:

+ Nếu  $f''(x_0) > 0$  thì  $x_0$  là điểm cực tiểu;

+ Nếu  $f''(x_0) < 0$  thì  $x_0$  là điểm cực đại.

**- PP2: Dùng tính chất của tam thức bậc hai:** Xét  $y = ax^2 + bx + c$ .

+ Với  $a > 0$ :  $y_{\min}$  khi  $x_{CT} = -\frac{b}{2a}$  và  $y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a}$ ;

+ Với  $a < 0$ :  $y_{\max}$  khi  $x_{CT} = -\frac{b}{2a}$  và  $y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$ .

\* **Lưu ý:** Hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa Viet:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ; do đó  $x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$

**- PP3: Dùng bất đẳng thức Cauchy:**  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  ( $a, b$  dương);

+ Dấu "=" xảy ra khi  $a = b$ , cần chọn  $a$  và  $b$  sao cho tích  **$a \cdot b = const$** .

+ Khi tích 2 số không đổi, tổng nhỏ nhất khi 2 số bằng nhau.

Khi tổng 2 số không đổi, tích 2 số lớn nhất khi 2 số bằng nhau.

\* **Lưu ý:** Hàm số kiểu phân thức:  $y = ax + \frac{b}{x}$ . Cực trị của  $y$  ứng với  $ax = \frac{b}{x} \rightarrow x_{CT} = \sqrt{\frac{b}{a}}$ ;

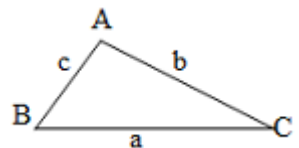
Hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa:  $x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a}$ ; do đó  $x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$

\* **Chú ý:** Trong các bài toán cực trị điện xoay chiều, mặc dù các đại lượng không phụ thuộc nhau tường minh là hàm bậc 2 hay hàm phân thức như trong toán học nhưng chúng có biểu thức "tương tự" nên ta có thể áp dụng

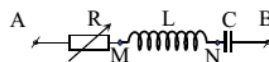
$x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  (cho quan hệ "hàm bậc 2") và  $x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$  (cho quan hệ "hàm phân thức") khi khảo sát sự phụ thuộc giữa chúng.

**- PP4: Dùng giản đồ Fresnel kết hợp định lý hàm số sin, hàm cosin:**

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}; \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



**Bài toán 1: Đoạn mạch RLC có R thay đổi**

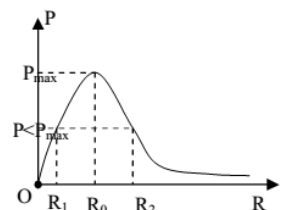


1. Tìm R để  $I_{\max}$  ( $Z_{\min}$ ):  $R = 0$

2. Tìm R để  $P_{\max}$ :  $R = |Z_L - Z_C|$ ,  $P_{\max} = \frac{U^2}{2R}$ ,  $Z = R\sqrt{2} \Rightarrow I = \frac{U}{R\sqrt{2}}$ ;  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\varphi = \pm \frac{\pi}{4}$

3. Khi  $R = R_1$  hoặc  $R = R_2$  mạch có cùng công suất P.

- Ta có:  $R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P}$ ;  $R_1 R_2 = (Z_L - Z_C)^2$ ;  $\tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$





- Với giá trị  $R_0$  thì  $P_{\max}$ , ta có:  $R_0 = \sqrt{R_1 R_2}; P_{\max} = \frac{U^2}{2\sqrt{R_1 R_2}}$

**4. Trường hợp cuộn dây có điện trở  $R_0$ :**

a. Tìm R để công suất toàn mạch cực đại ( $P_{\max}$ ):  $R + R_0 = |Z_L - Z_C|; P_{\max} = \frac{U^2}{2(R + R_0)}$

**Tổng quát:**  $R_1 + R_2 + \dots + R_n = |Z_L - Z_C|$  (Nếu khuyết L hay C thì không đưa vào).

b. Tìm R để công suất trên R cực đại ( $P_{R\max}$ ):  $R^2 = R_0^2 + (Z^L - Z_C)^2; P_{R\max} = \frac{U^2}{2(R + R_0)}; \cos\phi > \frac{\sqrt{2}}{2}$

**c. Khi  $R = R_1$  hoặc  $R = R_2$  mạch có cùng công suất P:**

- Ta có:  $R_1 + R_2 + 2r = \frac{U^2}{P}; (R_1 + r)(R_2 + r) = (Z_L - Z_C)^2$  ;

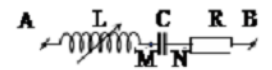
- Với giá trị  $R_0$  thì  $P_{\max}$ , ta có:  $R_0 + r = \sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)}; P_{\max} = \frac{U^2}{2\sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)}}$

**✎ Bài toán 2: Tìm điều kiện để  $U_{RL}$  &  $U_{RC}$  không phụ thuộc vào R**

**1. Tìm điều kiện để  $U_{RC} \notin R$**

$U_{RC} = I\sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L(Z_L - 2Z_C)}{R^2 + Z_C^2}}} \Rightarrow U_{RC} \notin R$  khi  $U_{RC} = U = \text{const}$  hay:  $Z_L = 2Z_C \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{LC}}$

**2. Tìm điều kiện để  $U_{RL} \notin R$ : Tương tự, ta có:  $Z_C = 2Z_L \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$**

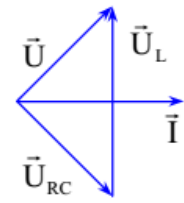


**✎ Bài toán 3: Đoạn mạch RLC có L thay đổi**

**1. Tìm L để  $I_{\max}; U_{R\max}; P_{\max}; U_{RC\max} (U_{MB\max}); U_{LC\min} (U_{AN\min})$ :  $Z_L = Z_C \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega^2}$**

Lúc đó:  $I_{\max} = \frac{U}{R}; P_{\max} = \frac{U^2}{R} \Rightarrow U_{R\max} = U$  còn  $U_{LC\min} = 0$

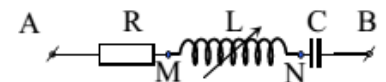
**2. Tìm L để  $U_{L\max}$ :**  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}; U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$



Lúc này:  $\vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$  hay:  $U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2 \Rightarrow U_L^2 - U_C U_L + U^2 = 0$

**3. Tìm L để  $U_{RL\max} (U_{AN\max})$ :**

$Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2}; U_{RL\max} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}; U_L^2 - U_C U_L + U^2 = 0$



**Tìm L để  $U_{RL\min} (U_{AN\min})$ :**  $Z_L = 0; U_{RL\min} = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$

**4. Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  mà:**

- I hoặc P như nhau thì:  $Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$

- I hoặc P như nhau, có một giá trị của L để  $I_{\max}$  hoặc  $P_{\max}$  thì:  $Z_L = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \Rightarrow L = \frac{L_1 + L_2}{2}$

-  $U_L$  như nhau, có một giá trị của L để  $U_{L\max}$  thì:  $\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \right) \Rightarrow L = \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2}$

**5. Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $i_1$  và  $i_2$  lệch pha nhau góc  $\Delta\varphi$**

Hai đoạn mạch RCL<sub>1</sub> và RCL<sub>2</sub> có cùng  $u_{AB}$ . Gọi  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  là độ lệch pha của  $u_{AB}$  so với  $i_1$  và  $i_2$ .

Giả sử  $\varphi_1 > \varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ :

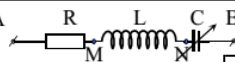
- Nếu  $I_1 = I_2$  thì  $\varphi_1 = -\varphi_2 = \frac{\Delta\varphi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1 = \tan\frac{\Delta\varphi}{2}$  và  $Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$

- Nếu  $I_1 \neq I_2$  thì  $\tan\Delta\varphi = \frac{\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2}{1 + \tan\varphi_1 \tan\varphi_2}$  hoặc dùng giản đồ Fresnel.

**6. Tìm L để  $U_{AN\min}$  và tính  $U_{AN\min}$ :**  $Z_L = Z_C \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega^2}; U_{AN\min} = \frac{U \cdot r}{R + r}$

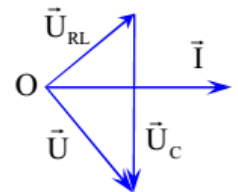


**Bài toán 4: Đoạn mạch RLC có C thay đổi**



**1. Tìm C để  $I_{\max}$ ;  $U_{R\max}$ ;  $P_{\max}$ ;  $U_{RL\max}$  ( $U_{AN\max}$ );  $U_{LC\min}$  ( $U_{MB\min}$ ):**  $Z_L = Z_C \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2};$

**2. Tìm C để  $U_{C\max}$ :**  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}; U_{C\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$

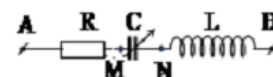


Lúc này:  $\vec{U} \perp \vec{U}_{RL}$  hay:  $U_C^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2 \Rightarrow U_C^2 - U_L U_C + U^2 = 0$

**3. Tìm C để  $U_{RC\max}$  ( $U_{AN\max}$ ):**

$$Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}; U_{RC\max} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L}; U_C^2 - U_L U_C + U^2 = 0$$

**Tìm C để  $U_{RC\min}$ :**  $Z_C = 0; U_{RC\min} = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$



**4. Khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  mà:**

- I hoặc P như nhau thì:  $Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}$

- I hoặc P như nhau, có một giá trị của L để  $I_{\max}$  hoặc  $P_{\max}$  thì:  $Z_C = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} \Rightarrow C = \frac{2C_1C_2}{C_1 + C_2}$

-  $U_C$  như nhau, có một giá trị của C để  $U_{C\max}$  thì:  $\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \right) \Rightarrow C = \frac{C_1 + C_2}{2}$

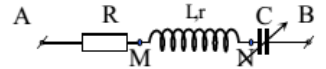
**5. Khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $i_1$  và  $i_2$  lệch pha nhau góc  $\Delta\varphi$**

Hai đoạn mạch RLC<sub>1</sub> và RLC<sub>2</sub> có cùng  $u_{AB}$ . Gọi  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  là độ lệch pha của  $u_{AB}$  so với  $i_1$  và  $i_2$ . Giả sử  $\varphi_1 > \varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ :

- Nếu  $I_1 = I_2$  thì  $\varphi_1 = -\varphi_2 = \frac{\Delta\varphi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1 = \tan\frac{\Delta\varphi}{2}$  và  $Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}$

- Nếu  $I_1 \neq I_2$  thì  $\tan \Delta \varphi = \frac{\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2}{1 + \tan \varphi_1 \tan \varphi_2}$  hoặc dùng giản đồ Fresnel.

6. Tìm C để  $U_{MBmin}$  và tính  $U_{MBmin}$ ;  $Z_L = Z_C \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2}$ ;  $U_{MBmin} = \frac{U.r}{R+r}$



🔪 Bài toán 5: Đoạn mạch RLC có  $\omega$  thay đổi

1. Tìm  $\omega$  để  $U_{Rmax}$ : Ta có hiện tượng cộng hưởng:  $U_{Rmax} = U$ ; khi đó  $\omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

2. Tìm  $\omega$  để  $U_{Lmax}$ :  $\omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2\frac{L}{C} - R^2}}$  (điều kiện:  $2L > CR^2$ );  $U_{Lmax} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$

3. Tìm  $\omega$  để  $U_{Cmax}$ :  $\omega_C = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2\frac{L}{C} - R^2}{2}}$  (điều kiện:  $2L > CR^2$ );  $U_{Cmax} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$

Một số lưu ý:

• Nếu đặt  $X = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$  ta có thể viết lại:  $\omega_L = \frac{1}{X.C}$  và  $\omega_C = \frac{X}{L} \Rightarrow \omega_R^2 = \omega_L \omega_C = \frac{1}{LC}$

• Từ điều kiện:  $L > \frac{CR^2}{2}$  ta có thể chứng minh được:  $\omega_C < \omega_R < \omega_L$ . Nghĩa là, **khi giá trị  $\omega$  tăng dần thì điện áp trên các linh kiện sẽ lần lượt đạt cực đại theo thứ tự: C, R, L.**

• Giá trị của  $\omega$  để  $U_L = U_{AB}$  nhỏ hơn  $\sqrt{2}$  lần giá trị của  $\omega$  để  $U_L = U_{Lmax}$ , còn giá trị của  $\omega$  để  $U_C = U_{AB}$  lớn hơn 2 lần giá trị của  $\omega$  để  $U_C = U_{Cmax}$  (điều này được chứng minh ở trang 44)

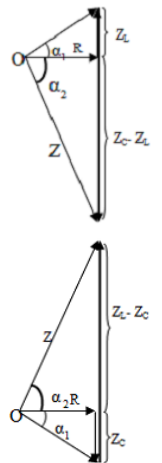
• Khi  $U_{Cmax}$ : nhận thấy  $X = Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow R^2 = 2Z_L.(Z_C - Z_L)$

$\Rightarrow \frac{Z_L}{R} \frac{Z_C - Z_L}{R} = \frac{1}{2}$ . Đặt:  $\tan \alpha_1 = \frac{Z_L}{R}$ ;  $\tan \alpha_2 = \frac{Z_C - Z_L}{R} \Rightarrow \tan \alpha_1 \cdot \tan \alpha_2 = \frac{1}{2}$

- Từ hình vẽ, ta có:  $Z_C^2 = Z^2 + Z_L^2$

• Khi  $U_{Lmax}$ : Tương tự như trên ta có các công thức sau:

\*  $R^2 = 2Z_L.(Z_C - Z_L)$   
 \*  $Z_L^2 = Z^2 + Z_C^2$   
 \*  $\tan \alpha_1 \cdot \tan \alpha_2 = \frac{1}{2}$



4. Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  mà:

- I hoặc P như nhau, có một giá trị của  $\omega$  để  $I_{max}$  hoặc  $P_{max}$  thì:  $\omega^2 = \omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{LC}$

- I như nhau:  $I_1 = I_2 = \frac{I_{max}}{n}$ , tính giá trị R:  $R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 - 1}}$

- Hệ số công suất như nhau, biết  $L = CR^2$ :

$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$

Tương tự, ta có:

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

$$U_R = \frac{U_{R\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

$$P = \frac{P_{\max}}{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}$$

-  $U_L$  như nhau, có một giá trị của  $\omega$  để  $U_{L\max}$  thì:

$$\frac{1}{\omega_L^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \quad (1)$$

-  $U_C$  như nhau, có một giá trị của  $\omega$  để  $U_{C\max}$  thì:

$$\omega_C^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2) \quad (2)$$

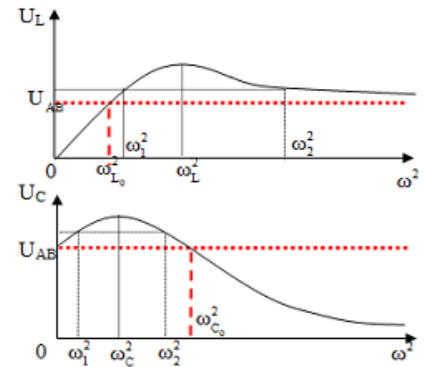
**\*\* Khảo sát sự phụ thuộc của  $U_L, U_C$  vào  $\omega^2$ :**

**a) Khảo sát  $U_L$  theo  $\omega^2$**

- Khi  $\omega^2 = 0$  thì  $Z_C = \infty, I = 0$  và  $U_L = 0$
- Khi  $\omega^2 = \omega_L^2$  thì  $U_{L\max}$
- Khi  $\omega^2 = \infty$  thì  $Z_L = \infty = Z_{AB}, U_L = U_{AB}$

**b) Khảo sát  $U_C$  theo  $\omega^2$**

- Khi  $\omega^2 = 0$  thì  $Z_C = \infty = Z_{AB}$ , và  $U_C = U_{AB}$
- Khi  $\omega^2 = \omega_C^2$  thì  $U_{C\max}$
- Khi  $\omega^2 = \infty$  thì  $Z_L = \infty, I = 0, U_C = 0$



**Nhận xét:**

+ Đồ thị của  $U_L$  cắt đường nằm ngang  $U_{AB}$  tại hai giá trị của  $\omega$  là  $\omega_{L_0}^2$  và  $\infty$ . Theo (1), ta có:

$\omega_{L_0} = \frac{\omega_L}{\sqrt{2}}$ . Nghĩa là, **giá trị  $\omega$  để  $U_L = U_{AB}$  nhỏ hơn  $\sqrt{2}$  lần giá trị  $\omega$  để  $U_{L\max}$ .**

+ Đồ thị của  $U_C$  cắt đường nằm ngang  $U_{AB}$  tại hai giá trị của  $\omega$  là 0 và  $\omega_{C_0}^2$ . Theo (2), ta có:

$\omega_{C_0} = \omega_C \sqrt{2}$ . Nghĩa là, **giá trị  $\omega$  để  $U_C = U_{AB}$  lớn hơn  $\sqrt{2}$  lần giá trị của  $\omega$  để  $U_{C\max}$ .**

**MỘT SỐ DẠNG KHÁC:**

**☑ DẠNG 8:** Hiệu điện thế  $u = U_1 + U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  được coi gồm một hiệu điện thế không đổi  $U_1$  và một hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  đồng thời đặt vào đoạn mạch.

Khi đó công suất tiêu thụ của đoạn mạch bằng tổng công suất của 2 dòng điện (dòng không đổi

I và dòng xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $I_2$ ). Ta có:  $P = P_1 + P_2$  và  $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$

**☑ DẠNG 9:** Điện lượng chuyển qua tiết diện dây dẫn trong thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$

\* **Cách 1:** Sử dụng tích phân cho hàm  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$  với 2 cận là  $t_1$  &  $t_2$

$$\text{Ta có: } \Delta q = i \cdot \Delta t \Rightarrow q = \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt$$

\* **Cách 2:** Quy bài toán này về dạng toán tính quãng đường  $S$  trong thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$

$$\text{Giải tìm kết quả: } S = nA \text{ rồi trả về kết quả tương ứng: } q = nq_0 = n \frac{I_0}{\omega}$$



## CHỦ ĐỀ 2: MÁY PHÁT ĐIỆN

**Dạng 1: MÁY PHÁT ĐIỆN VÀ ĐỘNG CƠ ĐIỆN.**

\* **Nguyên tắc tạo ra dòng điện xoay chiều**

Tạo ra dòng điện xoay chiều bằng máy phát điện dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ:

Từ thông:  $\phi = NBS \cos(\omega t + \varphi) = \Phi_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Suất điện động:  $e = - \frac{d\phi}{dt} = - \phi' = \omega NBS \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$ .

\* **Tần số của dòng điện xoay chiều:** Máy phát có một cuộn dây và một nam châm (gọi là một cặp cực) và rôto quay  $n$  vòng trong một giây thì tần số dòng điện là  $f = n$ . Máy có **p cặp cực** và rô to

quay  $n$  vòng trong một giây thì  $f = np$ .

**Chú ý:** + Vì  $f$  tỉ lệ với  $n$  nên  $\omega$ ,  $E$ ,  $Z_L$  cũng tỉ lệ với  $n$ , còn  $Z_C$  tỉ lệ nghịch với  $n$ .

+ Khi bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát xoay chiều 1 pha thì  $U = E = I.Z$  nên lúc này  $U$  cũng tỉ lệ với  $n$ .

\* **Máy phát điện xoay chiều ba pha:**  $e_1 = E_0 \cos \omega t$ ;  $e_2 = E_0 \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$ ;  $e_3 = E_0 \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$

**Chú ý:** Khi suất điện động ở một pha đạt cực đại ( $e_1 = E_0$ ) và hướng ra ngoài thì các suất điện động kia đạt giá trị:  $e_2 = e_3 = -\frac{E_0}{2}$  và hướng vào trong.

\* **Đối với động cơ điện ba pha, các bài toán thường liên quan đến công suất:**

Công suất tiêu thụ trên động cơ điện:  $P_{\text{cơ}} + I^2 r = UI \cos \varphi$ .

|                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $P_{\text{có ích}} = \frac{A}{t}$ $P_{\text{hao phí}} = R.I^2$ $P_{\text{toàn phần}} = UI \cos \varphi$ $P_{\text{toàn phần}} = P_{\text{hao phí}} + P_{\text{có ích}}$ $H = \frac{P_{\text{toàn phần}} - P_{\text{có ích}}}{P_{\text{toàn phần}}} \cdot 100\%$ | <p><b>Trong đó:</b></p> <p><math>A</math>: Công cơ học (công mà động cơ sản ra) ĐV: kWh</p> <p><math>P_{\text{có ích}}</math>: (công suất mà động cơ sản ra) ĐV: kW</p> <p><math>t</math>: thời gian ĐV: h</p> <p><math>R</math>: điện trở dây cuộn ĐV: <math>\Omega</math></p> <p><math>P_{\text{hao phí}}</math>: công suất hao phí ĐV: kW</p> <p><math>P_{\text{toàn phần}}</math>: công suất toàn phần (công suất tiêu thụ của động cơ) ĐV: kW</p> <p><math>\cos \varphi</math>: Hệ số công suất của động cơ</p> <p><math>U</math>: Điện áp làm việc của động cơ. ĐV: V</p> <p><math>I</math>: Dòng điện hiệu dụng qua động cơ. ĐV: A</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**📖 Dạng 2: MÁY BIẾN ÁP VÀ TRUYỀN TẢI ĐIỆN NĂNG.**

**a) Áp dụng các công thức về biến thế liên quan đến điện áp, công suất, cường độ dòng điện:**

Gọi  $\Phi$  là từ thông biến thiên trong lõi sắt;  $Z_L$  và  $r$  là cảm kháng và điện trở trong của các cuộn dây.

- Ở cuộn sơ cấp nhận điện áp ngoài  $U_1$  và tự cảm ứng sinh ra suất điện động tự cảm  $e_1$  nên cuộn sơ cấp đóng vai trò máy thu.

Ta có:  $e_1 = U_1 - I_1 r_1 = I_1 Z_{L1} = N_1 \cdot \Phi \cdot \omega$  (1)

- Ở cuộn thứ cấp diễn ra quá trình cảm ứng điện từ sinh ra suất điện động cảm ứng  $e_2$  và tạo ra hiệu điện thế  $U_2$  ở hai đầu cuộn thứ cấp nên cuộn thứ cấp đóng vai trò máy phát.

Ta có:  $e_2 = U_2 - I_2 r_2 = I_2 Z_{L2} = N_2 \cdot \Phi \cdot \omega$  (2)

- Từ (1) và (2)  $\rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$  (3)

- Nếu  $r_1 \approx r_2 \approx 0$  thì  $e_1 = U_1$  và cuộn thứ cấp để hở ( $I_2 = 0$ ) thì  $e_2 = U_2 \rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$  (4)

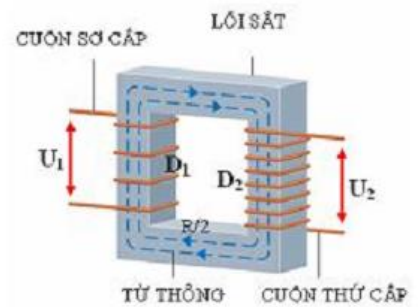
• Khi  $k < 1 \rightarrow N_1 < N_2 \rightarrow U_1 < U_2$ : Máy tăng áp

• Khi  $k > 1 \rightarrow N_1 > N_2 \rightarrow U_1 > U_2$ : Máy hạ áp

- Hiệu suất của máy:  $H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1} \cdot 100\% \rightarrow P_2 = H \cdot P_1$  (5)

- Nếu điện năng hao phí không đáng kể ( $P_1 = P_2$ ) và coi  $\varphi_1 = \varphi_2$  thì:  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$  (6)

**Chú ý:**



+ Khi  $P_1 = P_2$ ;  $r_1 \neq r_2$  & cuộn thứ cấp chỉ có R thì:  $\cos\varphi_2 = 1$ ,  $I_2 = \frac{U_2}{R}$ ;  $I_1 = \frac{I_2}{k}$

Ta có:  $e_1 = k.e_2 \Rightarrow U_1 - I_1 r_1 = k(U_2 + I_2 r_2) \Rightarrow U_1 = k\left(U_2 + \frac{U_2}{R} r_2\right) + \frac{U_2}{k.R r_1} \Rightarrow U_2 = \frac{k.R.U}{k^2(R+r_2)+r_1}$

Khi đó hiệu suất của máy:  $H = \frac{k^2.R}{k^2(R+r_2)+r_1}$

+ Khi  $r_1 \neq 0$  & cuộn thứ cấp để hở thì:  $e_2 = U_2$ . Áp dụng:  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow E_1$ . Lúc này:  $E_1 = U_{L1}$

Ta có:  $\vec{U}_1 = \vec{U}_{r_1} + \vec{U}_{L_1} \Rightarrow U_{r_1}^2 = U_1^2 - U_{L_1}^2$

+ Khi cuộn sơ cấp bị cuốn ngược n vòng thì suất điện động cảm ứng xuất hiện ở các cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là  $e_1 = (N_1 - 2n)e_0$ ;  $e_2 = N_2 e_0$ ; Với  $e_0$  suất điện động cảm ứng xuất hiện ở mỗi

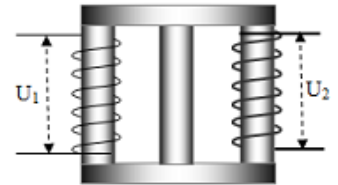
vòng dây. Do đó:  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1 - 2n}{N_2}$

+ Nếu MBA có 2 đầu ra với  $U_1$  là điện áp vào,  $U_2, U_3$  là điện áp ra thì:  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$ ;  $\frac{N_1}{N_3} = \frac{U_1}{U_3}$

Và:  $P_1 = P_2 + P_3$  hay  $U_1.I_1 = U_2.I_2 + U_3.I_3$

+ Nếu MBA phân nhánh thì  $\Phi_1 \neq \Phi_2$ , giả sử các đường sức chia đều

cho 2 nhánh thì:  $\Phi_1 = 2\Phi_2 \rightarrow \frac{e_1}{e_2} = 2 \frac{N_1}{N_2}$



**b) Áp dụng các công thức về truyền tải điện năng:**

- Công suất hao phí trên đường dây tải điện:  $\Delta P = R \frac{P_A^2}{U_A^2}$  (thường  $\cos\varphi = 1$ )

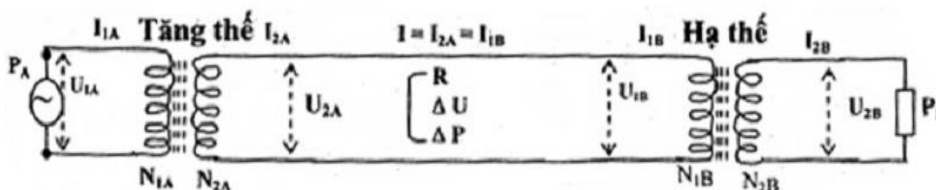
Trong đó: P là công suất phát từ nhà máy; U là điện áp hiệu dụng từ nhà máy;  $R = \rho \frac{l}{S}$  ( $l = 2AB$ ) là điện trở tổng cộng của dây tải điện.

**Chú ý:** Nếu gọi công suất điện của nhà máy là P, công suất tiêu thụ của mỗi hộ dân là  $P_0$ , n là số hộ dân được cung cấp điện khi điện áp truyền đi là U,  $\Delta P$  là công suất hao phí thì ta có:  $P = nP_0 + \Delta P$

- **Biện pháp giảm hao phí: Tăng U lên k lần thì giảm hao phí được  $k^2$  lần** (gắn với giả thiết bài toán cho công suất trước khi truyền tải là không đổi).

- Hiệu suất tải điện:  $H = \begin{cases} \frac{P_A - \Delta P}{P_A} = 1 - \frac{\Delta P}{P_A} = 1 - R \frac{P_A}{U_A^2} \\ \frac{P_B}{P_B + \Delta P} \end{cases}$

- Sơ đồ truyền tải điện từ A đến B:



Hình 8: Mô hình truyền tải điện

**Độ giảm áp trên đường dây là:  $\Delta U = IR = U_{2A} - U_{1B}$**

- Thường trong các đề thi ĐH bài toán truyền tải không đi kèm với máy biến áp nên sơ đồ trên ta

lược bỏ máy tăng thế và máy hạ thế:  $\Delta U = IR = U_A - U_B$ ;  $\Delta P = I^2R = P_A - P_B = \Delta U \cdot I$

↻ Khi giả thiết bài toán nhắc đến **công suất trước khi truyền tải**  $P_A$

$$H = 1 - R \frac{P_A}{U_A^2} \Rightarrow R \frac{P_A}{U_A^2} = 1 - H$$

↻ Khi giả thiết bài toán nhắc đến **công suất nơi tiêu thụ**  $P_B$

$$H = 1 - \frac{R}{U_A^2} P_A = 1 - \frac{R}{U_A^2} \frac{P_B}{H} \Rightarrow \frac{R}{U_A^2} P_B = H(1 - H)$$

## CHƯƠNG V: SÓNG ÁNH SÁNG

### CHỦ ĐỀ 1: TÁN SẮC ÁNH SÁNG

#### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

\* **Hiện tượng tán sắc ánh sáng:** Là hiện tượng ánh sáng bị tách thành nhiều màu khác nhau khi đi qua mặt phân cách của hai môi trường trong suốt.

\* **Ánh sáng đơn sắc** là ánh sáng chỉ có một màu nhất định, có bước sóng nhất định và không bị tán sắc khi truyền qua lăng kính.

$$\text{Bước sóng của ánh sáng đơn sắc } \lambda = \frac{v}{f}, \text{ truyền trong chân không } \lambda_0 = \frac{c}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{v} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

\* Chiết suất của môi trường trong suốt phụ thuộc vào màu sắc ánh sáng. Trong cùng một môi trường:  $n_{đỏ} < n < n_{tím} \Rightarrow v_{đỏ} > v > v_{tím}$

\* Khi truyền qua các môi trường trong suốt khác nhau vận tốc của ánh sáng thay đổi, bước sóng của ánh sáng thay đổi còn **tần số của ánh sáng thì không thay đổi** nên **màu sắc không đổi**.

\* **Ánh sáng trắng** là tập hợp của vô số ánh sáng đơn sắc có màu biến thiên liên tục từ đỏ đến tím. Bước sóng của ánh sáng trắng:  $0,38 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,76 \mu\text{m}$ .

\* **Cầu vồng** là kết quả của sự tán sắc ánh sáng Mặt Trời chiếu qua các giọt nước mưa.

#### B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP

##### 📖 DẠNG 1: Tán sắc qua lăng kính - phản xạ toàn phần

- Khi chùm ánh sáng trắng hẹp từ không khí đi vào môi trường có chiết suất  $n$  thì:  $r_{đỏ} > r > r_{tím}$

- Khi chùm ánh sáng trắng hẹp từ môi trường có chiết suất  $n$  ra không khí thì:  $i_{gh\text{đỏ}} > i_{gh} > i_{gh\text{tím}}$

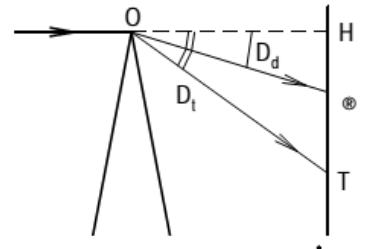
Có 3 trường hợp có thể xảy ra:

+ Khi  $i < i_{gh\text{tím}}$ : Tất cả các tia đều ló ra ngoài không khí với  $r_{đỏ} < r < r_{tím}$

+ Khi  $i > i_{gh\text{đỏ}}$ : Tất cả các tia đều phản xạ toàn phần tại mặt phân cách, chùm tia phản xạ cũng là chùm ánh sáng trắng.

+ Khi  $i = i_{gh\text{lục}}$ : Tia Lục sẽ đi sát mặt phân cách  
 Các tia ló ra ngoài không khí là: Đỏ, Cam, Vàng  
 Các tia phản xạ toàn phần: Lam, Chàm, Tím

- *Tính bề rộng quang phổ quan sát được trên màn khi A nhỏ:*



$$\Delta L = l(D_t - D_d) = l(n_t - n_d)A_{\text{rad}}$$

(với  $l = OH$ : là khoảng cách từ lăng kính đến màn)

##### 📖 DẠNG 2: Tán sắc qua thấu kính - lưỡng chất phẳng

♦ **Công thức tính tiêu cự của thấu kính:**  $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

$\Rightarrow$  Tính khoảng cách của tiêu điểm tia đỏ và tia tím:

$$F_d F_t = \Delta f = f_d - f_t = \frac{n_t - n_d}{(n_t - 1)(n_d - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

♦ **Bể nước có chiều sâu h:**

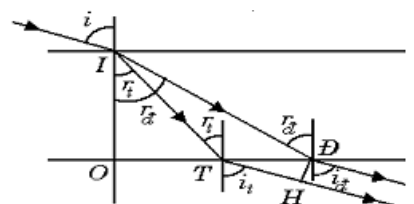
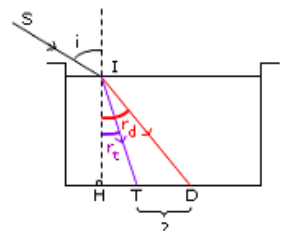
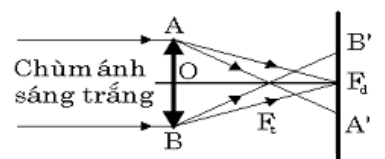
$\Rightarrow$  Tính độ dài của dải quang phổ ở dưới đáy bể:

$$\Delta T = IH(\tan r_d - \tan r_t) = h(\tan r_d - \tan r_t)$$

♦ **Bản mỏng song song có bề dày e:**

$\Rightarrow$  Tính khoảng cách giữa hai tia đỏ và tím ló ra khỏi bản:

$$\Delta H = \Delta T \cdot \cos(i) = IO(\tan r_d - \tan r_t) \cdot \cos(i) = e(\tan r_d - \tan r_t) \cdot \cos(i)$$





## CHỦ ĐỀ 2: GIAO THOA ÁNH SÁNG A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### 1. Hiện tượng giao thoa ánh sáng

**Khái niệm:** Hiện tượng giao thoa ánh sáng là hiện tượng chồng chất của hai (hay nhiều) sóng kết hợp, kết quả là trong trường giao thoa sẽ xuất hiện xen kẽ những miền sáng, những miền tối.

**Điều kiện:** Cũng như sóng cơ chỉ có các **sóng ánh sáng kết hợp** mới tạo ra được hiện tượng giao thoa. Nguồn sáng kết hợp là những nguồn phát ra ánh sáng có **cùng tần số và có độ lệch pha không đổi theo thời gian**.

- Đối với **ánh sáng đơn sắc:** Vân giao thoa là những vạch sáng tối xen kẽ nhau một cách đều nhau.

- Đối với **ánh sáng trắng:** Vân sáng trung tâm có màu trắng, quang phổ bậc 1 có màu cầu vồng, tím ở trong, đỏ ở ngoài. Từ quang phổ bậc 2 trở lên không rõ nét vì có một phần các màu chồng chất lên nhau.

### 2. Giao thoa bằng khe Young với ánh sáng đơn sắc

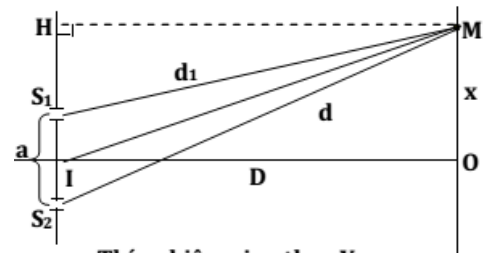
Trong đó:

$a = S_1S_2$  là khoảng cách giữa hai khe sáng

$D = OI$  là khoảng cách từ hai khe sáng  $S_1, S_2$  đến màn quan sát. Điều kiện:  $D \gg a$ .

$S_1M = d_1; S_2M = d_2$

$x = OM$  là (toạ độ) khoảng cách từ vân trung tâm đến điểm M ta xét.



Thí nghiệm giao thoa Young

- **Hiệu đường đi:**  $\Delta d = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$

- **Tại M là vị trí vân sáng:**  $\Delta d = k\lambda$

$$\Rightarrow x_s = k \frac{\lambda D}{a}; k \in Z$$

$k = 0$ : Vân sáng trung tâm

$k = \pm 1$ : Vân sáng bậc 1

$k = \pm 2$ : Vân sáng bậc 2

- **Tại M là vị trí vân tối:**

$$\Delta d = (k + 0,5)\lambda$$

$$\Rightarrow x = (k + 0,5) \frac{\lambda D}{a}; k \in Z$$

$k = 0, k = -1$ : Vân tối thứ nhất

$k = 1, k = -2$ : Vân tối thứ hai

$k = 2, k = -3$ : Vân tối thứ ba

- **Khoảng vân:** là khoảng cách giữa hai vân sáng (hoặc tối) liên tiếp nhau

$$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \begin{cases} x_s = k \cdot i \\ s_t = (k + 0,5)i = (2k + 1) \frac{i}{2} \end{cases}$$

• Vân sáng và vân tối liên tiếp cách nhau một đoạn là:  $\frac{i}{2}$

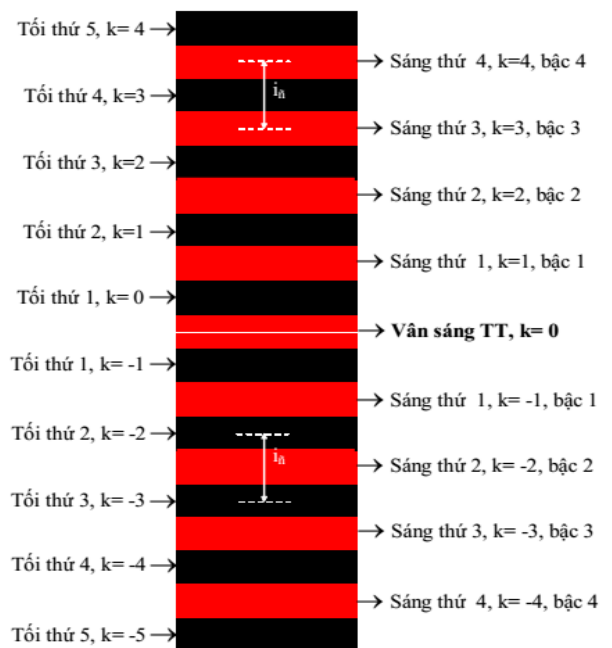
• Giữa n vân sáng liên tiếp có (n - 1) khoảng vân.

### 3. Ứng dụng:

- Đo bước sóng ánh sáng:  $\lambda = \frac{ia}{D}$

- Giao thoa trên bản mỏng như vết dầu loang, màng xà phòng.

## B. PHÂN DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP



**DẠNG 1: Giao thoa với một bức xạ**

◆ **Xác định vị trí vân sáng (tối), khoảng vân:** Xem lại các công thức ở phần lí thuyết.

◆ **Khoảng cách 2 vị trí vân m, n bất kì:**  $\Delta x = |x_m - x_n|$

**Lưu ý:**

m và n **cùng phía** với vân trung tâm thì  $x_m$  và  $x_n$  **cùng dấu**;

m và n **khác phía** với vân trung tâm thì  $x_m$  và  $x_n$  **khác dấu**.

◆ **Tính chất vân sáng (tối) của 1 điểm M cách vân trung tâm 1 đoạn x:**

• Tại M có tọa độ  $x_M$  là vân sáng khi:  $\frac{x_M}{i} = \frac{OM}{i} = k$ , điểm M là **vân sáng bậc k**.

• Tại M có tọa độ  $x_M$  là vân tối khi:  $\frac{x_M}{i} = k + 0,5$ , điểm M là **vân tối thứ (k + 1)**.

◆ **Thí nghiệm được tiến hành trong môi trường trong suốt có chiết suất n thì:**

Bước sóng  $\lambda$  và khoảng vân  $i$  giảm n lần:  $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ ;  $i' = \frac{i}{n}$

◆ **Xác định số vân sáng - tối trong miền giao thoa có bề rộng L:**

**Cách 1: (nhanh nhất)** Lập tỉ số  $N = \frac{L}{i}$ , chỉ lấy phần nguyên ta có:

• Nếu N **lẻ** thì: **số vân sáng là N, số vân tối là N + 1**, vân ngoài cùng là vân tối.

• Nếu N **chẵn** thì: **số vân tối là N, số vân sáng là N + 1**, vân ngoài cùng là vân sáng.

**Cách 2:** Lập tỉ số  $N = \frac{L}{2i}$

• Số vân sáng là:  $N_s = 2N + 1$ ; với  $N \in \mathbb{Z}$ .

• Số vân tối là:  $N_t = 2N$  nếu phần thập phân của  $N < 0,5$ ;

$N_t = 2N + 2$  nếu phần thập phân của  $N \geq 0,5$ .

**Cách 3: (tổng quát nhất)** Số giá trị  $k \in \mathbb{Z}$  là số vân sáng (vân tối) cần tìm

• Vân sáng:  $-\frac{L}{2} \leq ki \leq \frac{L}{2}$

• Vân tối:  $-\frac{L}{2} \leq (k+0,5)i \leq \frac{L}{2}$

◆ **Xác định số vân sáng, vân tối giữa hai điểm M, N có tọa độ  $x_M, x_N$  (giả sử  $x_M < x_N$ ):**

• Vân sáng:  $x_M \leq ki \leq x_N$

• Vân tối:  $x_M \leq (k + 0,5)i \leq x_N$

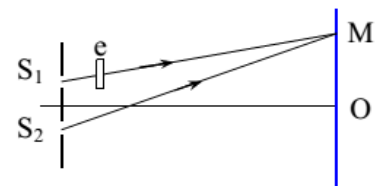
Số giá trị  $k \in \mathbb{Z}$  là số vân sáng (vân tối) cần tìm

**Lưu ý:** M và N **cùng phía** với vân trung tâm thì  $x_1$  và  $x_2$  **cùng dấu**; M và N **khác phía** với vân trung tâm thì  $x_1$  và  $x_2$  **khác dấu**.

◆ **Đặt bản mỏng trước khe Young \*\***

Nếu ta đặt trước khe  $S_1$  một bản thủy tinh có chiều dày e, chiết suất

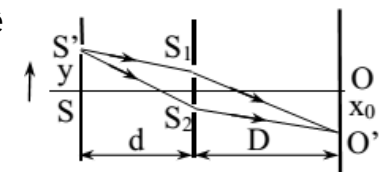
n. Hệ vân bị lệch một đoạn  $x_0 = \frac{(n-1)e.D}{a}$  về phía  $S_1$



◆ **Tịnh tiến khe sáng S đoạn y \*\***

Tịnh tiến nguồn sáng S theo phương  $S_1S_2$  về phía  $S_1$  một đoạn y thì hệ

thống vân giao thoa di chuyển theo chiều ngược lại đoạn:  $x_0 = \frac{y.D}{d}$



Với d là khoảng cách từ nguồn S đến mặt phẳng chứa hai khe  $S_1; S_2$ .

**DẠNG 2: Giao thoa với ánh sáng trắng**

◆ **Bề rộng quang phổ liên tục bậc k:** hay khoảng cách giữa vân tím bậc k đến vân đỏ bậc k

$$\Delta x_k = k(i_d - i_t) = k \frac{(\lambda_d - \lambda_t)D}{a}$$

◆ **Tìm những bức xạ cho vân sáng (tối) tại M có tọa độ  $x_M$ :**

• Tại M những bức xạ cho **vân sáng** khi:  $x_M = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \cdot x_M}{k \cdot D}$  (1)

Kết hợp với  $\lambda_t \leq \lambda \leq \lambda_d$  ta tìm được các giá trị của k (với  $k \in \mathbb{Z}$ ).  
Thay k vào (1) để xác định các bức xạ  $\lambda$  cho vân sáng tại M.

• Tại M những bức xạ cho **vân tối** khi:  $x_M = (k+0,5) \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \cdot x_M}{(k+0,5) \cdot D}$  (2)

Kết hợp với  $\lambda_t \leq \lambda \leq \lambda_d$  ta tìm được các giá trị của k (với  $k \in \mathbb{Z}$ )  
Thay k vào (2) để xác định các bức xạ  $\lambda$  cho vân tối tại M.

**Cách khác:** dùng máy tính bấm MODE 7; nhập hàm **f(x) = (1)** hoặc **(2)** theo ẩn **x = k**; cho chạy nghiệm từ START 0 đến END 20 chọn STEP 1 (vì k nguyên), nhận nghiệm **f(x)** trong khoảng  $\lambda_t \leq \lambda \leq \lambda_d$ .

📖 **DẠNG 3: Giao thoa với nhiều ánh sáng đơn sắc**

**Chú ý:** Hiện tượng giao thoa ánh sáng của 2 khe thứ cấp  $S_1, S_2$  chỉ xảy ra nếu ánh sáng có cùng bước sóng và cùng xuất phát từ 1 nguồn sáng sơ cấp điều đó có nghĩa là:

\* Hai ngọn đèn dù giống hệt nhau cũng không thể giao thoa nhau do ánh sáng từ 2 ngọn đèn **không thể cùng pha**.

\* Khi bài toán cho giao thoa với nhiều bức xạ ta phải hiểu đó là hiện tượng giao thoa của từng bức xạ riêng biệt, chứ không phải giao thoa giữa các bức xạ với nhau vì các bức xạ có bước sóng khác nhau không thể giao thoa nhau.

\* **Khi nguồn S phát ra hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ :**

- + Trên màn có hai hệ vân giao thoa ứng với ánh sáng có bước sóng  $\lambda_1$  và bước sóng  $\lambda_2$
- + Ở vị trí vân trung tâm hai vân sáng trùng nhau do  $x_{S1} = x_{S2} = 0$
- + Tại các vị trí M, N ... thì hai vân lại trùng nhau khi  $x_{S1} = x_{S2} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$ : *Màu vân sáng tại M, N...giống màu vân sáng tại O.*

**a) Khoảng vân trùng (khoảng cách nhỏ nhất giữa hai vân cùng màu với vân trung tâm)**

\* 2 bức xạ:  $i_{12} = \text{BCNN}(i_1, i_2)$ . **Cách tìm:** lấy  $\frac{i_1}{i_2}$  = phân số tối giản =  $\frac{a}{b}$ , rồi suy ra:  $i_{12} = b \cdot i_1 = a \cdot i_2$

\* 3 bức xạ:  $i_{123} = \text{BCNN}(i_1, i_2, i_3)$ . Thực hiện thao tác tương tự giữa:  $i_{12}$  và  $i_3 \rightarrow i_{123}$  .....

**b) Số vân sáng trùng nhau và số vân sáng quan sát được của 2 bức xạ trên toàn bộ trường giao thoa L và trên đoạn MN ( $x_M < x_N$ ).**

Vị trí vân sáng trùng nhau:  $x_1 = x_2 \Rightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{p}{q} = \frac{p \cdot n}{q \cdot n}$

( $\frac{p}{q}$  là phân số tối giản và số giá trị nguyên của n là số lần trùng nhau, bài toán này luôn có nghiệm).

Vị trí trùng:  $x_{\equiv} = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = p \cdot n \frac{\lambda_1 D}{a}$

• Cho  $x_{\equiv}$  nằm trong vùng khảo sát ( $-\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}$  hoặc  $x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$ ) **tìm n**; ta sẽ biết được **số vân sáng trùng nhau** ( $N_{\equiv}$ ) và vị trí trùng nhau.

Do đã trùng  $N_{\equiv}$  vạch nên số vân sáng quan sát được là  $N = (N_1 + N_2) - N_{\equiv}$

Với  $(N_1 + N_2)$  là tổng số vân sáng của cả hai bức xạ.

**c) Số vân tối trùng nhau và số vân tối quan sát được của 2 bức xạ trên toàn bộ trường giao thoa L và trên đoạn MN ( $x_M < x_N$ ).**

Tương tự câu a) ta có:  $\frac{k_1 + 0,5}{k_2 + 0,5} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{p}{q} = \frac{p \cdot (n+0,5)}{q \cdot (n+0,5)} \Rightarrow x_{\equiv} = (k_1 + 0,5) \frac{\lambda_1 D}{a} = p \cdot (n+0,5) \frac{\lambda_1 D}{a}$

**(Bài toán này chỉ có nghiệm khi p ; q đồng thời là hai số nguyên lẻ và chính giữa hai vân**

**sáng trùng là một vân tối trùng của hệ vân và ngược lại)**

• Cho  $x_{\equiv}$  nằm trong vùng khảo sát ( $-\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}$  hoặc  $x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$ ) **tìm n** ; ta sẽ biết được **số vân tối trùng** nhau ( $N_{\equiv}$ ) và vị trí trùng nhau.

• Số vân tối quan sát được là:  $N = (N_1 + N_2) - N_{\equiv}$ . Với  $(N_1 + N_2)$  là tổng số vân tối của cả hai bức xạ.

**d) Số vị trí trùng nhau giữa 1 vân sáng và 1 vân tối của 2 bức xạ trên toàn bộ trường giao thoa L và trên đoạn MN ( $x_M < x_N$ ).**

+ Vị trí của vân sáng của bức xạ 1 trùng với vân tối của bức xạ 2:  $x = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = (k_2 + 0,5) \frac{\lambda_2 D}{a}$

$\Rightarrow \boxed{qk_1 = p(k_2 + 0,5)}$  *Bài toán này chỉ có nghiệm khi p là số nguyên chẵn*

+ Vị trí của vân sáng của bức xạ 2 trùng với vân tối của bức xạ 1:  $x = (k_1 + 0,5) \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a}$

$\Rightarrow \boxed{q(k_1 + 0,5) = p.k_2}$  *(Bài toán này chỉ có nghiệm khi q là số nguyên chẵn)*



**CHỦ ĐỀ 3: CÁC LOẠI QUANG PHỔ VÀ CÁC LOẠI TIA BỨC XẠ**

**1. Máy quang phổ:** Là dụng cụ dùng để phân tích chùm ánh sáng phức tạp tạo thành những thành phần đơn sắc. Máy quang phổ gồm có 3 bộ phận chính:

- + Ống chuẩn trực: để tạo ra chùm tia song song
- + Hệ tán sắc: để tán sắc ánh sáng
- + Buồng tối: để thu ảnh quang phổ

**2. Các loại quang phổ và các loại tia bức xạ:**

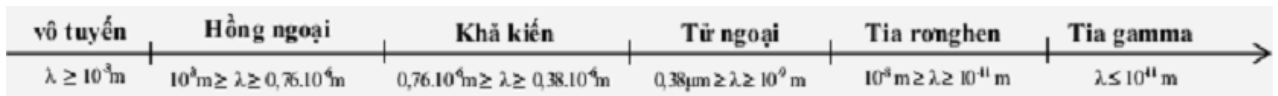
|                   | QP liên tục                                                     | QP vạch phát xạ                                              | QP vạch hấp thụ                                                                                                       | Tia hồng ngoại                                                                    | Tia tử ngoại                                                                         | Tia X                                                                           |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Định nghĩa</b> | Là một dải màu biến thiên liên tục từ đỏ đến tím.               | Là hệ thống các vạch màu riêng rẽ nằm trên một nền tối.      | Là hệ thống những vạch tối riêng rẽ trên nền quang phổ liên tục.                                                      | Là bức xạ không nhìn thấy có bước sóng dài hơn bước sóng tia đỏ (dài hơn 0,76μm)  | Là bức xạ không nhìn thấy có bước sóng ngắn hơn bước sóng tia tím (ngắn hơn 0,38μm)  | Là sóng điện từ có bước sóng ngắn, từ 10 <sup>-8</sup> m ÷ 10 <sup>-11</sup> m. |
| <b>Nguồn phát</b> | Các chất rắn, chất lỏng và chất khí ở áp suất lớn bị nung nóng. | Các chất khí hay hơi ở áp suất thấp bị kích thích nóng sáng. | Do chiếu một chùm ánh sáng qua một khối khí hay hơi được nung nóng ở nhiệt độ thấp hơn nhiệt độ của nguồn sáng trắng. | Mọi vật có nhiệt độ cao hơn nhiệt độ môi trường. lò than, lò điện, đèn dây tóc... | Các vật bị nung nóng đến trên 2000 <sup>o</sup> C; đèn hơi thủy ngân, hồ quang điện. | Ống rơnghen, ống cu-lít-giơ                                                     |

|                         |                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                           |                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Tính chất</b></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Không phụ thuộc bản chất của vật, chỉ phụ thuộc nhiệt độ của vật.</li> <li>- Nhiệt độ càng cao, miền phát sáng của vật càng mở rộng về vùng ánh sáng có bước sóng ngắn</li> </ul> | <p>Nguyên tố khác nhau có quang phổ vạch riêng khác nhau về số lượng, vị trí màu sắc, độ sáng tỉ đối giữa các vạch. (vạch quang phổ không có bề rộng)</p> | <p>Các vạch tối xuất hiện đúng vị trí các vạch màu của quang phổ vạch phát xạ.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tác dụng nhiệt</li> <li>- Gây ra một số phản ứng hóa học</li> <li>- Có thể biến đổi được như sóng cao tần</li> <li>- Gây ra hiện tượng quang điện trong một số chất bán dẫn.</li> </ul>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tác dụng lên phim ảnh, Làm ion hóa không khí, gây phản ứng quang hóa, quang hợp, gây hiện tượng quang điện</li> <li>- Tác dụng sinh lí: hủy diệt tế bào da, diệt khuẩn...</li> <li>- Bị nước và thủy tinh hấp thụ rất mạnh</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Khả năng đâm xuyên mạnh</li> <li>- Tác dụng mạnh lên phim ảnh, làm ion hóa không khí, làm phát quang nhiều chất, gây hiện tượng quang điện ở hầu hết kim loại</li> <li>- Tác dụng diệt vi khuẩn, hủy diệt tế bào.</li> </ul> |
| <p><b>Ứng dụng</b></p>  | <p>Đo nhiệt độ của vật</p>                                                                                                                                                                                                 | <p>Xác định thành phần (nguyên tố), hàm lượng các thành phần trong vật.</p>                                                                               |                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sấy khô, sưởi ấm</li> <li>- Điều khiển từ xa</li> <li>- Chụp ảnh bề mặt Trái Đất từ vệ tinh</li> <li>- Quân sự (tên lửa tự động tìm mục tiêu, camera hồng ngoại, ống nhòm hồng ngoại...)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Khử trùng nước uống, thực phẩm</li> <li>- Chữa bệnh còi xương</li> <li>- Xác định vết nứt trên bề mặt kim loại</li> </ul>                                                                                                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chẩn đoán bệnh.</li> <li>- Chữa bệnh ung thư.</li> <li>- Kiểm tra vật đúc, dò bọt khí, vết nứt trong kim loại.</li> <li>- Kiểm tra hành lí hành khách đi máy bay.</li> </ul>                                                 |

**Chú ý:** Mặt trời là nguồn phát ra quang phổ liên tục nhưng quang phổ của mặt trời mà ta thu được trên mặt đất lại là quang phổ vạch hấp thụ của khí quyển mặt trời.

**3. Thang sóng điện từ:**

| Miền SĐT      | Sóng vô tuyến         | Tia hồng ngoại             | Ánh sáng nhìn thấy             | Tia tử ngoại               | Tia X                   | Tia Gamma       |
|---------------|-----------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|-------------------------|-----------------|
| $\lambda$ (m) | $3.10^4 \div 10^{-4}$ | $10^{-3} \div 7,6.10^{-7}$ | $7,6.10^{-7} \div 3,8.10^{-7}$ | $3,8.10^{-7} \div 10^{-9}$ | $10^{-8} \div 10^{-11}$ | Dưới $10^{-11}$ |



**📖 DẠNG 1: Tia Rơn-ghen**

Ở đây ta xét các bài toán xuôi, ngược liên quan đến điện áp  $U_{AK}$ , động năng của electron, bước sóng ngắn nhất (hoặc tần số lớn nhất) mà ống Rơn-ghen phát ra.

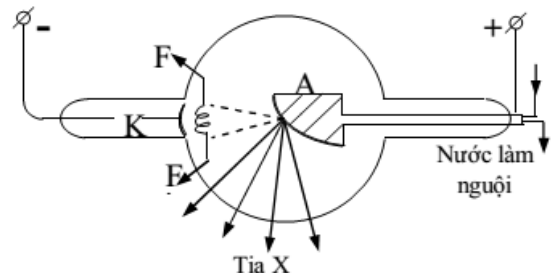
**1/ Tính bước sóng ngắn nhất của tia X phát ra:**

- Theo định luật bảo toàn năng lượng:

Năng lượng dòng electron = năng lượng tia X + Nhiệt năng + (nhiệt năng rất lớn so với năng lượng tia X)

$$\Leftrightarrow \varepsilon = \varepsilon_X + Q \geq \varepsilon_X \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda_X} \leq \varepsilon \Rightarrow \lambda_X \geq \frac{hc}{\varepsilon}$$

- Ta có: Năng lượng dòng electron = động năng của chùm F electron khi đập vào đối Katốt



$$\boxed{\varepsilon = W_d + e.U_{AK}} \Rightarrow \lambda_x \geq \frac{hc}{e.U_{AK}}$$

Suy ra bước sóng ngắn nhất của tia X phát ra là:  $\boxed{\lambda_x = \frac{hc}{eU_{AK}}}$  hoặc tần số lớn nhất  $f_{\max} = \frac{eU_{AK}}{h}$

## 2/ Tính nhiệt lượng làm nóng đối Katốt:

Nhiệt lượng làm nóng đối Katốt bằng tổng động năng của các quang electron đến đập vào đối

Katốt:  $\boxed{Q = W = NW_d = N.\varepsilon}$  với  $\boxed{N = \frac{I.t}{|e|}}$  với N = là tổng số quang electron đến đối Katốt.

Kết hợp với  $Q = m.c.(t_2 - t_1)$  ; với c là nhiệt dung riêng của kim loại làm đối Katốt.

## CHƯƠNG VI: LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG

### CHỦ ĐỀ 1: QUANG ĐIỆN NGOÀI

**1. Định nghĩa:** Hiện tượng ánh sáng làm bật các electron ra khỏi mặt kim loại gọi là hiện tượng quang điện (hay còn gọi là hiện tượng quang điện ngoài). Các electron bị bật ra trong hiện tượng này gọi là các electron quang điện hay quang electron.

**2. Định luật về giới hạn quang điện:** Đối với mỗi kim loại, ánh sáng kích thích phải có bước sóng  $\lambda$  nhỏ hơn hoặc bằng giới hạn quang điện  $\lambda_0$  của kim loại đó ( $\lambda \leq \lambda_0$ ) mới gây ra được hiện tượng quang điện.

**Chú ý:** Nếu chiếu đồng thời 2 bức xạ  $\lambda_1, \lambda_2$  và cả 2 bức xạ cùng gây ra hiện tượng quang điện thì ta tính toán với bức xạ có bước sóng bé hơn.

**3. Giả thuyết Plăng:** Lượng năng lượng mà mỗi lần một nguyên tử hay phân tử hấp thụ hoặc phát xạ có giá trị hoàn toàn xác định, được gọi là **lượng tử năng lượng** và được kí hiệu bằng chữ  $\epsilon$ :

$$\epsilon = h.f = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{Trong đó: } h = 6,625.10^{-34} \text{ J.s gọi là hằng số Plăng.}$$

**4. Giới hạn quang điện:**  $\lambda_0 = \frac{hc}{A}$  của mỗi kim loại là đặc trưng riêng của kim loại đó và cũng chính là *bước sóng lớn nhất của ánh sáng kích thích*. Trong đó: **A là công thoát của electron (đơn vị: Jun).**

### 5. Thuyết lượng tử ánh sáng (thuyết phôtôn) của Anh-xtanh

+ Ánh sáng được tạo thành bởi các hạt gọi là **phôtôn**.

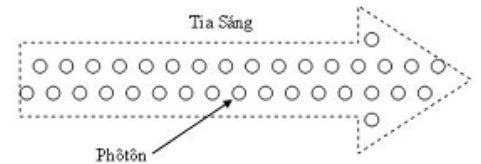
+ Với mỗi ánh sáng đơn sắc có tần số  $f$ , các phôtôn đều giống nhau, mỗi phôtôn mang năng lượng  $\epsilon = hf$ .

+ **Phôtôn chỉ tồn tại trong trạng thái chuyển động**. Trong chân không, phôtôn bay với **tốc độ  $c = 3.10^8 \text{ m/s}$**  dọc theo các tia sáng.

+ Mỗi lần một nguyên tử hay phân tử phát xạ hoặc hấp thụ ánh sáng thì chúng phát ra hay hấp thụ một phôtôn.

+ Năng lượng của mỗi phôtôn rất nhỏ. Một chùm sáng dù yếu cũng chứa rất nhiều phôtôn do rất nhiều nguyên tử, phân tử phát ra. Vì vậy ta nhìn thấy chùm sáng là liên tục.

+ *Khi ánh sáng truyền đi, các lượng tử không bị thay đổi, không phụ thuộc khoảng cách tới nguồn sáng.*



### 6. Lượng tính sóng - hạt của ánh sáng

Ánh sáng vừa có tính chất sóng, vừa có tính chất hạt. Ta nói ánh sáng có lưỡng tính sóng - hạt.

Trong mỗi hiện tượng quang học, khi tính chất sóng thể hiện rõ thì tính chất hạt lại mờ, và ngược lại.

| Thể hiện tính chất sóng                                                                                 | Thể hiện tính chất hạt                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>● Hiện tượng giao thoa</li> <li>● Hiện tượng nhiễu xạ</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Hiện tượng quang điện.</li> <li>● Hiện tượng gây phát quang.</li> </ul> |

**7. Công suất bức xạ của nguồn sáng:**  $P = n_f \cdot \epsilon$ . Với  $n_f$  là số phôtôn nguồn phát ra trong 1s.

### \*\* MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP NÂNG CAO

**8. Động lượng của photon:**  $p = m_{ph} \cdot c = \frac{h}{\lambda} = \frac{\epsilon}{c}$ ; Với  $m_{ph}$  là khối lượng tương đối tính của photon.

9. Công thức Anh-xtanh:

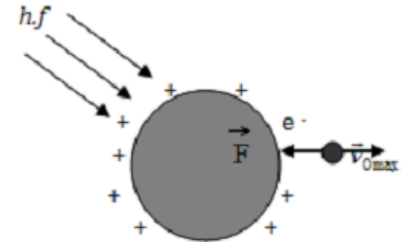
$$\varepsilon = A + \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 \rightarrow v_{0\max} = \sqrt{\frac{2hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)}{m}}; \text{ với } h.c = 1,9875.10^{-25}$$

10. Định lí động năng:

$$\Delta W_d = A_{F_e} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_t^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = q.U_{MN} = q(V_M - V_N)$$

→ Bài toán 1: Tính điện thế của quả cầu cô lập về điện

Trường hợp chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda \leq \lambda_0$  vào quả cầu kim loại cô lập, các êlectrôn quang điện được bứt ra khỏi quả cầu, điện tích dương của quả cầu tăng dần nên điện thế  $V$  của quả cầu tăng dần. Điện thế  $V = V_{\max}$  khi các êlectrôn quang điện bứt ra khỏi quả cầu đều bị lực điện trường hút trở lại quả cầu.



- Áp dụng định lí động năng với lưu ý  $v_t = 0, V_M = V_{\max}, V_N = V_{\infty} = 0,$

ta có: 
$$\frac{mv_{0\max}^2}{2} = e.V_{\max}$$

- Áp dụng công thức Anh-xtanh, ta có:

$$V_{\max} = \frac{h\frac{c}{\lambda} - A}{|e|}$$

- Đối với quả cầu kim loại bán kính  $R$ , ta có thể tính được điện tích cực đại  $Q_{\max}$  của quả cầu:

$$V_{\max} = k.\frac{Q_{\max}}{R}; \text{ với } k = 9.10^9 \text{ (Nm}^2\text{/C}^2 \text{)}$$

→ Bài toán 2: Cho hiệu điện thế  $U_{AK}$  đặt vào tế bào quang điện, tính vận tốc của  $e$  khi đập vào Anot.

- Khi electron được tăng tốc:  $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = e.U_{AK} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 - (\varepsilon - A) = e.U_{AK} \Rightarrow$  vận tốc  $v$

- Khi electron bị giảm tốc:  $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -e.|U_{AK}| \Rightarrow$  vận tốc  $v$

Lưu ý đổi đơn vị:  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}; 1 \text{ eV} = 1,6.10^{-19} \text{ J}; 1 \text{ MeV} = 1,6.10^{-13} \text{ J}; 1 \text{ A}^0 = 10^{-10} \text{ m}.$

12. Cường độ dòng quang điện bão hòa:

$$I_{bh} = \frac{q}{t} = n_e.e; \text{ Với } n_e \text{ là số eléctron bứt ra khỏi K trong 1s}$$

13. Hiệu suất lượng tử:

$$H = \frac{n_e}{n_f}$$

14. Điều kiện để dòng quang điện triệt tiêu:  $U_{AK} \leq U_h$  ( $U_h < 0$ ),  $U_h$  gọi là hiệu điện thế hãm

$$|e.U_h| = \frac{mv_{0\max}^2}{2} \rightarrow e.U_h = hf - A \rightarrow |U_h| = \frac{hc}{e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

Lưu ý: Trong một số bài toán người ta lấy  $U_h > 0$  thì đó là độ lớn.

15. Tính khoảng cách xa nhất mà mắt còn trông thấy nguồn sáng

Gọi  $P$  là công suất của nguồn sáng phát ra bức xạ  $\lambda$  đẳng hướng,  $d$  là đường kính của con người,  $n$  là độ nhạy của mắt (số photon ít nhất lọt vào mắt mà mắt còn phát hiện ra). Ta có:

- Số photon của nguồn sáng phát ra trong 1 giây:  $n_\lambda = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{P\lambda}{hc}$

- Gọi  $D$  là khoảng cách từ mắt đến nguồn sáng, thì số photon trên được phân bố đều trên mặt hình cầu có bán kính là  $D$ .



- Số photon qua 1 đơn vị diện tích của hình cầu trong 1 giây là:  $k = \frac{h_\lambda}{4\pi D^2} = \frac{P\lambda}{hc \cdot 4\pi D^2}$
- Số photon lọt vào con người trong 1 giây là:  $N = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot k = \frac{\pi d^2}{4} \frac{P\lambda}{hc \cdot 4\pi D^2} = \frac{P\lambda d^2}{16hc \cdot D^2}$
- Để mắt còn nhìn thấy được nguồn sáng thì:

$$N \geq n \Rightarrow \frac{P\lambda d^2}{16hc \cdot D^2} \geq n \Rightarrow D \leq \frac{d}{4} \sqrt{\frac{P\lambda}{nhc}} \Rightarrow \boxed{D_{\max} = \frac{d}{4} \sqrt{\frac{P\lambda}{nhc}}}$$

### 16. Khi electron quang điện bay trong điện trường

- + Lực điện trường tác dụng lên electron:  $F_E = e \cdot E$ ; với điện trường đều thì:  $E = \frac{U}{d}$
- + Khi các quang electron bật ra khỏi catot chịu lực điện trường thì thu gia tốc  $a = \frac{F_E}{m} = \frac{e \cdot E}{m} = \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{d}$

#### → Bài toán: Tính khoảng cách s tối đa mà electron rời xa được bản cực

Nếu điện trường cần là đều có cường độ E và electron bay dọc theo đường sức điện thì quãng

đường tối đa mà electron có thể rời xa được Katot là:  $\frac{1}{2}mv_{0\max}^2 = e \cdot E \cdot S_{\max} \Rightarrow S_{\max} = \frac{\frac{1}{2}mv_{0\max}^2}{e \cdot E} = \frac{\varepsilon - A}{e \cdot E}$

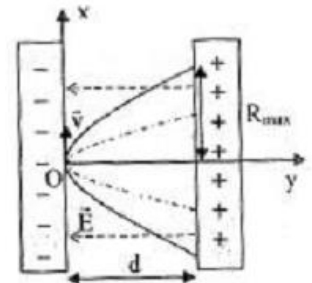
#### → Bài toán: Tính bán kính lớn nhất của vòng tròn trên bề mặt anot mà các electron tới đập vào

Electron sẽ bị lệch nhiều nhất khi vận tốc ban đầu  $v_0$  vuông góc với bề mặt Katot (vuông góc với các đường sức điện), ta quy về bài toán chuyển động ném ngang. Xét trục tọa độ xOy:

- + Trục Ox:  $x = v_{0\max}t = R_{\max}$
- + Trục Oy:  $y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{e \cdot E}{m} t^2 = d$  (với d là khoảng cách giữa hai bản cực)  $\Rightarrow t \Rightarrow R_{\max} = v_{0\max}t$

- Nếu ta thay  $a = \frac{e}{m} \cdot \frac{U_{AK}}{d}$  thì:  $\boxed{R_{\max} = v_{0\max}t = v_{0\max}d \sqrt{\frac{2m_e}{eU_{AK}}}}$

- Nếu thay tiếp  $v_{0\max}$  từ biểu thức  $|e \cdot U_h| = \frac{mv_{0\max}^2}{2}$  thì  $\boxed{R_{\max} = 2d \sqrt{\frac{U_h}{U_{AK}}}}$



### 17. Khi electron quang điện bay trong từ trường

- + Lực Lorentz tác dụng lên electron:  $F_L = e \cdot B \cdot v_{0\max} \cdot \sin\alpha$

+ Nếu  $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$  thì quỹ đạo electron là đường tròn R:  $F_{ht} = F_L \Leftrightarrow m \frac{v_0^2}{R} = |e|v_0B \Rightarrow \boxed{R = \frac{m \cdot v_0}{|e|B}}$

Nếu electron có  $v_{0\max}$  thì:  $\boxed{R = R_{\max} = \frac{m \cdot v_{0\max}}{|e|B}}$

+ Nếu  $\vec{v}_0$  xiên góc  $\alpha$  với  $\vec{B}$  thì quỹ đạo electron là đường ốc với bán kính vòng ốc:  $\boxed{R = \frac{m \cdot v_0}{|e|B \sin \alpha}}$

### 18. Khi electron quang điện bay theo phương ngang trong miền có cả điện trường và từ trường, để electron không bị lệch khỏi phương ban đầu thì $F_E = F_L \Rightarrow E = B \cdot v_{0\max}$

## -----☉☽----- CHỦ ĐỀ 2: MÃU BƠ

#### 1. Tiên đề 1 (Tiên đề về trạng thái dừng):

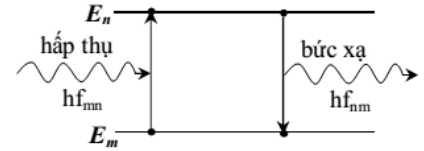
Nguyên tử chỉ tồn tại trong một số trạng thái có năng lượng xác định, gọi là các trạng thái dừng. Khi ở trong các trạng thái dừng thì nguyên tử không bức xạ và cũng không hấp thụ năng lượng.

#### 2. Tiên đề 2 (Tiên đề về sự bức xạ và hấp thụ năng lượng của nguyên tử):

Khi nguyên tử chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng  $E_n$  sang trạng thái dừng có năng lượng  $E_m$  nhỏ hơn thì nguyên tử phát ra một photon có năng lượng đúng bằng hiệu  $E_n - E_m$ :  $\varepsilon = hf_{nm} = E_n - E_m$

bằng hiệu  $E_n - E_m$ :  $\varepsilon = hf_{nm} = E_n - E_m$

Ngược lại, nếu nguyên tử đang ở trong trạng thái dừng có hấp thụ bức xạ năng lượng  $E_m$  mà hấp thụ được một photon có năng lượng đúng bằng hiệu  $E_n - E_m$  thì nó chuyển lên trạng thái dừng có năng lượng cao  $E_n$ .

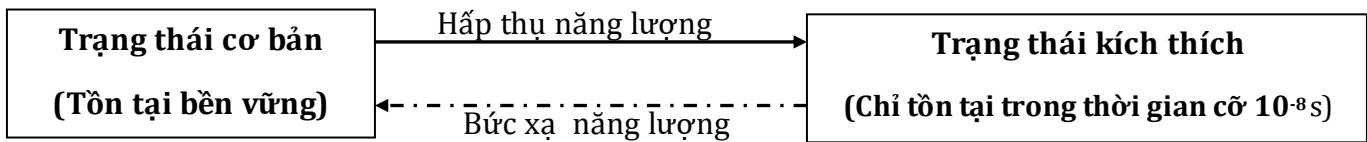


**Chú ý:** Nếu photon có năng lượng  $hf_{mn}$  mà  $E_n < hf_{mn} < E_m$  thì nguyên tử **không** nhảy lên mức năng lượng nào mà vẫn ở trạng thái dừng ban đầu.

**3. Hệ quả:** Ở những trạng thái dừng các electron trong nguyên tử chỉ chuyển động trên quỹ đạo có bán kính hoàn toàn xác định gọi là quỹ đạo dừng.

- Đối với nguyên tử Hidrô, bán kính quỹ đạo dừng tăng tỉ lệ với bình phương của các số nguyên liên tiếp:  $r_n = n^2 r_0$  với  $n$  là số nguyên và  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ , gọi là bán kính  $B_0$

|          |           |           |           |           |           |           |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Quỹ đạo  | K (n = 1) | L (n = 2) | M (n = 3) | N (n = 4) | O (n = 5) | P (n = 6) |
| Bán kính | $r_0$     | $4r_0$    | $9r_0$    | $16r_0$   | $25r_0$   | $36r_0$   |



**4. Tính năng lượng electron trên quỹ đạo dừng thứ n:**  $E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (eV)}$  Với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

→ Năng lượng ion hóa nguyên tử hi đrô từ trạng thái cơ bản:  $E_0 = 13,6 \text{ (eV)} = 21,76 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

|            |                     |                     |                     |                     |                     |                     |
|------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Quỹ đạo    | K (n = 1)           | L (n = 2)           | M (n = 3)           | N (n = 4)           | O (n = 5)           | P (n = 6)           |
| Năng lượng | $-\frac{13,6}{1^2}$ | $-\frac{13,6}{2^2}$ | $-\frac{13,6}{3^2}$ | $-\frac{13,6}{4^2}$ | $-\frac{13,6}{5^2}$ | $-\frac{13,6}{6^2}$ |

**5. Tính bước sóng khi dịch chuyển giữa hai mức năng lượng:**  $\frac{hc}{\lambda_{mn}} = E_m - E_n \Rightarrow \lambda_{mn} = \frac{hc}{E_m - E_n}$

**6. Cho bước sóng này tính bước sóng khác:**  $\frac{1}{\lambda_{13}} = \frac{1}{\lambda_{12}} + \frac{1}{\lambda_{23}}$ ;  $f_{13} = f_{12} + f_{23}$  (như cộng vectơ).

Hoặc dùng công thức:  $\lambda = \frac{1}{R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)}$  với  $R = 1,09 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  (máy tính fx 570 ES: bấm **SHIFT**

**7** **16** )

**7. Tính bán kính quỹ đạo dừng thứ n:**  $r_n = n^2 r_0$ ; với  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  là bán kính  $B_0$  (ở quỹ đạo K)

**8. Khi electron chuyển mức năng lượng, tìm số vạch phát ra:**

- Vẽ sơ đồ mức năng lượng, vẽ các vạch có thể phát xạ rồi đếm.

- Hoặc dùng công thức:  $N = \frac{n(n-1)}{2}$ ; với  $n$  là số vạch mức năng lượng.

**Chứng minh:**  $N = C_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$ ; trong đó  $C_n^2$  là tổ hợp chập 2 của  $n$ .

**9\*. Tính vận tốc và tần số quay của electron khi chuyển động trên quỹ đạo dừng n:**

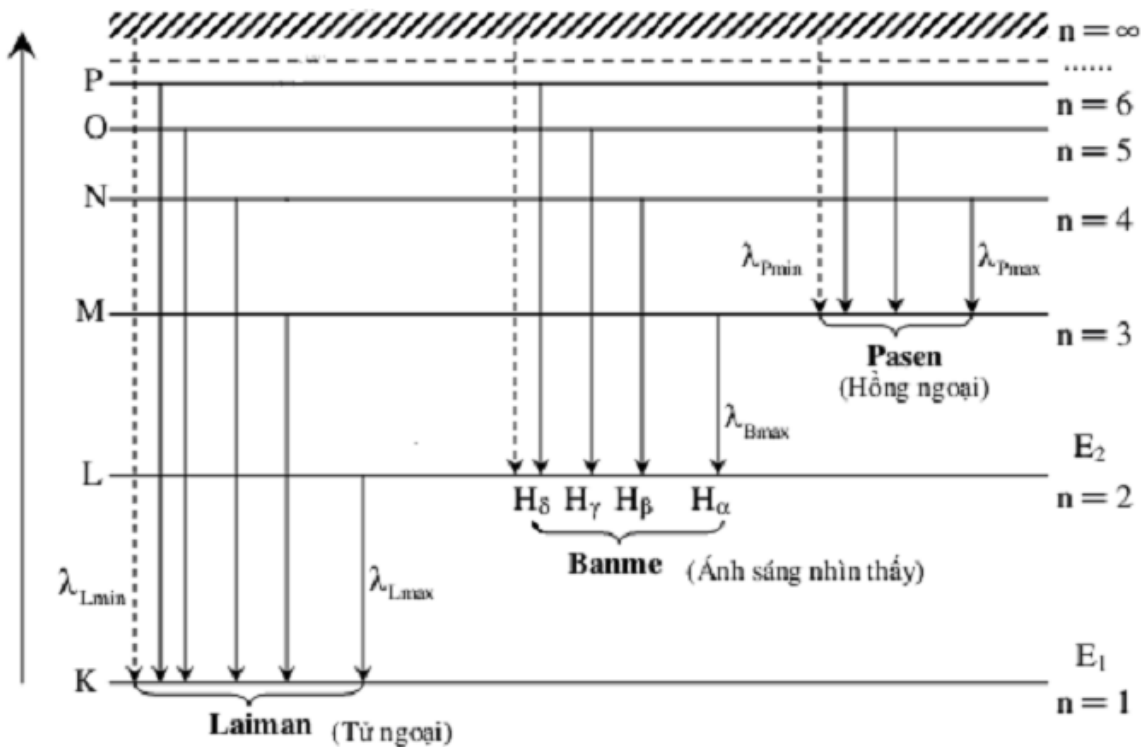
Lực Culông giữa electron và hạt nhân giữ vai trò lực hướng tâm  $k \frac{e^2}{r_n^2} = m_e \frac{v^2}{r_n}$  nên:

**Vận tốc của electron:**  $v = e \sqrt{\frac{k}{m_e r_n}} = \frac{2,2 \cdot 10^6}{n}$  m/s với  $\begin{cases} k = 9 \cdot 10^9 \text{ (Nm}^2/\text{C}^2) \\ m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{cases}$

**Tần số quay của electron:**  $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{v}{r_n} \Rightarrow f = \frac{v}{2\pi r_n}$

**10\*. Cường độ dòng điện phân tử do electron chuyển động trên quỹ đạo gây ra:**

$I = \frac{q}{t} = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi} \cdot \omega$  (vì electron chuyển động trên quỹ đạo tròn nên  $t = T$ )



**CHỦ ĐỀ 3: QUANG ĐIỆN TRONG, QUANG PHÁT QUANG & LAZE**

**I. HIỆN TƯỢNG QUANG ĐIỆN TRONG**

**1. Chất quang dẫn và hiện tượng quang điện trong**

**a) Chất quang dẫn:** là chất dẫn điện kém khi không bị chiếu sáng và trở thành chất dẫn điện tốt khi bị chiếu ánh sáng thích hợp.

**b) Hiện tượng quang điện trong:**

\* **Khái niệm:** Hiện tượng khi chiếu ánh sáng thích hợp vào khối chất bán dẫn, làm giải phóng các electron liên kết để cho chúng trở thành các electron dẫn đồng thời tạo ra các lỗ trống cùng tham gia vào quá trình dẫn điện gọi là hiện tượng quang điện trong.

\* **Ứng dụng:** Hiện tượng quang điện trong được ứng dụng trong quang điện trở và pin quang điện.

**Chú ý:**

● Khi nói đến hiện tượng quang điện trong thì luôn nhớ tới chất bán dẫn, còn với hiện tượng quang điện ngoài thì phải là kim loại.

● Bức xạ hồng ngoại có thể gây ra hiện tượng quang điện trong ở một số chất bán dẫn. Trong khi đó nó **không thể** gây ra hiện tượng quang điện ngoài ở bất kỳ kim loại nào.

**2. Quang điện trở**

- Quang điện trở là một điện trở làm bằng chất quang dẫn. Nó có cấu tạo gồm một sợi dây bằng chất quang dẫn gắn trên một đế cách điện.

- Quang điện trở được ứng dụng trong các mạch điều khiển tự động.

### 3. Pin quang điện

- Pin quang điện (còn gọi là pin Mặt Trời) là một nguồn điện chạy bằng năng lượng ánh sáng. Nó biến đổi trực tiếp quang năng thành điện năng.

\* **Ứng dụng:** Pin quang điện được ứng dụng trong các máy đo ánh sáng, vệ tinh nhân tạo, máy tính bỏ túi... Được lắp đặt và sử dụng ở miền núi, hải đảo, những nơi xa nhà máy điện.

## II. HIỆN TƯỢNG QUANG – PHÁT QUANG

### 1. Khái niệm về sự phát quang

*Hiện tượng xảy ra ở một số chất có khả năng hấp thụ ánh sáng có bước sóng này để phát ra ánh sáng có bước sóng khác.* Chất có khả năng phát quang gọi là chất phát quang.

**Ví dụ:** Nếu chiếu một chùm ánh sáng tử ngoại vào một ống nghiệm đựng dung dịch fluorexêin (chất diệp lục) thì dung dịch này sẽ phát ra ánh sáng màu lục. Ở đây, ánh sáng tử ngoại là ánh sáng kích thích, còn ánh sáng màu lục là do fluorexêin phát ra là *ánh sáng phát quang*

Thành trong của các đèn ống thông thường có phủ một lớp bột phát quang. Lớp bột này sẽ phát quang ánh sáng trắng khi bị kích thích bởi ánh sáng giàu tia tử ngoại do hơi thủy ngân trong đèn phát ra lúc có sự phóng điện qua nó.

#### Chú ý:

- Ngoài hiện tượng quang – phát quang còn có các hiện tượng phát quang sau: hóa – phát quang (ở con đom đóm); điện – phát quang (ở đèn LED); phát quang catôt (ở màn hình ti vi).

- Sự phát sáng của đèn ống là sự quang - phát quang vì: trong đèn ống có tia tử ngoại chiếu vào lớp bột phát quang được phủ bên trong thành ống của đèn.

- Sự phát sáng của đèn dây tóc, ngọn nến, hồ quang không phải là sự quang - phát quang.

**2. Đặc điểm của hiện tượng phát quang:** bước sóng  $\lambda'$  của ánh sáng **phát quang** bao giờ cũng **lớn hơn** bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng **kích thích**:  $\lambda' > \lambda$  (hay  $\epsilon' < \epsilon \Leftrightarrow f' < f$ ).

## III. SƠ LƯỢC VỀ LAZE

### 1. Định nghĩa, đặc điểm, phân loại và ứng dụng của laze

- **Laze** là một nguồn sáng phát ra một chùm sáng cường độ lớn dựa trên việc ứng dụng hiện tượng phát xạ cảm ứng.

- **Một số đặc điểm của tia laze:**

- + Tia laze có tính đơn sắc cao.
- + Tia laze là chùm sáng kết hợp (các photon trong chùm có cùng tần số và cùng pha).
- + Tia laze là chùm sáng song song (có tính định hướng cao).
- + Tia laze có cường độ lớn.

**Chú ý:** Tia laze không có đặc điểm công suất lớn, hiệu suất của laze nhỏ hơn 1.

- **Các loại laze:**

- + Laze rắn, như laze rubi (biến đổi quang năng thành quang năng).
- + Laze khí, như laze He – Ne, laze CO<sub>2</sub>.
- + Laze bán dẫn, như laze Ga – Al – As, sử dụng phổ biến hiện nay (bút chỉ bảng).

- **Một vài ứng dụng của laze:** Laze được ứng dụng rộng rãi trong rất nhiều lĩnh vực

- + Y học: dùng như dao mổ trong phẫu thuật mắt, chữa bệnh ngoài da...
- + Thông tin liên lạc: sử dụng trong vô tuyến định vị, liên lạc vệ tinh, truyền tin bằng cáp quang...
- + Công nghiệp: khoan, cắt, tô, ... chính xác các vật liệu trong công nghiệp.

## CHƯƠNG VII: HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ

### 📖 DẠNG 1: Thuyết tương đối - Cấu trúc hạt nhân

- Khối lượng **ngỉ**:  $m_0$  ; Khối lượng **tương đối tính**:  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \geq m_0$
- Năng lượng **ngỉ**:  $W_0 = m_0c^2$  ; Năng lượng **toàn phần**:  $W = mc^2$
- **Động năng**:  $W_d = K = W - W_0 = (m - m_0)c^2$
- Hạt nhân  ${}^A_ZX$ , có A nuclôn ; Z prôtôn và (A - Z) notrôn
- **Độ hụt khối**:  $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{hn}$
- Năng lượng liên kết của hạt nhân:  $W_{lk} = \Delta m \cdot c^2$  ; với:  $1 \text{ uc}_2 \approx 931,5 \text{ MeV}$
- Năng lượng liên kết tính riêng:  $\varepsilon = \frac{W_{lk}}{A}$  (**đặc trưng cho tính bền vững của hạt nhân**)
- Số hạt nhân trong m gam chất đơn nguyên tử:  $N = \frac{m}{M} N_A$

Với  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ hạt/mol}$  (máy tính fx 570 ES: bấm **SHIFT** **7** **24** )

### 📖 DẠNG 2: Phóng xạ

\* Các công thức cơ bản: Đặt  $k = \frac{t}{T}$ , ta có:  $m = m_0 \cdot 2^{-k} = m_0 e^{-\lambda t}$  ;  $N = N_0 \cdot 2^{-k} = N_0 e^{-\lambda t}$

• Số hạt nguyên tử bị phân rã bằng số hạt nhân con được tạo thành và bằng số hạt được tạo thành:  $\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$

• Khối lượng chất bị phóng xạ sau thời gian t:  $\Delta m = m_0 - mN = m_0(1 - e^{-\lambda t})$

• Phần trăm chất phóng xạ còn lại:  $\frac{N}{N_0} = \frac{m}{m_0} = 2^{-k} = e^{-\lambda t}$

• Phần trăm chất phóng xạ bị phân rã:  $\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{\Delta m}{m_0} = 1 - 2^{-k} = 1 - e^{-\lambda t}$

• Tỷ lệ số nguyên tử của hạt nhân con và hạt nhân mẹ tại thời điểm t:  $\frac{N_c}{N_m} = 2^k - 1$

**Chú ý:** Nếu  $t \ll T \Leftrightarrow e^{-\lambda t} \ll 1$ , ta có:  $\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t}) \approx N_0\lambda t = H_0 t$

**Các trường hợp đặc biệt, học sinh cần nhớ để giải nhanh các câu hỏi trắc nghiệm:**

| Thời gian t                                | T   | 2T               | 3T               | 4T               | 5T               | 6T               |
|--------------------------------------------|-----|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Còn lại: $N/N_0$ hay $m/m_0$               | 1/2 | 1/2 <sup>2</sup> | 1/2 <sup>3</sup> | 1/2 <sup>4</sup> | 1/2 <sup>5</sup> | 1/2 <sup>6</sup> |
| Đã rã: $(N_0 - N)/N_0$                     | 1/2 | 3/4              | 7/8              | 15/16            | 31/32            | 63/64            |
| Tỷ lệ % đã rã                              | 50% | 75%              | 87,5%            | 93,75%           | 96,875%          | 98,4375%         |
| Tỷ lệ (tỉ số) hạt đã rã và còn lại         | 1   | 3                | 7                | 15               | 31               | 63               |
| Tỷ lệ (tỉ số) hạt còn lại và đã bị phân rã | 1   | 1/3              | 1/7              | 1/15             | 1/31             | 1/63             |

\* Tính khối lượng hạt nhân con tạo thành và thể tích khí heli sinh ra (phóng xạ  $\alpha$ ):

$$m_c = \frac{\Delta m_m}{A_m} \cdot A_c ; V_\alpha = \frac{\Delta m_m}{A_m} \cdot 22,4 \text{ (l)}$$

\* **Tính thời gian và tính tuổi:**

a) **Tính thời gian khi cho biết  $N_0$  hoặc  $m_0$  hoặc các dữ kiện khác mà ta tìm được  $N$  hoặc  $m$**

$$t = T \log_2 \left( \frac{N_0}{N} \right) = T \log_2 \left( \frac{m_0}{m} \right)$$

→ Công thức trên còn dùng để tính tuổi thực vật nhờ định vị C14: lúc đó ta xem  $N_0$  là số nguyên tử có trong mẫu sống,  $N$  là số nguyên tử trong mẫu cổ.

b) **Tính thời gian khi cho biết tỉ số  $\frac{N_c}{N_m}$  hoặc  $\frac{m_c}{m_m}$**

$$t = T \log_2 \left( 1 + \frac{N_c}{N_m} \right) = T \log_2 \left( 1 + \frac{m_c A_m}{m_m A_c} \right)$$

→ Công thức trên còn dùng để tính tuổi khoáng vật: đá, quặng Poloni, ...

\* **Tính chu kỳ bằng máy đếm xung:**

Một mẫu phóng xạ  ${}_Z^A X$  ban đầu trong  $t_1$  phút có  $\Delta N_1$  hạt nhân bị phân rã, sau đó  $t$  phút (kể từ lúc  $t = 0$ ) trong  $t_2$  phút có  $\Delta N_2$  hạt nhân bị phân rã. Ta có chu kỳ bán rã chất phóng xạ:

$$T = \frac{t}{\log_2 \left( \frac{\Delta N_1 \cdot t_2}{\Delta N_2 \cdot t_1} \right)} \quad \text{Nếu } t_2 = t_1 \text{ thì: } T = \frac{t}{\log_2 \left( \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} \right)}$$

\* **Bài toán hai chất phóng xạ với chu kỳ bán rã khác nhau hoặc các bài toán khác:**

- Viết biểu thức số hạt hoặc khối lượng còn lại của các chất phóng xạ
- Thiết lập tỉ số của số hạt hoặc khối lượng các chất phóng xạ

\* **Các loại tia phóng xạ:**

|                    | <b>Phóng xạ Alpha (<math>\alpha</math>)</b>                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>Phóng xạ Beta: có 2 loại là <math>\beta^-</math> và <math>\beta^+</math></b>                                                                                                                                                                                                                                    | <b>Phóng xạ Gamma (<math>\gamma</math>).</b>                                                                               |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Bản chất           | Là dòng hạt nhân Hêli ${}_2^4\text{He}$                                                                                                                                                                                                                                                     | $\beta^-$ : là dòng electron ( ${}_{-1}^0\text{e}$ )<br>$\beta^+$ : là dòng electron ( ${}_{+1}^0\text{e}$ )                                                                                                                                                                                                       | Là sóng điện từ có $\lambda$ rất ngắn ( $\lambda \leq 10^{-11}\text{m}$ ), cũng là dòng photon có năng lượng cao.          |
| Phương trình       | ${}_Z^A X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4} Y + {}_2^4\text{He}$<br>Rút gọn: ${}_Z^A X \xrightarrow{\alpha} {}_{Z-2}^{A-4} Y$<br>Vd: ${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + {}_2^4\text{He}$<br>Rút gọn ${}_{88}^{226}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}_{86}^{222}\text{Rn}$ | $\beta^-$ : ${}_Z^A X \rightarrow {}_Z^{A-1} Y + {}_{-1}^0\text{e}$<br>Ví dụ: ${}_{6}^{14}\text{C} \rightarrow {}_{7}^{14}\text{N} + {}_{-1}^0\text{e}$<br>$\beta^+$ : ${}_Z^A X \rightarrow {}_Z^{A-1} Y + {}_{+1}^0\text{e}$<br>Ví dụ: ${}_{7}^{12}\text{C} \rightarrow {}_{6}^{12}\text{C} + {}_{+1}^0\text{e}$ | Sau phóng xạ $\alpha$ hoặc $\beta$ xảy ra quá trình chuyển từ trạng thái kích thích về trạng thái cơ bản → phát ra photon. |
| Tốc độ             | $v \approx 2.10^7\text{m/s}$ .                                                                                                                                                                                                                                                              | $v \approx c = 3.10^8\text{m/s}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                 | $v = c = 3.10^8\text{m/s}$ .                                                                                               |
| Khả năng Ion hóa   | Mạnh                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Mạnh nhưng yếu hơn tia $\alpha$                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Yếu hơn tia $\alpha$ và $\beta$                                                                                            |
| Khả năng đâm xuyên | + $S_{\max} \approx 8\text{cm}$ trong không khí;<br>+ Xuyên qua vài $\mu\text{m}$ trong vật rắn.                                                                                                                                                                                            | + $S_{\max} \approx$ vài m trong không khí.<br>+ Xuyên qua kim loại dày vài mm.                                                                                                                                                                                                                                    | + Đâm xuyên mạnh hơn tia $\alpha$ và $\beta$ .<br>+ Có thể xuyên qua vài m bê-tông hoặc vài cm chì.                        |
| Trong điện trường  | Lệch                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Lệch nhiều hơn tia alpha                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Không bị lệch                                                                                                              |
| Chú ý              | Trong chuỗi phóng xạ $\alpha$ thường kèm theo phóng xạ $\beta$ nhưng không tồn tại đồng thời hai loại $\beta$ .                                                                                                                                                                             | Còn có sự tồn tại của hai loại hạt<br>${}_Z^A X \rightarrow {}_Z^{A-1} Y + {}_{+1}^0\text{e} + {}_0^0\nu$ neutrino.<br>${}_Z^A X \rightarrow {}_Z^{A-1} Y + {}_{-1}^0\text{e} + {}_0^0\bar{\nu}$ phản neutrino                                                                                                     | Không làm thay đổi hạt nhân.                                                                                               |

 **DẠNG 3: Phản ứng hạt nhân**

1) Hệ thức giữa động lượng và động năng của vật:  $P^2 = 2mK$  hay  $K = \frac{P^2}{2m}$

2) Xét phản ứng:  ${}^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2 = {}^{A_3}_{Z_3}X_3 + {}^{A_4}_{Z_4}X_4$ . Giả thiết hạt  ${}^{A_2}_{Z_2}X_2$  đứng yên. Ta có:

a) Năng lượng tỏa ra hoặc thu vào của phản ứng hạt nhân:

$$\Delta E = [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)]c^2 = [(\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)]c^2$$

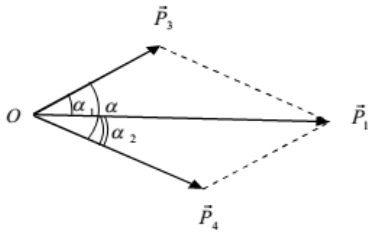
$$= (\Delta E_3 + \Delta E_4) - (\Delta E_1 + \Delta E_2) = (A_3\varepsilon_3 + A_4\varepsilon_4) - (A_1\varepsilon_1 + A_2\varepsilon_2) = (K_3 + K_4) - (K_1 + K_2)$$

+ Nếu  $\Delta E > 0$ : phản ứng tỏa năng lượng.

+ Nếu  $\Delta E < 0$ : phản ứng thu năng lượng.

b) Bài toán vận dụng các định luật bảo toàn:

\* Tổng quát: dùng để tính góc giữa phương chuyển động của các hạt

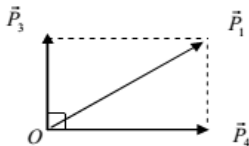


$$* \Delta E = (K_3 + K_4) - K_1$$

$$* P_4^2 = P_1^2 + P_3^2 - 2P_1P_3 \cos \alpha_1$$

$$* P_1^2 = P_3^2 + P_4^2 - 2P_3P_4 \cos \alpha$$

\* TH1: Hai hạt bay theo phương vuông góc



$$* \Delta E = (K_3 + K_4) - K_1$$

$$* P_1^2 = P_3^2 + P_4^2 \Leftrightarrow m_1K_1 = m_3K_3 + m_4K_4$$

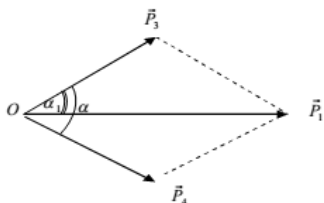
\* TH2: Hai hạt sinh ra có cùng vectơ vận tốc

$$* \Delta E = (K_3 + K_4) - K_1$$

$$* \frac{K_3}{K_4} = \frac{m_3}{m_4}$$

$$* m_1v_1 = m_3v_3 + m_4v_4$$

\* TH3: Hai hạt sinh ra giống nhau, có cùng động năng



$$* \Delta E = 2K_3 - K_1 = 2K_4 - K_1$$

$$* P_1 = 2P_3 \cos \frac{\alpha}{2} = 2P_4 \cos \frac{\alpha}{2}$$

\* TH4: Phóng xạ (hạt mẹ đứng yên, vỡ thành 2 hạt con)

$$* \Delta E = K_3 + K_4$$

$$* \frac{K_3}{K_4} = \frac{v_3}{v_4} = \frac{m_4}{m_3}$$

**Chú ý:** Khi tính vận tốc của các hạt thì:

- Động năng của các hạt phải đổi ra đơn vị J (Jun) ( $1\text{MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13}\text{J}$ )

- Khối lượng các hạt phải đổi ra kg ( $1\text{u} = 1,66055 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ )

**DẠNG 4: Năng lượng phân hạch - nhiệt hạch**

**\* So sánh phân hạch và nhiệt hạch**

|             | Phân hạch                                                                                                  | Nhiệt hạch                                                                                                                                                           |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Định nghĩa  | Là phản ứng trong đó một hạt nhân nặng vỡ thành hai hạt nhân nhẹ hơn (số khối trung bình) và vài notron    | Là phản ứng trong đó 2 hay nhiều hạt nhân nhẹ tổng hợp lại thành một hạt nhân nặng hơn và vài notron.                                                                |
| Đặc điểm    | Là phản ứng tỏa năng lượng.                                                                                | Là phản ứng tỏa năng lượng.                                                                                                                                          |
| Điều kiện   | $k \geq 1$<br>+ $k = 1$ : kiểm soát được.<br>+ $k > 1$ : không kiểm soát được, gây bùng nổ (bom hạt nhân). | - Nhiệt độ cao khoảng 100 triệu độ.<br>- Mật độ hạt nhân trong plasma phải đủ lớn.<br>- Thời gian duy trì trạng thái plasma ở nhiệt độ cao 100 triệu độ phải đủ lớn. |
| Ưu và nhược | Gây ô nhiễm môi trường (phóng xạ)                                                                          | Không gây ô nhiễm môi trường.                                                                                                                                        |

**\* Một số dạng bài tập:**

- Cho khối lượng của các hạt nhân trước và sau phản ứng:  $M_0$  và  $M$ . Tìm năng lượng toả ra khi xảy 1 phản ứng:  $\Delta E = (M_0 - M).c^2$  MeV.

- Suy ra năng lượng toả ra trong m gam phân hạch (hay nhiệt hạch):  $E = Q.N = Q \cdot \frac{m}{A} \cdot N$  (MeV)

- Hiệu suất nhà máy:  $H = \frac{P_{ci}}{P_{tp}}$  (%)

- Tổng năng lượng tiêu thụ trong thời gian t:  $A = P_{tp}.t$

- Số phân hạch:  $\Delta N = \frac{A}{\Delta E} = \frac{P_{tp}.t}{\Delta E}$

- Nhiệt lượng toả ra:  $Q = m.q$ ; với q là năng suất tỏa nhiệt của nhiên liệu.

- Gọi P là công suất phát xạ của Mặt Trời thì mỗi đêm khối lượng Mặt Trời giảm đi một lượng bằng  $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{P.t}{c^2}$

**\*\* MỘT SỐ DẠNG TOÁN NÂNG CAO:**

\* **Tính độ phóng xạ H:**  $H = -\lambda N = H_0 \cdot e^{-\lambda t} = H_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$

→ Đại lượng **đặc trưng cho tính phóng xạ mạnh hay yếu** của chất phóng xạ.

**Đơn vị:** 1Bq(Becoren) = 1phân rã/s. Hoặc: 1Ci(curi) =  $3,7.10^{10}$  Bq.

\* **Thể tích của dung dịch chứa chất phóng xạ:**  $V_0 = \frac{H_0}{2^{\frac{t}{T}} \cdot H} \cdot V$ ; Với V là thể tích dung dịch chứa H.

**CHÚC CÁC EM HỌC TỐT VÀ THI ĐẠU ĐẠI HỌC !**



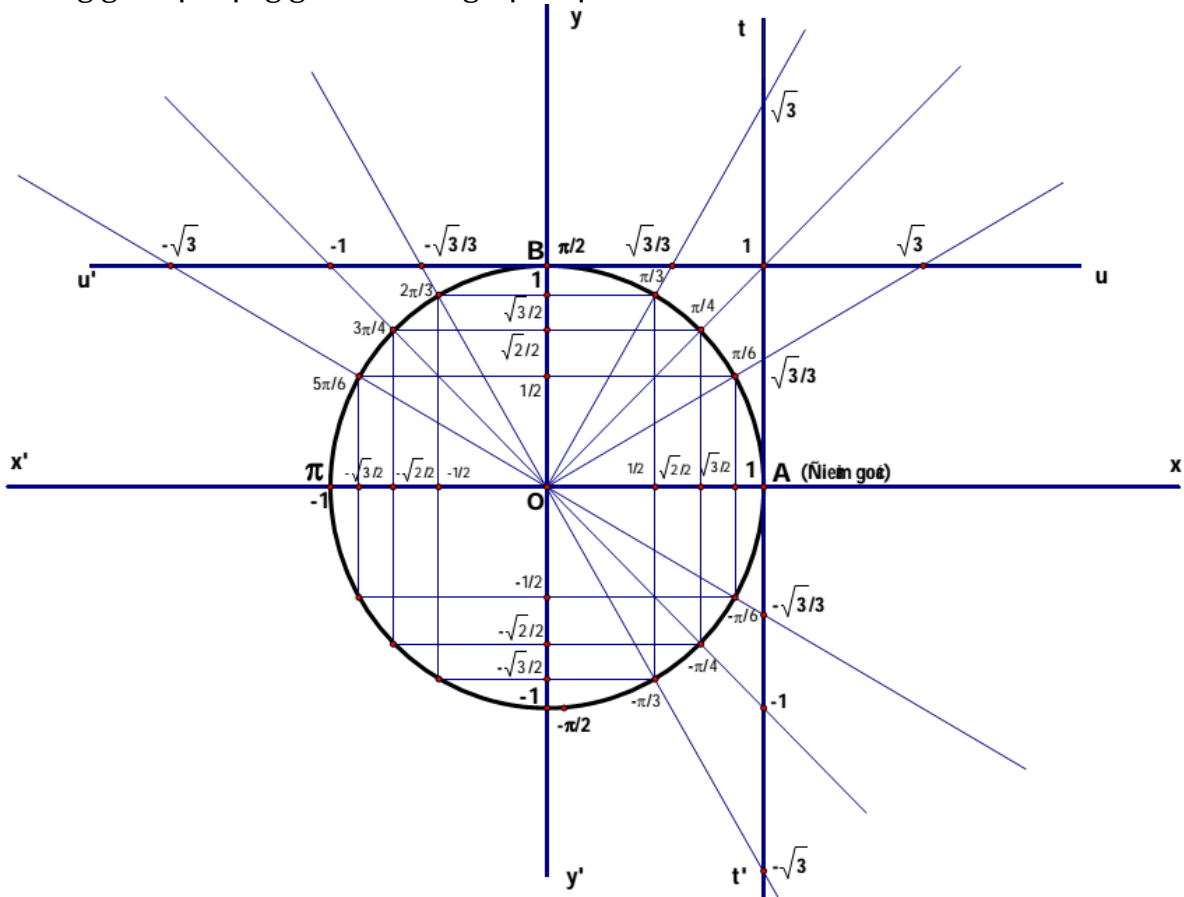
## PHỤ LỤC

### A - KIẾN THỨC TOÁN CƠ BẢN

#### I. LƯỢNG GIÁC

##### 1. ĐƠN VỊ ĐO - GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CÁC CUNG

- $10 = 60'$  phút,  $1' = 60''$  (giây);  $1^\circ = \frac{\pi}{180}$  (rad);  $1(\text{rad}) = \frac{180}{\pi}$  (độ)
- Bảng giá trị lượng giác các cung đặc biệt.



| Góc $\alpha$      | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           | $90^\circ$      | $120^\circ$          | $135^\circ$           | $150^\circ$           | $180^\circ$ | $270^\circ$      | $360^\circ$ |
|-------------------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------|------------------|-------------|
| Giá trị           | 0         | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$     | $\frac{3\pi}{4}$      | $\frac{5\pi}{6}$      | $\pi$       | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$      |
| $\sin(\alpha)$    | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$  | $\frac{1}{2}$         | 0           | -1               | 0           |
| $\cos(\alpha)$    | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               | $-\frac{1}{2}$       | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1          | 0                | 1           |
| $\tan(\alpha)$    | 0         | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | $+\infty$       | $-\sqrt{3}$          | -1                    | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0           | $-\infty$        | 0           |
| $\cot an(\alpha)$ | $+\infty$ | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0               | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | -1                    | $-\sqrt{3}$           | $-\infty$   | 0                | $+\infty$   |

| Cung đối<br>( $\alpha$ ; $-\alpha$ )                                                                                                          | Cung bù<br>( $\alpha$ ; $\pi - \alpha$ )                                                                                                                          | Cung hơn kém $\pi$<br>( $\alpha$ ; $\pi + \alpha$ )                                                                                                              | Cung phụ<br>( $\alpha$ ; $\frac{\pi}{2} - \alpha$ )                                                                                                                                                    | Cung hơn kém $\frac{\pi}{2}$<br>( $\alpha$ ; $\frac{\pi}{2} + \alpha$ )                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$<br>$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$<br>$\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$<br>$\cot an(-\alpha) = -\cot an(\alpha)$ | $\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$<br>$\sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$<br>$\tan(\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$<br>$\cot an(\pi - \alpha) = -\cot an(\alpha)$ | $\cos(\pi + \alpha) = -\cos(\alpha)$<br>$\sin(\pi + \alpha) = -\sin(\alpha)$<br>$\tan(\pi + \alpha) = \tan(\alpha)$<br>$\cot an(\pi + \alpha) = \cot an(\alpha)$ | $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin(\alpha)$<br>$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos(\alpha)$<br>$\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot an(\alpha)$<br>$\cot an(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \tan(\alpha)$ | $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin(\alpha)$<br>$\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos(\alpha)$<br>$\tan(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\cot an(\alpha)$<br>$\cot an(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\tan(\alpha)$ |

## 2. CÁC HẸNG ĐẲNG THỨC LƯỢNG GIÁC

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1; \tan(\alpha) \cdot \cot(\alpha) = 1; \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha; \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

## 3. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI

### a) Công thức cộng

$$\begin{aligned} \sin(a \pm b) &= \sin(a) \cdot \cos(b) \pm \sin(b) \cdot \cos(a); \\ \cos(a \mp b) &= \cos(a) \cdot \cos(b) \mp \sin(a) \cdot \sin(b); \\ \tan(a \pm b) &= \frac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \mp \tan(a) \cdot \tan(b)} \end{aligned}$$

### b) Công thức nhân đôi, nhân ba

$$\begin{aligned} \sin(2a) &= 2\sin(a) \cdot \cos(a); \\ \cos(2a) &= \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a); \\ \sin(3a) &= 3\sin(a) - 4\sin^3(a); \\ \cos(3a) &= 4\cos^3(a) - 3\cos(a); \end{aligned}$$

### c) Công thức hạ bậc: $\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$ ; $\sin^2(a) = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$

### d) Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\begin{aligned} \sin(a) + \sin(b) &= 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) & \cos(a) + \cos(b) &= 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \\ \sin(a) - \sin(b) &= 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) & \cos(a) - \cos(b) &= -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \end{aligned}$$

## 4. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN:

$$\sin \alpha = \sin a \Rightarrow \begin{cases} \alpha = a + k \cdot 2\pi \\ \alpha = \pi - a + k \cdot 2\pi \end{cases} \quad \cos \alpha = \cos a \Rightarrow \alpha = \pm a + k \cdot 2$$

## II. KHI GIẢI BÀI TẬP CẦN CHÚ Ý MỘT SỐ KIẾN THỨC TOÁN HỌC SAU:

### 1. Đạo hàm - Nguyên hàm của một số hàm cơ bản sử dụng trong Vật Lý:

| Hàm số       | Đạo hàm   | Nguyên hàm |
|--------------|-----------|------------|
| $Y = \sin x$ | $\cos x$  | $-\cos x$  |
| $Y = \cos x$ | $-\sin x$ | $\sin x$   |

### 2. Bất đẳng thức Côsi: áp dụng cho 2 số dương a và b

$$a + b \geq 2\sqrt{a \cdot b} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)_{\min} = 2\sqrt{ab} \\ (\sqrt{ab})_{\max} = \frac{a+b}{2} \end{cases}; \text{ dấu "=" xảy ra khi } a = b.$$

Khi tích 2 số không đổi, tổng nhỏ nhất khi 2 số bằng nhau.

Khi tổng 2 số không đổi tích 2 số lớn nhất khi 2 số bằng nhau.

**3. Tam thức bậc hai:**  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ .

+  $a > 0$  thì  $y_{\min}$  tại đỉnh Parabol.

+  $a < 0$  thì  $y_{\max}$  tại đỉnh Parabol.

+ Toạ độ đỉnh:  $x = -\frac{b}{2a}$ ;  $y = -\frac{\Delta}{4a}$  ( $\Delta = b^2 - 4ac$ )

+ Nếu  $\Delta = 0$  thì phương trình  $y = ax^2 + bx + c = 0$  có nghiệm kép.

+ Nếu  $\Delta > 0$  thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

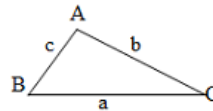
**Định lý Viet:**

$$\left. \begin{aligned} x + y = S = -\frac{b}{a} \\ x \cdot y = P = \frac{c}{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x, y \text{ là nghiệm của phương trình: } X^2 - SX + P = 0$$

**4. Hệ thức lượng trong tam giác**

- Tam giác thường:

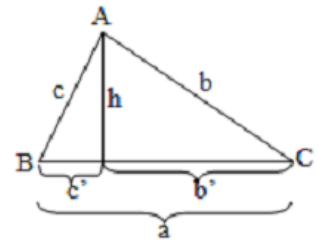
a. **Định lý hàm số sin:**  $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$



b. **Định lý hàm số cosin:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$

- **Tam giác vuông:** Cho tam giác ABC vuông tại A có AH = h, BC = b, AC = b, AB = c, CH = b', BH = c', ta có các hệ thức sau:

$b^2 = ab'$ ;  $c^2 = ac'$ ;  $h^2 = b'c'$ ;  $b \cdot c = a \cdot h$ ;  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$



**5. Tính chất của phân thức:**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$  và  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

**6. Các giá trị gần đúng:**  $\pi^2 \approx 10$ ;  $314 \approx 100\pi$ ;  $0,318 \approx \frac{1}{\pi}$ ;  $0,636 \approx \frac{2}{\pi}$ ;  $1,41 \approx \sqrt{2}$ ;  $1,73 \approx \sqrt{3}$

| Cách đọc tên một số đại lượng vật lý |                                |                              |
|--------------------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| $A\alpha$ : anpha                    | $H\eta$ : êta                  | $\Upsilon\upsilon$ : ipxilon |
| $B\beta$ : beta                      | $\Theta\theta\vartheta$ : têta | $\Sigma\sigma$ : xicma       |
| $\Gamma\gamma$ : Gamma               | $N\nu$ : nuy                   | $\rho$ : rô                  |
| $\Delta\delta$ : đenta               | $M\mu$ : muy                   | $\Pi\pi$ : pi                |
| $E\varepsilon$ : epxilon             | $\Lambda\lambda$ : lamda       | $Oo$ : omikron               |
| $Z\zeta$ : zeta                      | $\Xi\xi$ : kxi                 | $K\kappa$ : kappa            |
| $T\tau$ : tô                         | $X\chi$ : khi                  | $I\iota$ : iôta              |
| $\Phi\phi$ : fi                      | $\Omega\omega$ : omega         |                              |

| BẢNG QUY ĐỔI THEO LŨY THỪA 10 |           |           |           |           |           |            |
|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| Tiền tố                       | Tera      | Giga      | Mega      | Kilo      | Hecto     | Deca       |
| Ký hiệu                       | T         | G         | M         | K         | H         | D          |
| Thừa số                       | $10^{12}$ | $10^9$    | $10^6$    | $10^3$    | $10^2$    | $10^1$     |
| BẢNG QUY ĐỔI THEO LŨY THỪA 10 |           |           |           |           |           |            |
| Tiền tố                       | dexi      | centi     | mili      | micro     | nano      | pico       |
| Ký hiệu                       | d         | c         | m         | $\mu$     | n         | p          |
| Thừa số                       | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ | $10^{-6}$ | $10^{-9}$ | $10^{-12}$ |

Tạo khung cho công phân lớn sử dụng tiện ích MyEqText nên bị lỗi định dạng chút ít