

Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng!

DẠNG 2. BÀI TOÁN VỀ CON LẮC ĐƠN

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

+ Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng.

+ Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$W_A = W_B \Rightarrow mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B \Rightarrow v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)} \quad (1)$$

+ Mà $z_A = HM = l - OM = l - l \cos \alpha_0 = l(1 - \cos \alpha_0)$;
 $z_B = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha)$

+ Thay vào (1): $v_B = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$

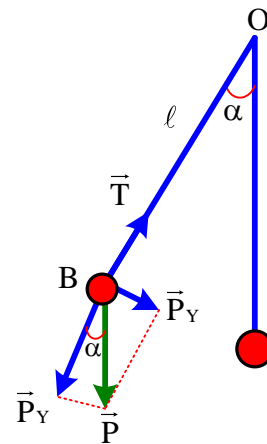
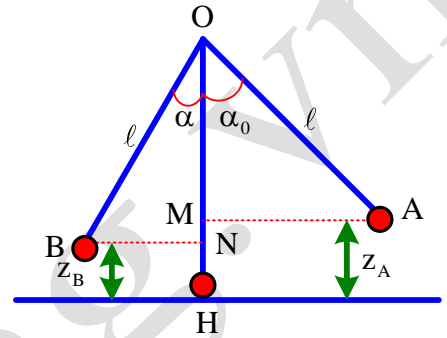
+ Xét tại B theo định luật II Niuton: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_{ht} \quad (2)$

+ Chiếu (2) lên phương của dây (chiều hướng tâm):

$$T - P_y = ma_{ht} \Rightarrow T - P \cos \alpha = m \frac{v^2}{l}$$

$$\Rightarrow T - mg \cos \alpha = 2mg(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

$$\Rightarrow T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$$



VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. Một con lắc đơn có sợi dây dài 1 m và vật nặng có khối lượng 500g. Kéo vật lệch khỏi vị trí cân bằng sao cho dây làm với đường thẳng đứng một góc 60° rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$

- a. Xác định cơ năng của con lắc đơn trong quá trình chuyển động.
- b. Tính vận tốc của con lắc khi nó đi qua vị trí mà dây làm với đường thẳng đứng góc 30° ; 45° và xác định lực căng của dây ở hai vị trí đó. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$
- c. Xác định vị trí để vật có vận tốc: $v = 1,8(\text{m/s})$
- d. Ở vị trí vật có độ cao 0,18m (so với VTGB) vật có vận tốc bao nhiêu.
- e. Xác định vận tốc tại vị trí $2W_t = W_d$.
- f. Xác định vị trí để $2W_t = 3W_d$, tính vận tốc và lực căng khi đó.

Giải

Chọn mốc thế năng ở vị trí cân bằng

a. Ta có cơ năng $W = mgz = mg\ell(1 - \cos 60^\circ) = 0,5 \cdot 10 \cdot 1(1 - 0,5) = 2,5(\text{J})$

+ Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$W_A = W_B \Rightarrow mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B \Rightarrow v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)} \quad (1)$$

+ Mà $z_A = HM = \ell - OM = \ell - \ell \cos \alpha_0 = \ell(1 - \cos \alpha_0);$
 $z_B = \ell - \ell \cos \alpha = \ell(1 - \cos \alpha)$

+ Thay vào (1) ta có: $v_B = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$

+ Khi $\alpha = 30^\circ \Rightarrow v_B = \sqrt{2gl(\cos 30^\circ - \cos 60^\circ)}$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)} \approx 2,72(\text{m/s})$$

+ Khi $\alpha = 45^\circ \Rightarrow v_B = \sqrt{2gl(\cos 45^\circ - \cos 60^\circ)} \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right)} \approx 2,035(\text{m/s})$

Xét tại B theo định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

+ Chiều theo phương của dây: $T - P_y = ma_{ht} \Rightarrow T - P \cos \alpha = m \frac{v^2}{l}$

$$\Rightarrow T - mg \cos \alpha = 2mg(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \Rightarrow T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$$

+ Khi $\alpha = 30^\circ \Rightarrow T = mg(3 \cos 30^\circ - 2 \cos 60^\circ) \Rightarrow T = 0,5 \cdot 10 \left(3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2}\right) = 7,99(\text{N})$

+ Khi $\alpha = 45^\circ : T = mg(3 \cos 45^\circ - 2 \cos 60^\circ) \Rightarrow T = 0,5 \cdot 10 \left(3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2}\right) = 5,61(\text{N})$

Lưu ý: Khi làm trắc nghiệm thì các em áp dụng luôn hai công thức:

+ **Vận tốc của vật tại vị trí bất kỳ:** $v_B = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$

+ **Lực căng của sợi dây:** $T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$

c. Gọi C là vị trí để vật có: $v = 1,8(\text{m/s})$

Áp dụng công thức:

$$v_C = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} \Rightarrow 1,8 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1(\cos \alpha - \cos 60^\circ)} \Rightarrow \cos \alpha = 0,662 \Rightarrow \alpha = 48,55^\circ$$

Vật có độ cao: $z_C = \ell - \ell \cos \alpha = 1 - 1 \cdot 0,662 = 0,338(\text{m})$

d. Gọi D là vị trí vật có độ cao 0,18m

Áp dụng công thức: $z_D = \ell - \ell \cos \alpha \Rightarrow 0,18 = 1 - 1 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0,82$

Áp dụng công thức: $v_D = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1(0,82 - 0,5)} = 2,53(\text{m/s})$

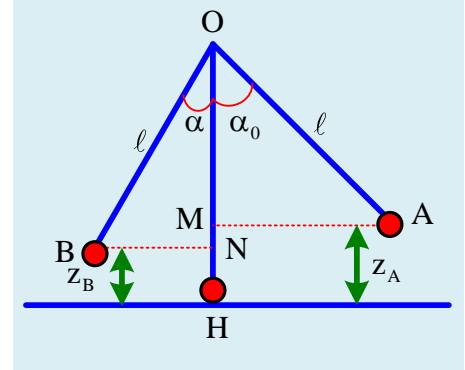
e. Gọi E là vị trí mà $2W_t = W_d$. Theo định luật bảo toàn cơ năng $W_A = W_E$

$$W_A = W_{dE} + W_{tE} = \frac{3}{2}W_{dE} \Rightarrow 2,5 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot mv_E^2 \Rightarrow v_E = \sqrt{\frac{2,5 \cdot 4}{3 \cdot m}} = \sqrt{\frac{10}{3 \cdot 0,5}} = 2,581(\text{m/s})$$

f. Gọi F là vị trí để $2W_t = 3W_d$

Theo định luật bảo toàn cơ năng: $W_A = W_F$

$$W_A = W_{dF} + W_{tF} = \frac{5}{3}W_{tF} \Rightarrow 2,5 = \frac{5}{3}mgz_F \Rightarrow z_F = \frac{2,5 \cdot 3}{5mg} = 0,3\text{m}$$



$$\text{Mà: } z_F = \ell - \ell \cos \alpha_F \Rightarrow 0,3 = 1 - \cos \alpha_F \Rightarrow \cos \alpha_F = 0,7 \Rightarrow \alpha_F = 45,573^\circ$$

$$\text{Mặt khác: } v_F = \sqrt{2g\ell(\cos \alpha_F - \cos 60^\circ)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1(0,7 - 0,5)} = 2 \text{ (m/s)}$$

Xét tại F theo định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

$$+ \text{Chiều theo phương của dây: } -P \cdot \cos \alpha_F + T_F = m \frac{v_F^2}{1} \Rightarrow -0,5 \cdot 10 \cdot 0,7 + T_F = 0,5 \cdot \frac{2^2}{1} \Rightarrow T = 5,5 \text{ (N)}$$

Câu 2. Con lắc thử đạn là một bao cát, khối lượng 19,9kg, treo vào một sợi dây có chiều dài là 2m. Khi bắn một đầu đạn khối lượng 100g theo phương nằm ngang, thì đầu đạn cắm vào bao cát và nâng bao cát lên cao theo một cung tròn, sao cho dây treo bao cát hợp với phương thẳng đứng một góc 60° .

- Xác định vận tốc v của viên đạn trước lúc va chạm vào bao cát.
- Xác định năng lượng tỏa ra khi viên đạn găm vào bao cát.

Giải

a. Chọn mốc thế năng là vị trí cân bằng của bao cát

Vận tốc của bao cát và viên đạn ngay sau khi va chạm.

Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$W_H = W_A \Rightarrow \frac{1}{2}(m + m_0)v_H^2 = (m + m_0)gz_A$$

$$\text{Mà } z_A = \ell - \ell \cos 60^\circ = \ell(1 - \cos 60^\circ)$$

$$\Rightarrow v_H = \sqrt{2g\ell(1 - \cos 60^\circ)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = 2\sqrt{5} \text{ (m/s)}$$

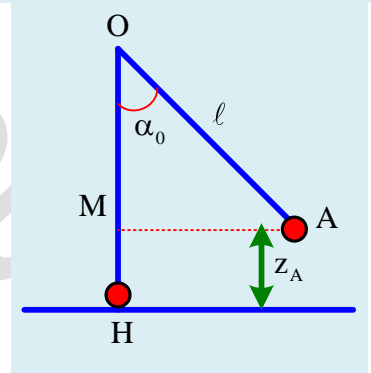
Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$m_0 v_0 = (m + m_0) V_H \Rightarrow v_0 = \frac{(m + m_0) V_H}{m_0} = \frac{(19,9 + 0,1) 2\sqrt{5}}{0,1} = 400\sqrt{5} \text{ (m/s)}$$

$$\text{b. Độ biến thiên động năng: } \Delta W_{d2} = W_{d2} - W_{d1} = \frac{m + m_0}{2} \left(\frac{m_0 v_0}{m + m_0} \right)^2 - \frac{m_0 v_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta W_d = \left(\frac{m_0}{m + m_0} - 1 \right) \frac{m_0 v_0^2}{2} = - \frac{m}{m + m_0} \cdot \frac{m_0 v_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta W_d = - \frac{19,9}{19,9 + 0,1} \cdot \frac{0,1 \cdot (400\sqrt{5})^2}{2} = -39800 \text{ (J)} \Rightarrow Q = 39800 \text{ J}$$



Câu 3. Cho một con lắc đơn gồm có sợi dây dài 8cm và vật nặng có khối lượng 200g. Khi vật đang ở vị trí cân bằng thì truyền cho vật một vận tốc là $2\sqrt{2}$ (m/s). Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Xác định vị trí cực đại mà vật có thể lên tới?
- Xác định vận tốc của vật ở vị trí dây lệch với phương thẳng đứng là 30° và lực căng sợi dây khi đó?
- Xác định vị trí để vật có vận tốc $\sqrt{2}$ (m/s). Xác định lực căng sợi dây khi đó?
- Xác định vận tốc để vật có $W_d = 3W_t$, lực căng của vật khi đó?

Giải

a. Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng:

$$W_H = W_A \Rightarrow \frac{1}{2}mv_H^2 = mgz_A \Rightarrow z_A = \frac{v_H^2}{2g} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{2 \cdot 10} = 0,4(\text{m})$$

$$+ \text{ Mà } z_A = l - l \cos \alpha_0 \Rightarrow 0,4 = 0,8 - 0,8 \cos \alpha_0 \Rightarrow \cos \alpha_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_0 = 60^\circ$$

Vậy vật có độ cao $z = 0,4\text{m}$ so với vị trí cân bằng và dây hợp với phương thẳng đứng một góc 60°

b. Theo định luật bảo toàn cơ năng: $W_A = W_B$

$$\begin{aligned} mgz_A &= mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 10 \cdot 0,4 = 10 \cdot 0,8(1 - \cos 30^\circ) \\ &= \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B = 2,42(\text{m/s}) \end{aligned}$$

+ Xét tại B theo định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

+ Chiều theo phương của dây: $-P \cos \alpha + T = m \frac{v_B^2}{\ell}$

$$\Rightarrow -0,2 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ + T = 0,2 \cdot \frac{2,42^2}{0,8} \Rightarrow T = 3,2(\text{N})$$

c. Gọi C là vị trí để vật có vận tốc $\sqrt{2}(\text{m/s})$

+ Theo định luật bảo toàn cơ năng: $W_A = W_C \Rightarrow mgz_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgz_C \Rightarrow gz_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gz_C$

$$\Rightarrow 10 \cdot 0,4 = \frac{1}{2}(\sqrt{2})^2 + 10z_C \Rightarrow z_C = 0,3(\text{m})$$

$$+ \text{ Mà } z_C = l - l \cos \alpha_C \Rightarrow \cos \alpha_C = \frac{5}{8} \Rightarrow \alpha_C = 51,32^\circ$$

+ Xét tại C theo định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{a} = m\vec{a}$

+ Chiều lên phương của dây:

$$-P \cos \alpha_C + T_C = m \frac{v_C^2}{\ell} \Rightarrow -0,2 \cdot 10 \cdot \frac{5}{8} + T_C = 0,2 \cdot \frac{(\sqrt{2})^2}{0,8} \Rightarrow T = 1,75(\text{N})$$

d. Gọi D là vị trí để $W_d = 3W_t$. Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$W_A = W_D \Rightarrow mgz_A = W_{dB} + W_{tD} \Rightarrow mgz_A = \frac{4}{3}W_{dB} \Rightarrow gz_A = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}v_D^2$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 0,4 = \frac{4}{3} \cdot v_D^2 \Rightarrow v_D = \sqrt{6}(\text{m/s})$$

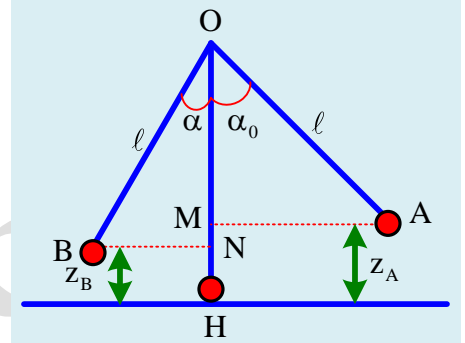
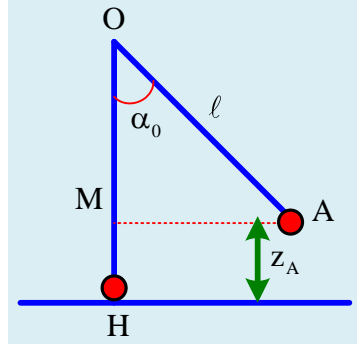
$$+ \text{ Mà } v_D = \sqrt{2gl(\cos \alpha_D - \cos 60^\circ)} \Rightarrow \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8(\cos \alpha_D - 0,5)} \Rightarrow \cos \alpha_D = \frac{7}{8}$$

Xét tại D theo định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

+ Chiều theo phương của dây:

$$-P \cos \alpha_D + T_D = m \frac{v_D^2}{\ell} = -0,2 \cdot 10 \cdot \frac{7}{8} + T_D = 0,2 \cdot \frac{(\sqrt{6})^2}{0,8} \Rightarrow T = 3,25(\text{N})$$

-----HẾT-----





Chuyên:

- ☑ Nhận dạy kèm môn Vật lý từ lớp 6 đến lớp 12
- ☑ Luyện thi THPT Quốc Gia môn Vật lý
- ☑ Luyện thi học sinh giỏi, thi chuyên môn Vật lý
- ☑ Giới thiệu gia sư dạy kèm tại nhà tất cả các môn



thaytruong.vn



0978.013.019 (Th.Trường)



[thaytruongcdspgialai](https://www.facebook.com/thaytruongcdspgialai)

Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng!

thaytruong.vn