

---

## MỤC LỤC

Chủ đề 3. CON LẮC ĐƠN.....	230
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	230
1. Phương trình chuyển động của con lắc đơn .....	230
2. Năng lượng của con lắc đơn .....	230
B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG TOÁN .....	230
Dạng 1. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC TÍNH $\omega$ , $f$ , $T$ .....	230
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	234
Dạng 2. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN NĂNG LƯỢNG DAO ĐỘNG .....	237
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	240
DẠNG 3. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VẬN TỐC CỦA VẬT, LỰC CĂNG SỢI DÂY, GIA TỐC .....	243
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	249
Dạng 4. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VA CHẠM CON LẮC ĐƠN .....	252
1. VẬT VA CHẠM VỚI CON LẮC TẠI VỊ TRÍ CÂN BẰNG .....	253
2. CON LẮC VA CHẠM TỚI VẬT TẠI VỊ TRÍ CÂN BẰNG.....	253
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	258
Dạng 5. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THAY ĐỔI CHU KÌ.....	259
1. CHU KÌ THAY ĐỔI LỚN .....	259
2. CHU KỶ THAY ĐỔI NHỎ .....	260
3. ĐỒNG HỒ QUẢ LẮC .....	263
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	266
DẠNG 6. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN DAO ĐỘNG CON LẮC ĐƠN CÓ THÊM TRƯỜNG LỰC .....	270
3. Khi $\vec{F}$ có phương xiên .....	285
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	289
Dạng 7. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HỆ CON LẮC VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT SAU KHI DÂY ĐỨT .....	295
1. Hệ con lắc thay đổi: .....	295
2. Chuyển động của vật sau khi dây đứt.....	298

### Chủ đề 3. CON LẮC ĐƠN

#### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

##### 1. Phương trình chuyển động của con lắc đơn

+ Con lắc đơn gồm một vật nặng treo vào sợi dây không đàn, vật nặng kích thước không đáng kể so với chiều dài sợi dây, sợi dây khối lượng không đáng kể so với khối lượng của vật nặng.

+ Khi dao động nhỏ ( $\sin \alpha \approx \alpha$  (rad)), con lắc đơn dao động điều hòa với phương trình:  $s = A \cos(\omega t + \varphi)$  hoặc

$$\alpha = \alpha_{\max} (\omega t + \varphi); \text{ Với } \alpha = \frac{s}{\ell}; \alpha_{\max} = \frac{A}{\ell}$$

+ Chu kỳ, tần số, tần số góc:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}; f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}; \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

+ Lực kéo về khi biên độ góc nhỏ:  $F = -\frac{mg}{\ell} s$ .

+ Xác định gia tốc rơi tự do nhờ con lắc đơn:  $g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2}$

+ Chu kì dao động của con lắc đơn phụ thuộc độ cao, vĩ độ địa lí và nhiệt độ môi trường.

##### 2. Năng lượng của con lắc đơn

+ Động năng:  $W_d = \frac{1}{2} mv^2$ .

+ Thế năng:  $W_t = mg\ell(1 - \cos \alpha) \approx \frac{1}{2} m\ell \alpha^2$  ( $\alpha \leq 10^\circ \approx 0,17$  rad);  $\alpha$  (rad).

+ Cơ năng:  $W = W_d + W_t = mg\ell(1 - \cos \alpha_{\max}) = \frac{1}{2} mg\ell \alpha_{\max}^2$ .

Cơ năng của con lắc đơn được bảo toàn nếu bỏ qua ma sát.

#### B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG TOÁN

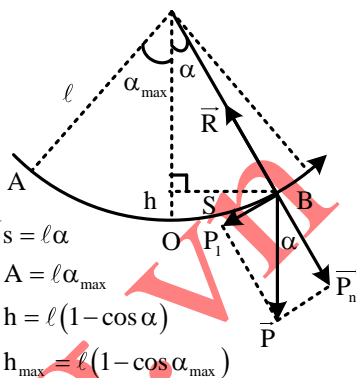
1. Bài toán liên quan đến công thức tính  $\omega$ ,  $f$ ,  $T$ .
2. Bài toán liên quan đến cơ năng dao động.
3. Bài toán liên quan đến vận tốc vật, lực căng sợi dây và gia tốc.
4. Bài toán liên quan đến va chạm con lắc đơn.
5. Bài toán liên quan đến thay đổi chu kì.
6. Bài toán liên quan đến dao động của con lắc đơn có thêm trường lực.
7. Bài toán liên quan đến hệ con lắc và chuyển động của vật sau khi dây đứt.

##### Dạng 1. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC TÍNH $\omega$ , $f$ , $T$

Phương pháp giải

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{\Delta t_1}{n_1} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell + \Delta \ell}{g}} = \frac{\Delta t_2}{n_2} \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1 + \ell_2}{g}}; T_- = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1 - \ell_2}{g}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_+^2 = T_1^2 + T_2^2 \\ T_-^2 = T_1^2 - T_2^2 \end{array} \right.$$

**Ví dụ 1:** Khi chiều dài dây treo tăng 20% thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc đơn



A. giảm 9,54%.

B. tăng 20%.

C. tăng 9,54%.

D. giảm 20%.

**Hướng dẫn**

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell+0,2}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{1,2} = 1,0954 = 1 + 0,0954 = 100\% + 9,54\% \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2 :** Một con lắc đơn, trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện 12 dao động. Khi giảm độ dài của nó bớt 16cm, trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  như trên, con lắc thực hiện 20 dao động. Tính độ dài ban đầu.

A. 60 cm.

B. 50 cm.

C. 40 cm.

D. 25 cm.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{\Delta t}{12} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell-0,16}{g}} = \frac{\Delta t}{20} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{\ell-0,16}{\ell}} = \frac{12}{20} \Rightarrow \ell = 0,25(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn, trong khoảng thời gian  $\Delta t = 10$  phút nó thực hiện 299 dao động. Khi giảm độ dài của nó bớt 40 cm, trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  như trên, con lắc thực hiện 386 dao động. Gia tốc rơi tự do tại nơi thí nghiệm là

A. 9,80 m/s<sup>2</sup>.

B. 9,81 m/s<sup>2</sup>.

C. 9,82 m/s<sup>2</sup>.

D. 9,83 m/s<sup>2</sup>.

**Hướng dẫn**

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{600}{299}; T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell-0,4}{g}} = \frac{600}{386}$$

$$\Rightarrow T_1^2 - T_2^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{0,4}{g} = 600^2 (299^{-2} - 386^{-2}) \Rightarrow g \approx 9,8(\text{m/s}^2) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Công thức độc lập với thời gian của con lắc đơn có thể suy ra từ công thức đối với con

$$\text{lắc lò xo: } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \begin{cases} A = \ell\alpha_{\max} \\ x = s - \ell\alpha \\ \omega^2 = g/\ell \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm sợi dây có chiều dài 20 cm treo tại một điểm cố định. Kéo con lắc khỏi phương thẳng đứng một góc bằng 0,1 (rad) về phía bên phải, rồi truyền cho con lắc một tốc độ bằng  $14\sqrt{3}$  (cm/s) theo phương vuông góc với với dây. coi con lắc dao động điều hoà. Cho gia tốc trọng trường 9,8 (m/s<sup>2</sup>). Biên độ dài của con lắc là

A. 3,2 cm.

B. 2,8 cm.

C. 4 cm.

D. 6 cm.

**Hướng dẫn**

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{(\ell\alpha_{\max})^2 + \frac{v^2\ell}{g}} = \sqrt{(0,2 \cdot 0,1)^2 + \frac{0,14^2 \cdot 3 \cdot 0,2}{9,8}} = 0,04(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad ở một nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vào thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ dài 8 cm và có vận tốc  $20\sqrt{3}$  cm/s. Tốc độ cực đại của vật dao động là:

A. 0,8 m/s.

B. 0,2 m/s.

C. 0,4 m/s.

D. 1 m/s.

**Hướng dẫn**

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} (\ell \alpha_{\max})^2 = s^2 + \frac{\ell v^2}{g} \Leftrightarrow (\ell \cdot 0,1)^2 = 0,08^2 + \frac{\ell \cdot 0,04 \cdot 3}{10} \Rightarrow \ell = 1,6(\text{m})$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \cdot \ell \alpha_{\max} = 0,4(\text{m/s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:**

Công thức độc lập thời gian:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow 1 = \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 \xrightarrow{\left|\frac{x}{A}\right| = \left|\frac{s}{A}\right|, \left|\frac{v}{\omega A}\right| = q} |v| = \omega A \sqrt{1 - q^2}$$

Với con lắc đơn lực kéo về cũng được tính  $F_{kv} = -m\omega^2 x$   $\left\{ \begin{array}{l} x = s = \ell \alpha \\ \omega^2 = \frac{g}{\ell} \end{array} \right.$

**Ví dụ 6:** Vật treo của con lắc đơn dao động điều hòa theo cung tròn MN quanh vị trí cân bằng O. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của cung MO và cung MP. Biết vật có tốc độ cực đại 8 m/s, tìm tốc độ của vật khi đi qua Q?

- A. 6 m/s.                      B. 5,29 m/s.                      C. 3,46 m/s.                      D. 8 m/s.

*Hướng dẫn*

$$1 = \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 \xrightarrow{\left|\frac{x}{A}\right| = q = \frac{3}{4}} |v| = \omega A \sqrt{1 - q^2} = \frac{\omega A \sqrt{7}}{4} = \frac{8\sqrt{7}}{4} \approx 5,29(\text{m/s})$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 rad rồi thả nhẹ. Khi vật qua vị trí có tốc độ bằng nửa tốc độ cực đại thì lực kéo về có độ lớn là

- A. 0,087 N.                      B. 0,1 N.                      C. 0,025 N.                      D. 0,05 N.

*Hướng dẫn*

$$v = \frac{v_{\max}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_{\max} \sqrt{3}}{2} \Rightarrow |F_{kv}| = m \frac{g}{\ell} \alpha \ell = mg \frac{\alpha_{\max} \sqrt{3}}{2} \approx 0,087(\text{N}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 8:** (THPTQG - 2017) Ở một nơi trên Trái Đất, hai con lắc đơn có cùng chiều dài đang dao động điều hòa với cùng biên độ. Gọi  $m_1, F_1$  và  $m_2, F_2$  lần lượt là khối lượng, độ lớn lực kéo về cực đại của con lắc thứ nhất và của con lắc thứ hai. Biết  $m_1 + m_2 = 1,2 \text{ kg}$  và  $2F_2 = 3F_1$ . Giá trị của  $m_1$  là

- A. 720 g.                      B. 400 g.                      C. 480 g.                      D. 600 g.

*Hướng dẫn*

$$\text{Từ } F_{\max} = kA = m\omega^2 A \xrightarrow{2F_1 = 3F_2} 2m_1 = 3m_2 \xrightarrow{m_1 + m_2 = 1,2} m_1 = 0,72(\text{kg}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 9:** (THPTQG - 2017) Ở một nơi trên Trái Đất, hai con lắc đơn có cùng khối lượng đang dao động điều hòa. Gọi  $\ell_1; s_{01}; F_1$  và  $\ell_2; s_{02}; F_2$  lần lượt là chiều dài, biên độ, độ lớn lực kéo về cực đại của con lắc thứ nhất và của con lắc thứ hai. Biết  $3\ell_2 = 2\ell_1; 2s_{02} = 3s_{01}$ . Tỉ số  $F_1/F_2$  bằng:

- A. 4/9.                      B. 3/2.                      C. 9/4.                      D. 2/3

*Hướng dẫn*

$$* \text{ Từ } F_{\max} = kA = m\omega^2 A = m \frac{g}{\ell} A \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 10:** Một con lắc đơn dao động nhỏ xung quanh vị trí cân bằng, chọn trục Ox nằm ngang gốc O trùng với vị trí cân bằng chiều dương hướng từ trái sang phải. Ở thời điểm ban đầu vật ở bên phải vị trí cân bằng và dây heo hợp với phương thẳng đứng một góc 0,01 rad, vật được truyền

tốc độ  $\pi$  cm/s với chiều từ phải sang trái. Biết năng lượng dao động của con lắc là 0,1 (mJ), khối lượng của vật là 100 g, lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động của vật

A.  $s = \sqrt{2} \cos(\pi t + 3\pi/4) \text{ cm}$

B.  $s = \sqrt{2} \cos(\pi t - \pi/4) \text{ cm}$

C.  $s = 4\cos(2\pi t + 3\pi/4) \text{ cm}$

D.  $s = 4\cos(2\pi t - \pi/4) \text{ cm}$

**Hướng dẫn**

$$W = \frac{mg\ell}{2} \alpha^2 + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{0,1 \cdot 10\ell}{2} 0,01^2 + \frac{0,1 \cdot 0,0314^2}{2}$$

$$\Rightarrow \ell = 1(\text{m}) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \pi (\text{rad/s})$$

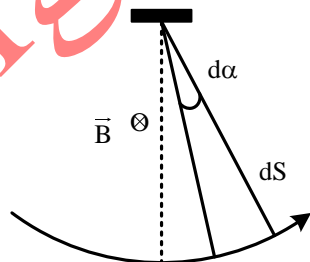
$$\begin{cases} s = A \cos(\pi t + \varphi) \\ v = s' = -\pi A \sin(\pi t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} s_{(0)} = A \cos \varphi = -\ell \alpha = 0,01(\text{m}) \\ v_{(0)} = -\pi A \sin \varphi = -3,14 \cdot 10^{-2} (\text{m/s}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{3\pi}{4} \\ A = 0,01\sqrt{2}(\text{m}) \end{cases} \Rightarrow s = 0,01\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) (\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Nếu con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ, dao động điều hoà trong một từ trường đều mà cảm ứng từ có hướng vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc thì trong dây dẫn xuất hiện một suất điện động cảm ứng:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{B \frac{d\alpha}{dt} \pi \ell^2}{dt} = -\frac{B\ell^2}{2} \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\xrightarrow{\alpha = \alpha_{\max} \cos(\omega t + \varphi)} e = \frac{B\ell^2 \omega \alpha_{\max}}{2} \sin(\omega t + \varphi)$$



**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ dài 1 m, dao động điều hoà với biên độ góc 0,2 rad trong một từ trường đều mà cảm ứng từ có hướng vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc và có độ lớn 1 T. Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Tính suất điện động cực đại xuất hiện trên thanh treo con lắc

A. 0,45 V.

B. 0,63 V.

C. 0,32 V.

D. 0,22 V.

**Hướng dẫn**

$$E_0 = \frac{B\ell^2 \omega \alpha_{\max}}{2} = \frac{1}{2} B\ell^2 \sqrt{\frac{g}{\ell}} \alpha_{\max} \approx 0,32(\text{V}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 12:** Trong bài thực hành đo gia tốc trọng trường của Trái đất tại phòng thí nghiệm. Một học sinh đo chiều dài con lắc đơn được kết quả  $\ell = (0,8 \pm 0,001) \text{ m}$ , thì chu kì dao động  $T = (1,79 \pm 0,01) \text{ s}$ . Lấy  $\pi^2 = 3,14$ . Gia tốc trọng trường tại đó là

A.  $g = (9,857 \pm 0,035) \text{ m/s}^2$ .

B.  $g = (9,801 \pm 0,0035) \text{ m/s}^2$ .

C.  $g = (9,857 \pm 0,122) \text{ m/s}^2$ .

D.  $g = (9,801 \pm 0,122) \text{ m/s}^2$ .

**Hướng dẫn**

Từ công thức:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2}$  Lấy vi phân hai vế:

$$\Rightarrow dg = 4\pi^2 \frac{T^2 d\ell - 2\ell T dt}{T^4} = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2} \left( \frac{d\ell}{\ell} - 2 \frac{dT}{T} \right) = g \left( \frac{d\ell}{\ell} - 2 \frac{dT}{T} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta g = g \left( \frac{\Delta \ell}{\ell} + 2 \frac{\Delta T}{T} \right)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{g} = 4\pi^2 \frac{\bar{\ell}}{T^2} = 4\pi^2 \cdot \frac{0,8}{1,79^2} = 9,857 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ \Delta g = \bar{g} \cdot \left( \frac{\Delta \ell}{\ell} + 2 \frac{\Delta T}{T} \right) = 9,857 \left( \frac{0,001}{0,8} + 2 \cdot \frac{0,01}{1,79} \right) = 0,122 \text{ (m/s}^2\text{)} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow g = (9,857 \pm 0,122) \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Ví dụ 13:** (THPTQG - 2017) Tiến hành thí nghiệm đo gia tốc trọng trường bằng con lắc đơn, một học sinh đo được chiều dài con lắc là  $119 \pm 1$  (cm), chu kì dao động nhỏ của nó là  $2,20 \pm 0,01$  (s), Lấy  $\pi^2 = 9,87$  và bỏ qua sai số của số  $\pi$ . Gia tốc trọng trường đo được tại nơi làm thí nghiệm là

A.  $g = 9,7 \pm 0,1$  (m/s<sup>2</sup>).

B.  $g = 9,8 \pm 0,1$  (m/s<sup>2</sup>).

C.  $g = 9,7 \pm 0,2$  (m/s<sup>2</sup>).

D.  $g = 9,8 \pm 0,2$  (m/s<sup>2</sup>).

**Hướng dẫn**

$$* \text{ Từ } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2} \left\{ \begin{array}{l} \bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{\ell}}{T^2} = \frac{4 \cdot 9,87 \cdot 1,19}{2,2^2} = 9,7 \\ \frac{\Delta g}{\bar{g}} = \frac{\Delta \ell}{\ell} + 2 \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{119} + \frac{2 \cdot 0,01}{2,2} \Rightarrow \Delta g = 0,2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow g = \bar{g} \pm \Delta g = 9,7 \pm 0,2 \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Tại một nơi, chu kì dao động điều hòa của một con lắc đơn là 2,2 s. Sau khi giảm chiều dài của con lắc 21 cm thì chu kì dao động điều hòa của nó là 2,0 s. Chiều dài ban đầu của con lắc này là

A. 100 cm.

B. 99 cm.

C. 98 cm.

D. 121 cm.

**Bài 2:** Để chu kì dao động điều hòa của con lắc đơn tăng thêm 5% thì phải tăng chiều dài nó

A. 5,75%.

B. 2,25%.

C. 10,25 %.

D. 25%.

**Bài 3:** Tìm chiều dài của con lắc đơn có chu kì 1 s ở nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

A. 101 cm.

B. 173 cm.

C. 98 cm.

D. 25 cm.

**Bài 4:** Ở nơi mà con lắc đơn đếm giây (tức là chu kì 2 s) có độ dài 1 m thì con lắc đơn có độ dài 3 m dao động với chu kì bằng bao nhiêu?

A. 2,5 s.

B. 3,5 s.

C. 3,8 s.

D. 3,9 s.

**Bài 5:** Có hai con lắc đơn mà độ dài của chúng khác nhau 22 cm, dao động ở cùng một nơi. Trong cùng một khoảng thời gian, con lắc thứ nhất thực hiện được 30 dao động toàn phần, con lắc thứ hai thực hiện được 36 dao động toàn phần. Độ dài của các con lắc nhận giá trị nào sau đây:

A.  $\ell_1 = 88$  cm;  $\ell_2 = 110$  cm.

B.  $\ell_1 = 78$  cm;  $\ell_2 = 110$  cm.

C.  $\ell_1 = 72$  cm ;  $\ell_2 = 50$  cm.

D.  $\ell_1 = 50$  cm;  $\ell_2 = 72$  cm.

**Bài 6:** Có hai con lắc đơn có dây treo dài không bằng nhau, hiệu số độ dài của chúng là 28 cm. Trong khoảng thời gian mà con lắc thứ nhất thực hiện được 6 chu kì dao động thì con lắc thứ hai thực hiện được 8 chu kì dao động. Tính độ dài của mỗi con lắc.

A. 64 cm; 36 cm.

B. 99 cm; 36 cm.

C. 98 cm; 36 cm.

D. 36 cm; 64 cm.

**Bài 7:** Tại một nơi con lắc đơn có độ dài  $l$  dao động điều hòa với chu kỳ  $T_1 = 5$  (s), con lắc đơn có độ dài  $h$  dao động điều hòa với chu kỳ  $T_2 = 4$  (s). Tại đó, con lắc đơn có độ dài  $l = l_1 - l_2$  sẽ dao động điều hòa với chu kỳ

- A.  $T = 1$  (s).                      B.  $T = 5$  (s).                      C.  $T = 3$  (s).                      D.  $T = 7/12$  (s).

**Bài 8:** Tại cùng một vị trí địa lý, hai con lắc đơn có chu kỳ dao động riêng lần lượt là 2,0s và 1,5s, chu kỳ dao động riêng của con lắc thứ ba có chiều dài bằng tổng chiều dài của hai con lắc nói trên là

- A. 5,0 s.                              B. 3,5 s.                              C. 2,5 s.                              D. 4,0 s.

**Bài 9:** Con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ 2 s thì trong 24 h nó thực hiện được bao nhiêu dao động?

- A. 43200.                              B. 86400.                              C. 3600.                              D. 6400.

**Bài 10:** Một con lắc đơn, trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện 40 dao động. Khi tăng độ dài của nó 7,9 cm, trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  như trên, con lắc thực hiện 39 dao động. Độ dài ban đầu của con lắc là

- A. 1,521m.                              B. 1,532m.                              C. 1,583 m.                              D. 1,424 m.

**Bài 11:** Một con lắc đơn có chiều dài 72 cm, dao động điều hòa trong khoảng thời gian  $\Delta t$  thực hiện được 30 dao động. Nếu cắt ngắn chiều dài 22 cm thì trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , số dao động thực hiện được là

- A. 36.                                      B. 20.                                      C. 32.                                      D. 48.

**Bài 12:** Một con lắc đơn dao động điều hòa, nếu cắt bớt dây treo một phần ba thì chu kỳ dao động là 3s. Nếu cắt tiếp dây treo một đoạn bằng một nửa phần đã cắt thì chu kỳ dao động là

- A. 1,8 s.                                      B. 2,6 s.                                      C. 3,2 s.                                      D. 1,5 s.

**Bài 13:** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn và một con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với cùng tần số. Biết con lắc đơn có chiều dài 49 cm và lò xo có độ cứng 5 N/m. Khối lượng vật nhỏ của con lắc lò xo là

- A. 0,125 kg.                              B. 0,750 kg.                              C. 0,250kg.                              D. 0,500 kg.

**Bài 14:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tại thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ dài  $s = 8\sqrt{3}$  cm với vận tốc  $v = 20 \text{ cm/s}$ . Độ lớn gia tốc của vật khi nó đi qua vị trí có li độ dài 8 cm là

- A.  $0,506 \text{ m/s}^2$ .                              B.  $0,516 \text{ m/s}^2$ .                              C.  $0,500 \text{ m/s}^2$ .                              D.  $0,07 \text{ m/s}^2$ .

**Bài 15:** Trong bài thực hành đo gia tốc trọng trường của Trái đất tại phòng thí nghiệm. Một học sinh đo chiều dài con lắc đơn được kết quả  $l = (800 \pm 1) \text{ mm}$ , thì chu kỳ là dao động  $T = (1,78 \pm 0,02) \text{ s}$ . Lấy  $\pi = 3,14$ . Gia tốc trọng trường tại đó là

- A.  $g = (9,96 \pm 0,24) \text{ m/s}^2$ .                              B.  $g = (10,2 \pm 0,24) \text{ m/s}^2$ ,  
C.  $g = (9,98 \pm 0,24) \text{ m/s}^2$ .                              D.  $g = (9,96 \pm 0,21) \text{ m/s}^2$ .

**Bài 16:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad ở một nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi vật đi qua li độ dài  $4\sqrt{3}$  cm nó có tốc độ 14 cm/s. Chiều dài của con lắc đơn là:

- A. 0,8 m.                                      B. 0,2 m.                                      C. 0,4 m.                                      D. 1 m.

**Bài 17:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad ở một nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vào thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ dài 8 cm và có vận tốc  $20\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Chiều dài của con lắc đơn là:

- A. 0,8 m.                                      B. 0,2 m.                                      C. 1,6 m.                                      D. 1 m.

**Bài 18:** Một con lắc đơn sợi dây dài 61,25 cm, treo tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Đưa vật đến li độ dài một đoạn 3 cm rồi truyền cho nó một vận tốc bằng 16 cm/s theo phương vuông góc sợi dây. Con lắc dao động điều hòa. Tốc độ của vật khi qua vị trí cân bằng là

- A. 20 cm/s.                      B. 30 cm/s.                      C. 40 cm/s.                      D. 50 cm/s.

**Bài 19:** Vật treo của con lắc đơn dao động điều hòa theo cung tròn MN quanh vị trí cân bằng O. Biết vật có tốc độ cực đại 6,93 m/s, tìm tốc độ của vật khi đi qua vị trí P là trung điểm của cung tròn MO.

- A.  $v_P = 6$  m/s.                      B.  $v_P = 0$  m/s.                      C.  $v_P = 3,46$  m/s.                      D.  $v_P = 8$  m/s.

**Bài 20:** Vật treo của con lắc đơn dao động điều hòa theo cung tròn MN quanh vị trí cân bằng O. Biết vật có tốc độ cực đại 6,93 m/s, tìm tốc độ của vật khi đi qua vị trí P có li độ bằng một phần ba biên độ.

- A.  $v_P = 6,00$  m/s.                      B.  $v_P = 6,53$  m/s.                      C.  $v_P = 3,46$  m/s.                      D.  $v_P = 8$  m/s.

**Bài 21:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 rad rồi thả nhẹ. Khi vật ở li độ bằng 1/4 biên độ thì lực kéo về có độ lớn là

- A 11N.                      B. 0,1 N                      C. 0,025N.                      D. 0,05N.

**Bài 22:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 rad rồi thả nhẹ. Khi vật ở li độ bằng nửa biên độ thì lực kéo về có độ lớn là

- A. 1N.                      B. 0,1 N.                      C. 0,5 N.                      D. 0,05 N.

**Bài 23:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 200 (g) dây dài 0,5 m, tại nơi có gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc rồi thả nhẹ thì nó dao động điều hòa. Khi vật ở li độ bằng 3 cm thì lực kéo về có độ lớn là

- A. 2,12 N.                      B. 2N.                      C. 0,12 N.                      D. 2,06 N.

**Bài 24:** Con lắc đơn có chiều dài của dây treo là 0,2 m. Kéo con lắc về phía phải một góc 0,15 rad so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ, lấy  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là:

- A.  $s = 3\sin(7t + \pi/2)$  cm.                      B.  $s = 3\sin(7t - \pi/2)$  cm.  
C.  $s = 3\cos(7t + \pi/2)$  cm.                      D.  $s = 3\cos(7t - \pi/2)$  cm.

**Bài 25:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, dao động điều hòa ở nơi có  $g = \pi^2$  m/s<sup>2</sup>. Lúc  $t = 0$  con lắc đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương với vận tốc 0,5 m/s. Lúc  $t = 2,25$  s vận tốc của vật là

- A. 40 cm/s.                      B. 30 cm/s.                      C. 25/2 cm/s                      D. 25 cm/s.

**Bài 26:** Con lắc đơn có chiều dài của dây treo là 2 m. Kéo con lắc về phía phải một góc 0,15 rad so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ, lấy  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ vị trí cân bằng sang phía phải, gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng lần thứ hai. Phương trình dao động của con lắc :

- A.  $x = 30\sin(2\pi t)$  cm.                      B.  $x = 30\cos(2,2t + \pi)$  cm.  
C.  $x = 30\sin(2,2t)$  cm.                      D.  $x = 30\cos(2\pi t + \pi)$  cm.

**Bài 27:** Một con lắc đơn dao động điều hòa cứ sau 1/8 s thì động năng lại bằng thế năng. Quỹ đường vật đi được trong 0,5 s là 16 cm. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Phương trình dao động của vật là:

- A.  $s = 8\cos(2\pi t + \pi/2)$  cm.                      B.  $s = 8\cos(2\pi t - \pi/2)$  cm.  
C.  $s = 4\cos(4\pi t + \pi/2)$  cm.                      D.  $s = 4\cos(4\pi t - \pi/2)$  cm.

**Bài 28:** Một con lắc đơn sợi có dây treo không dẫn có trọng lượng không đáng kể, chiều dài 10 cm được treo thẳng đứng ở điểm A. Truyền cho quả cầu động năng theo phương ngang để nó đến vị trí có li độ góc 0,075 (rad) thì có tốc độ  $0,075\sqrt{3}$  (m/s). Biết con lắc đơn dao động điều hòa theo phương hình ứng với li độ dài  $s = A\sin(\omega t + \varphi)$ . Cho gia tốc trọng trường 10 (m/s<sup>2</sup>). Chọn gốc thời gian là lúc quả cầu có li độ góc 0,075 (rad) theo chiều dương. Tính  $\varphi$ .

- A.  $\pi/6$ .                      B.  $5\pi/6$ .                      C.  $-\pi/6$ .                      D.  $-5\pi/6$ .



**Bài 29:** Một con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ dài 1 m, dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad trong một từ trường đều mà cảm ứng từ có hướng vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc và có độ lớn 1 T. Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Tính suất điện động hiệu dụng xuất hiện trên thanh treo con lắc

- A 0,16 V                      B. 0,11V.                      C. 0,32 V.                      D. 0,22 V.

**Bài 30:** Một con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ có chiều dài x, dao động điều hòa với biên độ góc 0,17 rad trong một từ trường đều mà cảm ứng từ có hướng vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc và có độ lớn 1 T. Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Biết suất điện động cực đại xuất hiện trên thanh treo con lắc là 3,2 V. Tính x.

- A. 5,782 m.                      B. 1,512 m.                      C. 5,214 m.                      D. 1,000 m.

1.D	2.C	3.D	4.B	5.C	6.A	7.C	8.C	9.A	10.A
11.A	12.B	13.C	14.A	15.A	16.A	17.C	18.A	19.A	20.B
21.C	22.D	23.C	24.D	25.C	26.C	27.C	28.A	29.B	30.C

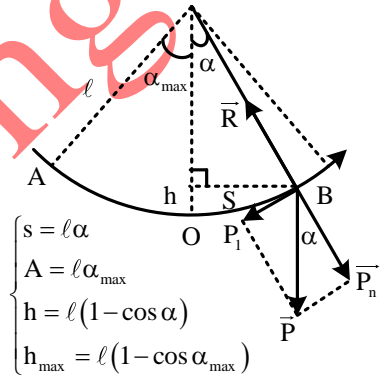
**Dạng 2. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN NĂNG LƯỢNG DAO ĐỘNG**

**Phương pháp giải**

+ Khi không có ma sát cơ năng bảo toàn, bằng tổng thế năng và động năng, bằng thế năng cực đại, bằng động năng cực đại:

$$W = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{mv^2}{2} = mgl(1 - \cos \alpha_{\max})$$

$$= \frac{mv_{\max}^2}{2} \begin{cases} W_t = mgh = mgl(1 - \cos \alpha) \\ W_d = \frac{mv^2}{2} \end{cases}$$



+ Khi con lắc đơn dao động bé thì  $(1 - \cos \alpha) = 2 \left( \sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \approx 2 \left( \frac{\alpha}{2} \right)^2 = \frac{\alpha^2}{2}$  nên cơ năng dao

động:

$$W = \frac{mgl}{2} \alpha^2 + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{mgA^2}{2} \begin{cases} W_t = \frac{mg\ell}{2} \alpha^2 \\ W_d = \frac{mv^2}{2} \\ \alpha_{\max} = \frac{A}{\ell} \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m khối lượng 100 g dao động trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Bỏ qua mọi ma sát. Khi sợi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $30^\circ$  thì tốc độ của vật nặng là 0,3 m/s. Cơ năng của con lắc đơn là

- A.  $1 - 0,5\sqrt{3}$ .                      B. 0,13J                      C. 0,14J                      D. 0,5J.

**Hướng dẫn**

$$W = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{mv^2}{2} = 0,1 \cdot 10 \cdot 1(1 - \cos 30^\circ) + \frac{0,1 \cdot 0,3^2}{2} \approx 0,14(\text{J}) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 400 (g) và sợi dây treo không dẫn có trọng lượng không đáng kể, chiều dài 0,1 (m) được treo thẳng đứng ở điểm A. Biết con lắc đơn dao động điều hoà, tại vị trí có li độ góc 0,075 (rad) thì có vận tốc  $0,075\sqrt{3}$  (m/s). Cho gia tốc trọng trường 10 (m/s<sup>2</sup>). Tính cơ năng dao động.

- A. 4,7 mJ.                      B. 4,4 mJ.                      C. 4,5 mJ.                      D. 4,8mJ

*Hướng dẫn*

$$W = \frac{mg\ell}{2}\alpha^2 + \frac{mv^2}{2} = \frac{0,4 \cdot 10 \cdot 0,1}{2} \cdot 0,075^2 + 0,4 \cdot \frac{(0,075\sqrt{3})^2}{2} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

⇒ Chọn C.

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng 1 kg, độ dài dây treo 2 m, góc lệch cực đại của dây so với đường thẳng đứng 0,175 rad. Chọn mốc thế năng trọng trường ngang với vị trí thấp nhất,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Cơ năng và tốc độ của vật nặng khi nó ở vị trí thấp nhất là lần lượt là

- A. 2 J và 2 m/s.                      B. 0,30 J và 0,77 m/s.                      C. 0,30 J và 7,7 m/s.                      D. 3 J và 7,7 m/s.

*Hướng dẫn*

$$W = \frac{mg\ell}{2}\alpha_{\max}^2 = \frac{1,9 \cdot 8,2}{2} \cdot 0,175^2 = 0,30 \text{ (J)}$$

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \cdot \ell \alpha_{\max} = 0,77 \text{ (m/s)}$$

⇒ Chọn B.

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn có khối lượng 2 kg và có độ dài 4 m, dao động điều hòa ở nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Cơ năng dao động của con lắc là 0,2205 J. Biên độ góc của con lắc bằng

- A. 0,75 rad.                      B.  $4,3^\circ$ .                      C. 0,3 rad.                      D.  $0,075^\circ$ .

*Hướng dẫn*

$$W = \frac{mg\ell}{2}\alpha_{\max}^2 \Rightarrow \alpha_{\max} = \sqrt{\frac{2W}{mg\ell}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2205}{2 \cdot 9,8 \cdot 4}} = 0,075 \text{ (rad)} \approx 4,3^\circ \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn gồm một viên bi nhỏ khối lượng 100 (g) được treo ở đầu một sợi dây dài 1,57 (m) tại địa điểm có gia tốc trọng trường  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 (rad) rồi thả cho nó dao động điều hoà không có vận tốc ban đầu. Tính động năng viên bi chỉ góc lệch của nó là 0,05 (rad).

- A.  $W_d = 0,00195 \text{ J}$ .                      B.  $W_d = 0,00585 \text{ J}$                       C.  $W_d = 0,00591 \text{ J}$ .                      D.  $W_d = 0,00577 \text{ J}$ .

*Hướng dẫn*

$$W_d = W - W' = \frac{mg\ell}{2}\alpha_{\max}^2 - \frac{mg\ell}{2}\alpha^2 \approx 0,00577 \text{ (J)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc  $\alpha_0$ . Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Ở vị trí con lắc có động năng gấp đôi thế năng thì li độ góc của nó bằng?

- A.  $\pm\alpha_0/\sqrt{3}$                       B.  $\pm\alpha_0/2$                       C.  $\pm\alpha_0/2$                       D.  $\pm\alpha_0/3$

*Hướng dẫn*

$$W_t = \frac{1}{2}W_d = \frac{1}{3}W \Rightarrow \frac{mg\ell^2}{2} = \frac{1}{3} \frac{mg\alpha_0^2}{2} \Rightarrow \alpha' = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo bằng 40 cm, dao động với biên độ góc 0,1 rad tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vận tốc của vật nặng ở vị trí thế năng bằng ba lần động năng là

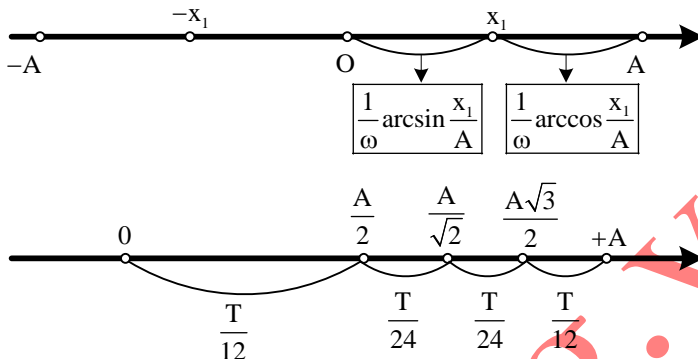
- A.  $\pm 0,3 \text{ m/s}$ .                      B.  $\pm 0,2 \text{ m/s}$ .                      C.  $\pm 0,1 \text{ m/s}$ .                      D.  $\pm 0,4 \text{ m/s}$ .

**Hướng dẫn**

$$W_t = 3W_d \Rightarrow W_d = \frac{W}{4} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{mg\ell\alpha_{\max}^2}{2} \Rightarrow v = \pm \frac{\alpha_{\max}}{2} \sqrt{g\ell} = \pm 0,1 \text{ (m/s)}$$

⇒ Chọn C.

**Chú ý:** Nhớ lại khoảng thời gian trong dao động điều hòa



**Ví dụ 8:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 1 m dao động điều hòa với biên độ góc  $\pi/20$  rad tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ góc  $\pi\sqrt{2}/40$  rad là?

- A.  $1/3s$ .                      B.  $1/4s$ .                      C.  $3s$ .                      D.  $3\sqrt{2}s$

**Hướng dẫn**

Thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ  $\alpha = 0$  đến vị trí có  $\alpha = \frac{\alpha_{\max}\sqrt{2}}{2}$  là:

$$T = \frac{1}{8}T = \frac{1}{8}2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{1}{8}2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} \approx \frac{1}{4} \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn B,}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,86 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ của vật khi qua vị trí cân bằng là  $6,28 \text{ cm/s}$  và thời gian đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ góc bằng nửa biên độ góc là  $1/6$  s. Chiều dài của dây treo con lắc và biên độ dài lần lượt là

- A.  $0,8 \text{ m}$  và  $0,1 \text{ m}$ .                      B.  $0,2 \text{ m}$  và  $0,1 \text{ m}$ .                      C.  $1 \text{ m}$  và  $2 \text{ cm}$ .                      D.  $1 \text{ m}$  và  $2,5 \text{ m}$ .

**Hướng dẫn**

Thời gian ngắn nhất đi từ  $\alpha = 0$  đến  $\alpha = 0,5\alpha_{\max}$  là:  $\frac{T}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow T = 2 \text{ (s)} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \ell \approx 1 \text{ (m)}$

$$v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A \Rightarrow 6,28 = \frac{2\pi}{2} A \Rightarrow A \approx 2 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:**

- Chuyển động đi từ hai biên về VTCS là chuyển động nhanh dần.
- Chuyển động đi từ VTCS ra 2 biên là chuyển động chậm dần.

**Ví dụ 10:** (ĐH-2010) Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_{\max}$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

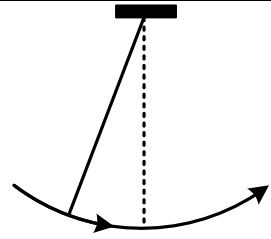
- A.  $-\alpha_{\max} / \sqrt{3}$ .                      B.  $\alpha_{\max} / \sqrt{2}$                       C.  $-\alpha_{\max} / \sqrt{2}$                       D.  $\alpha_{\max} / \sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn**

Đi theo chiều dương về vị trí cân bằng  $\Rightarrow \alpha < 0$

$$W_t = W_d = \frac{1}{2} W \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = -\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Nếu con lắc đơn đang dao động điều hòa đúng lúc đi qua vị trí cân bằng nếu làm thay đổi chiều dài thì cơ năng không đổi:



$$W' = W \begin{cases} W = \frac{m\omega^2 A'^2}{2} = \frac{mgA^2}{2\ell} = \frac{mg\ell}{2} \alpha_{\max}^2 \\ W' = \frac{m\omega'^2 A'^2}{2} = \frac{mgA'^2}{2\ell'} = \frac{mg\ell'}{2} \alpha_{\max}'^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{\max}' = \alpha_{\max} \sqrt{\frac{\ell}{\ell'}} \\ A' = A \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \end{cases}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn lí tưởng đang dao động điều hòa, khi đi qua vị trí cân bằng thì điểm I của sợi dây được giữ lại và sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa với chiều dài sợi dây chỉ bằng một phần tư lúc đầu thì

- A. biên độ góc dao động sau đó gấp đôi biên độ góc ban đầu.
- B. biên độ góc dao động sau đó gấp bốn biên độ góc ban đầu.
- C. biên độ dài dao động sau đó gấp đôi biên độ dài ban đầu.
- D. cơ năng dao động sau đó chỉ bằng một nửa cơ năng ban đầu.

**Hướng dẫn**

$$W' = W \begin{cases} \frac{m\omega^2 A'^2}{2} = \frac{mgA^2}{2\ell} \Rightarrow A' = A \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} = \frac{A}{2} \\ \frac{mg\ell'}{2} \alpha_{\max}'^2 = \frac{mg\ell}{2} \alpha_{\max}^2 \Rightarrow \alpha_{\max}' = \alpha_{\max} \sqrt{\frac{\ell}{\ell'}} = 2\alpha_{\max} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m khối lượng 100 g dao động với biên độ góc  $30^\circ$  tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát. Cơ năng của con lắc đơn là

- A.  $1 - 0,5\sqrt{3}$  J      B.  $5/36$  J      C.  $125/9$  J.      D.  $0,5$  J.

**Bài 2:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m khối lượng 100 g dao động với biên độ góc  $60^\circ$  tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát. Cơ năng của con lắc đơn là

- A.  $1 - 0,5\sqrt{3}$  J      B.  $5/36$  J.      C.  $125/9$  J.      D.  $0,5$  J.

**Bài 3:** Một con lắc đơn, sợi dây có chiều dài 10 cm, và quả cầu nhỏ có khối lượng 100 g, tại nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Nâng con lắc đến góc lệch  $0,01$  rad, rồi thả nhẹ cho nó dao động điều hòa. Cơ năng dao động là

- A.  $3 \mu\text{J}$ .      B.  $4 \mu\text{J}$ .      C.  $5 \mu\text{J}$ .      D.  $6 \mu\text{J}$ .

**Bài 4:** Một con lắc đơn mà quả cầu nhỏ có khối lượng 0,5 (kg) dao động nhỏ với chu kỳ  $0,4\pi$  (s) tại nơi có gia tốc trọng trường hiệu dụng  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Biết li độ góc cực đại là  $0,15$  rad. Tính cơ năng dao động

- A.  $30 \text{ mJ}$ .      B.  $4 \text{ mJ}$ .      C.  $22,5 \text{ mJ}$ .      D.  $25 \text{ mJ}$ .

**Bài 5:** Một con lắc đơn có khối lượng 5 kg và độ dài 1 m, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ , với li độ góc cực đại  $0,175$  rad. Tính cơ năng của con lắc.

- A.  $3,00$  J.      B.  $2,14$  J.      C.  $1,16$  J.      D.  $0,765$  J.

**Bài 6:** Một con lắc đơn mà vật dao động có khối lượng 0,2 kg và độ dài dây treo 0,5 m, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Vật dao động vạch ra một cung tròn có thể coi như một đoạn thẳng dài 4 cm. Tính cơ năng của con lắc.

A. 80  $\mu\text{J}$ .                      B. 8mJ.                      C. 0.04J.                      D. 0,8 mJ.

**Bài 7:** Một con lắc đơn, sợi dây có chiều dài 10 cm, treo tại nơi có  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Nâng con lắc đến góc lệch 0,01 rad, rồi thả nhẹ cho nó dao động điều hòa thì cơ năng dao động là 5  $\mu\text{J}$ . Khối lượng quả cầu nhỏ là

A. 3 kg.                      B. 1 kg.                      C. 100 g.                      D. 200 g.

**Bài 8:** Một con lắc đơn có khối lượng 2,5 kg và có độ dài 1,6 m, dao động điều hòa ở nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Cơ năng dao động của con lắc là 196 mJ. Li độ góc cực đại của dao động có giá trị bằng

A. 0,01 rad.                      B.  $5,7^\circ$                       C. 0,57 rad.                      D.  $7,5^\circ$ .

**Bài 9:** Hai con lắc đơn, dao động điều hòa tại cùng một nơi trên Trái Đất, có năng lượng như nhau. Quả nặng của chúng có cùng khối lượng. Chiều dài dây treo con lắc thứ nhất dài gấp đôi chiều dài dây treo con lắc thứ hai. Tỉ số biên độ góc của con lắc thứ nhất và biên độ góc của con lắc thứ hai là

A. 2.                      B. 0,5.                      C.  $1/\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{2}$

**Bài 10:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 500 (g) được treo ở nơi có gia tốc trọng trường 10 ( $\text{m/s}^2$ ). Biết con lắc đơn dao động điều hòa, tại vị trí có li độ góc 0,15 (rad) thì có tốc độ 8,7 (cm/s). Nếu cơ năng dao động là 16 mJ thì chiều dài con lắc là

A. 75 cm.                      B. 100 cm.                      C. 25 cm.                      D. 50 cm.

**Bài 11:** Một con lắc đơn mà vật dao động có khối lượng 0,2 kg và độ dài dây treo 0,8 m, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường 10  $\text{m/s}^2$  với cơ năng 0,32 mJ. Biên độ dài là

A. 3 cm.                      B. 2 cm.                      C. 1,8 cm.                      D. 1,6 cm.

**Bài 12:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc là  $9^\circ$  và năng lượng dao động là 0,02 J. Động năng của con lắc khi li độ góc bằng  $4,5^\circ$  là

A. 0,198 J.                      B. 0,027 J.                      C. 0,0151                      D. 0,225 J.

**Bài 13:** Một con lắc đơn gồm sợi dây có khối lượng không đáng kể, không giãn, có chiều dài l và viên bi nhỏ có khối lượng m. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa ở nơi có gia tốc trọng trường g. Nếu chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng của viên bi thì thế năng của con lắc này ở li độ góc  $\alpha$  có biểu thức là

A.  $mg(l - \sin \alpha)$ .                      B.  $mg(l - \cos \alpha)$ .                      C.  $mg(3 - 2\cos \alpha)$ .                      D.  $mg(l + \cos \alpha)$ .

**Bài 14:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha\sqrt{2}$ . Động năng của quả cầu bằng một nửa cơ năng tại vị trí có li độ góc là:

A.  $\pm\alpha/\sqrt{3}$ .                      B.  $\pm\alpha/2$ .                      C.  $\pm\alpha/\sqrt{2}$ .                      D.  $\pm\alpha$ .

**Bài 15:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $6^\circ$ . Với góc lệch bằng bao nhiêu thì động năng của con lắc gấp 2 lần thế năng?

A.  $\pm 3,45^\circ$ .                      B.  $\pm 3,48^\circ$ .                      C.  $\pm 3,46^\circ$ .                      D.  $\pm 3,25^\circ$ .

**Bài 16:** Một con lắc đơn dao động nhỏ với biên độ 4 cm. Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vận tốc của vật đạt giá trị cực đại là 0,05s. Khoảng thời gian ngắn nhất để nó đi từ vị trí có li độ  $S_1 = 2\text{cm}$  đến li độ  $S_2 = 4 \text{ cm}$  là:

A. 1/60 s.                      B. 1/120 s.                      C. 1/80 s.                      D. 0,01 s.

**Bài 17:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 1 m dao động điều hòa với biên độ góc  $\pi/20$  rad tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ góc  $\pi/40$  rad là

A. 1/3 s.                      B. 1/6 s.                      C. 3 s.                      D.  $3\sqrt{2}$  s

**Bài 18:** Con lắc đơn sợi dây dài l dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường g, biết  $g = \pi^2 \ell$ . Khoảng thời gian 2 lần liên tiếp động năng bằng không là

A. 0,25 s                      B. 2 s.                      C. 1 s.                      D. 0,5 s.

**Bài 19:** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_{\max}$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng ba lần thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

- A.  $\alpha_{\max}/2$ .      B.  $\alpha_{\max}/\sqrt{2}$ .      C.  $-\alpha_{\max}/\sqrt{2}$ .      D.  $\alpha_{\max}/2$ .

**Bài 20:** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_{\max}$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động chậm dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng  $1/3$  lần thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

- A.  $-\alpha_{\max}/2$ .      B.  $0,5 \alpha_{\max} \sqrt{3}$ .      C.  $-0,5 \alpha_{\max} \sqrt{3}$ .      D.  $\alpha_{\max}/2$ .

**Bài 21:** Một vật nhỏ khối lượng  $m$  dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi vật chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có thế năng bằng ba lần động năng thì li độ  $x$  của nó bằng

- A.  $-A/\sqrt{3}$ .      B.  $0,5A\sqrt{3}$ .      C.  $-0,5A\sqrt{3}$ .      D.  $A/\sqrt{3}$ .

**Bài 22:** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_{\max}$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động chậm dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

- A.  $\alpha_{\max}/\sqrt{3}$       B.  $\alpha_{\max}/\sqrt{2}$ .      C.  $-\alpha_{\max}/\sqrt{2}$ .      D.  $\alpha_{\max}/\sqrt{3}$

**Bài 23:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng  $100 \text{ N/m}$  và vật dao động nặng  $0,1 \text{ kg}$ . Kéo vật lệch khỏi vị trí cân bằng  $5 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ cho vật dao động điều hòa. Chọn mốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Tìm thời điểm lần thứ hai vật qua vị trí có động năng bằng thế năng.

- A.  $0,025 \text{ s}$ .      B.  $0,05 \text{ s}$ .      C.  $0,075 \text{ s}$ .      D.  $1 \text{ s}$ .

**Bài 24:** Vật dao động điều hòa, lúc  $t = 0$  vật cách vị trí cân bằng  $\sqrt{2} \text{ cm}$  về phía âm của trục tọa độ, đang có động năng bằng thế năng và đang tiến về vị trí cân bằng. Phương trình dao động của vật là

- A.  $x = 2\cos(5\pi t - \pi/4) \text{ cm}$ .      B.  $x = 2\cos(5\pi t - 3\pi/4) \text{ cm}$ .  
C.  $x = \cos(10\pi t + 3\pi/4) \text{ cm}$ .      D.  $x = 2\cos(5\pi t + \pi/4) \text{ cm}$ .

**Bài 25:** Một vật nhỏ dao động điều hòa trên trục  $Ox$  quanh vị trí cân bằng  $O$ . Khi  $t = 0$ , vật có vận tốc  $30 \text{ cm/s}$  hướng theo chiều dương quỹ đạo và đến lúc vận tốc bằng  $0$  lần thứ nhất nó đi được quãng đường  $5 \text{ cm}$ . Biết rằng quãng đường vật đi được trong  $3$  chu kì dao động liên tiếp là  $60 \text{ cm}$ . Phương trình dao động của vật là

- A.  $x = 5\cos(6t - \pi/2) \text{ cm}$ .      B.  $x = 5\cos(6t + \pi/2) \text{ cm}$ .  
C.  $x = 10\cos(6t - \pi/2) \text{ cm}$ .      D.  $x = 10\cos(6t + \pi/2) \text{ cm}$ .

**Bài 26:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài  $A$ . Khi nó đi qua vị trí cân bằng thì điểm  $I$  của sợi dây được giữ lại và sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa với chiều dài sợi dây chỉ bằng  $1/3$  lúc đầu. Biên độ dao động sau đó là

- A.  $0,5A$ .      B.  $A\sqrt{2}$ .      C.  $A/\sqrt{3}$ .      D.  $0,25A$ .

**Bài 27:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài  $A$ . Khi nó đi qua vị trí cân bằng thì điểm chính giữa của sợi dây được giữ lại và sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa. Tính biên độ đó.

- A.  $0,5A$ .      B.  $A\sqrt{2}$       C.  $A/\sqrt{2}$       D.  $A\sqrt{3}$

**Bài 28:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi nó đi qua vị trí cân bằng thì điểm chính giữa của sợi dây được giữ lại và Sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa. Tính biên độ góc đó.

- A.  $0,5 \alpha_{\max}$ .      B.  $\alpha_{\max} \sqrt{2}$ .      C.  $\alpha_{\max} / \sqrt{2}$       D.  $\alpha_{\max} \sqrt{3}$

**Bài 29:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài A. Khi nó đi qua vị trí cân bằng thì điểm I của sợi dây được giữ lại và sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa với chiều dài sợi dây chỉ bằng 1/4 lúc đầu. Biên độ dao động sau đó là

A. 0,5A

B.  $A\sqrt{2}$

C.  $A/\sqrt{2}$

D. 0,25A.

1.A	2.D	3.C	4.C	5.D	6.D	7.C	8.B	9.C	10.C
11.D	12.C	13.B	14.D	15.C	16.B	17.B	18.C	19.A	20.B
21.C	22.B	23.C	24.B	25.A	26.C	27.C	28.B	29.A	

### DẠNG 3. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VẬN TỐC CỦA VẬT, LỰC CĂNG SỢI DÂY, GIA TỐC

*Phương pháp giải:*

+ Từ công thức tính cơ năng:

$$W = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{mv^2}{2}$$

$$= mgl(1 - \cos \alpha_{\max}) = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

Suy ra:

$$\begin{cases} v^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \Rightarrow v = \pm \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} \\ v_{\max}^2 = 2gl(1 - \cos \alpha_{\max}) \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \end{cases}$$

Nếu  $\alpha_{\max}$  nhỏ thì: 
$$\begin{cases} (\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \approx \frac{1}{2}(\alpha^2 - \alpha_{\max}^2) \\ (1 - \cos \alpha_{\max}) \approx \frac{1}{2}\alpha_{\max}^2 \end{cases}$$
 Nên 
$$\begin{cases} v^2 = gl(\alpha^2 - \alpha_{\max}^2) \\ v_{\max}^2 = gl\alpha_{\max}^2 = \omega A \end{cases}$$

+ Lực đóng vai trò lực hướng tâm:  $R - mg \cos \alpha = F_{ht} = \frac{mv^2}{\ell} = \frac{mg}{\ell} 2gl(\cos \alpha - 2\cos \alpha_{\max})$

$$\Rightarrow T = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_{\max})$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 100 cm, vật có khối lượng 50 g dao động ở nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  với biên độ góc  $30^\circ$ . Khi li độ góc là  $8^\circ$  thì tốc độ của vật và lực căng sợi dây là

A. 1,65 m/s và 0,71 N.

B. 1,56 m/s và 0,61 N.

C. 1,56 m/s và 0,71 N.

D. 1,65 m/s và 0,61 N.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} |v| = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1(\cos 8^\circ - \cos 30^\circ)} \approx 1,56(\text{m/s}) \\ R = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_{\max}) = 0,05 \cdot 9,81(3\cos 8^\circ - 2\cos 30^\circ) \approx 0,61(\text{N}) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn B

**Ví dụ 2:** Con lắc đơn chiều dài 1 m dao động nhỏ với chu kỳ 1,5 s và biên độ góc là 0,05 rad. Độ lớn vận tốc khi vật có li độ góc 0,04 rad là

A.  $9\pi \text{ cm/s}$ .

B.  $3\pi \text{ cm/s}$ .

C.  $4\pi \text{ cm/s}$ .

D.  $4\pi/3 \text{ cm/s}$ .

**Hướng dẫn**



$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2} \\ v^2 = g\ell(\alpha_{\max}^2 - \alpha^2) = \frac{4\pi^2\ell^2}{T^2}(\alpha_{\max}^2 - \alpha^2) \Rightarrow |v| \approx 0,04\pi(\text{m/s}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ, khối lượng 0,05 kg treo vào đầu một sợi dây dài 1 m, ở nơi có gia tốc trọng trường 9,81 m/s<sup>2</sup>. Bỏ qua ma sát. Con lắc dao động theo phương thẳng đứng với góc lệch cực đại so với phương thẳng đứng là 30°. Tốc độ của vật và lực căng dây khi qua vị trí cân bằng là

- A. 1,62 m/s và 0,62 N.                      C. 2,63 m/s và 0,62 N.  
B. 4,12 m/s và 1,34 N.                      D. 0,412 m/s và 13,4 N.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} v_{\max} = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha_{\max})} = 1,62(\text{m/s}) \\ R_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_{\max}) = 0,05 \cdot 9,81 \cdot (3 - 2\cos 30^\circ) = 0,62(\text{N}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Tại vị trí biên ( $\alpha = \pm\alpha_{\max}$ ) lực căng sợi dây có độ lớn cực tiểu ( $R_{\min} = mg\cos\alpha_{\max}$ ) - Tại vị trí cân bằng ( $\alpha = 0$ ) lực căng sợi dây có độ lớn cực đại ( $R_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_{\max})$ )).

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 400 (g), tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 m/s<sup>2</sup>. Kích thích cho con lắc dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Biết sức căng dây khi con lắc ở vị trí biên là 0,99 N. Xác định lực căng dây treo khi vật qua vị trí cân bằng là

- A. 10,02 N.                      B. 9,78 N.                      C. 11,2N.                      D. 8,888 N.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} R_{\min} = mg(3\cos\alpha_{\max} - 2\cos\alpha_{\max}) = 0,99 \Rightarrow \cos\alpha_{\max} = \frac{0,99}{0,4 \cdot 9,8} \\ R_{\max} = mg(3\cos 0^\circ - 2\cos\alpha_{\max}) = 0,4 \cdot 9,8 \left( 3 - 2 \cdot \frac{0,99}{0,4 \cdot 9,8} \right) = 9,78(\text{N}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Nếu sợi dây chỉ chịu được lực kéo tối đa  $F_0$  thì điều kiện để sợi dây không đứt là  $R_{\max} \leq F_0$ .

**Ví dụ 5:** Treo một vật trọng lượng 10 N vào một đầu sợi dây nhẹ không co dãn rồi kéo vật khỏi phương thẳng đứng một góc  $\alpha_{\max}$  và thả nhẹ cho vật dao động. Biết dây treo chỉ chịu được lực kéo tối đa là 20N. Để dây không bị đứt thì  $\alpha_{\max}$  không thể vượt qua

- A. 15°.                      B. 30°.                      C. 45°.                      D. 60°.

**Hướng dẫn**

$$R_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_{\max}) \leq F_0 \Leftrightarrow 10 \cdot (3 - 2\cos\alpha_{\max}) \leq 20(\text{N})$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} \leq 60^\circ \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6 :** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m được thả không vận tốc đầu từ vị trí có li độ góc 60°. Để tốc độ của vật bằng một nửa vận tốc cực đại thì li độ góc của con lắc là

- A. 51,3°.                      B. 26,3 rad.                      C. 0,9°.                      D. 40,7°.

**Hướng dẫn**

$$0,5 = \frac{|v|}{v_{\max}} = \frac{\sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_{\max})}}{\sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha_{\max})}} = \sqrt{\frac{\cos\alpha - \cos 60^\circ}{1 - \cos 60^\circ}}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = 0,625 \Rightarrow \alpha \approx 51,3^\circ \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



1) Nếu con lắc đơn đứng yên ở vị trí cân bằng thì lực căng sợi dây cùng độ lớn và ngược hướng với trọng lực. Nghĩa là chúng cân bằng nhau.

2) Nếu con lắc dao động đi qua vị trí cân bằng thì tại thời điểm này lực căng ngược hướng với trọng lực nhưng có độ lớn lớn hơn trọng lực:  $R_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_{\max}) > mg$

Hai lực này không cân bằng và hợp lực của chúng hướng theo  $\vec{R}_{\max}$

3) Ở các vị trí không phải là vị trí cân bằng thì trọng lực và lực căng sợi dây không ngược hướng nhau nên không cân bằng nhau. Tức là nếu con lắc đơn đang dao động

thì không có vị trí nào lực căng sợi dây cân bằng với trọng lực  $\vec{F}_{ht} = \vec{R} + mg \neq \vec{0}$

Tuy nhiên, sẽ tồn tại hai vị trí để  $R = mg$  hay

$$mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{\max}) = mg \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1 + 2\cos\alpha_{\max}}{3}$$

**Ví dụ 7:** (ĐH-2008) Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về dao động của con lắc đơn (bỏ qua lực cản)?

- A. Khi vật nặng ở vị trí biên, cơ năng của con lắc bằng thế năng của nó.
- B. Chuyển động của con lắc từ vị trí biên về vị trí cân bằng là nhanh dần.
- C. Khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, thì trọng lực tác dụng lên nó cân bằng với lực căng của dây.
- D. Với dao động nhỏ thì dao động của con lắc là dao động điều hòa.

#### Hướng dẫn

Khi con lắc đơn dao động thì không có vị trí nào lực căng sợi dây cân bằng với trọng lực  $F_{ht} = R + mg \neq 0 \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 8:** Xét một con lắc đơn dao động tại một nơi nhất định (bỏ qua lực cản). Khi lực căng của sợi dây có giá trị bằng độ lớn trọng lực tác dụng lên con lắc thì lúc đó

- A. lực căng sợi dây cân bằng với trọng lực.
- B. vận tốc của vật dao động cực tiểu.
- C. lực căng sợi dây không phải hướng thẳng đứng.
- D. động năng của vật dao động bằng nửa giá trị cực đại.

#### Hướng dẫn

Khi lực căng của sợi dây có giá trị bằng độ lớn trọng lực tác dụng lên con lắc thì

$$mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{\max}) = mg \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{1 + 2\cos\alpha_{\max}}{3} \neq 1 \Rightarrow \alpha \neq 0 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với phương trình:  $s = 2\sqrt{2}\cos(7t)$  (cm) (t đo bằng giây), tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Tỷ số giữa lực căng dây và trọng lực tác dụng lên quả cầu ở vị trí cao nhất là

- A. 1,05.
- B. 0,999997.
- C. 0,990017.
- D. 1,02.

#### Hướng dẫn

$$\alpha_{\max} = \frac{A}{\ell} = \frac{A\omega^2}{g} = \frac{0,02\sqrt{2}\cdot 49}{9,8}; R = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{\max})$$

Tại vị trí cao nhất ( $\alpha = \pm\alpha_{\max}$ )  $\frac{R}{mg} = \cos\alpha_{\max} \approx 0,990017 \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 10:** (ĐH-2011) Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  tại nơi có gia tốc trọng trường là g. Biết lực căng dây lớn nhất bằng 1,02 lần lực căng dây nhỏ nhất. Giá trị của  $\alpha_0$  là

- A.  $6,6^\circ$ .
- B.  $3,3^\circ$ .
- C.  $5,6^\circ$ .
- D.  $9,6^\circ$ .

**Hướng dẫn**

$$R = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_{\max}) \Rightarrow \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{mg(3 \cos 0 - 2 \cos \alpha_{\max})}{mg(3 \cos \alpha_{\max} - 2 \cos \alpha_{\max})}$$

$$\Rightarrow \frac{3 - 2 \cos \alpha_{\max}}{\cos \alpha_{\max}} = 1,02 \Rightarrow \alpha_{\max} = 6,6^\circ \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 43,2 cm, vật có khối lượng m dao động ở nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Biết độ lớn lực căng sợi dây cực đại  $R_{\max}$  gấp 4 lần độ lớn lực căng sợi dây cực tiểu  $R_{\min}$ . Khi lực căng sợi dây bằng 2 lần  $R_{\min}$  thì tốc độ của vật là

- A. 1 m/s.                      B. 1,2 m/s.                      C. 1,6 m/s.                      D. 2 m/s.

**Hướng dẫn**

$$4 = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{mg(3 \cos 0 - 2 \cos \alpha_{\min})}{mg(3 \cos \alpha_{\max} - 2 \cos \alpha_{\max})} \Rightarrow \cos \alpha_{\max} = \frac{1}{2}$$

$$2 = \frac{R}{R_{\min}} = \frac{mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_{\max})}{mg(3 \cos \alpha_{\max} - 2 \cos \alpha_{\max})} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$|v| = \sqrt{2gh(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = 12 \text{ (m/s)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 12:** Con lắc đơn dao động không ma sát, vật dao động nặng 100 g. Cho gia tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dao động qua vị trí cân bằng thì lực tổng hợp tác dụng lên vật có độ lớn 1,4 N. Tính li độ góc cực đại của con lắc?

- A. 0,64 rad.                      B. 36,86 rad.                      C. 1,27 rad.                      D. 72,54 rad.

**Hướng dẫn**

$$R = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_{\max}) \Rightarrow R_{\text{cb}} = mg(3 - 2 \cos \alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow F_{\text{ht}} = R_{\text{cb}} - mg = 2mg(1 - \cos \alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow 2,0,1,10(1 - \cos \alpha_{\max}) = 1,4 \text{ (N)} \Rightarrow \alpha_{\max} = 1,27 \text{ (rad)}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 13:** Một con lắc đơn có dây treo dài 0,4 m và khối lượng vật nặng là 200 g. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua ma sát. Kéo con lắc để dây treo lệch góc  $60^\circ$  so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ. Lúc lực căng của dây treo bằng 4 N thì tốc độ của vật là:

- A.  $\sqrt{2}$  m/s.                      B.  $2\sqrt{2}$  m/s.                      C. 5 m/s.                      D. 2 m/s.

**Hướng dẫn**

$$R = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_{\max}) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{R}{3mg} + \frac{2}{3} \cos \alpha_{\max}$$

$$|v| = \sqrt{2g\ell(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2g\ell \left( \frac{R}{3mg} + \frac{2}{3} \cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_{\max} \right)} = 2 \text{ (m/s)}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 14:** Con lắc đơn dao động không ma sát, sợi dây dài 30 cm, vật dao động nặng 100 g. Cho gia tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dao động qua vị trí cân bằng thì lực tổng hợp tác dụng lên vật có độ lớn 1 N. Tính tốc độ của vật dao động khi lực căng dây có độ lớn gấp đôi độ lớn cực tiểu của nó?

- A. 0,5 m/s.                      B. 1 m/s.                      C. 1,4 m/s.                      D. 2 m/s.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} v = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_{\max})} \\ R = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{\max}) \end{cases}$$

$$R_{cb} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \Rightarrow R_{cb} - mg = 2mg(1 - \cos\alpha_{\max}) = 1(N) \Rightarrow \cos\alpha_{\max} = 0,5$$

$$R_{\min} = mg(3\cos\alpha_{\max} - 2\cos\alpha_{\max}) = mg\cos\alpha_{\max}$$

$$R = 2R_{\min} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{3}\cos\alpha_{\max} = \frac{2}{3} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,3 \cdot \left(\frac{2}{3} - 0,5\right)} = 1(m/s)$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 15:** Một con lắc đơn gồm vật nặng khối lượng 100 g, dao động điều hoà với chu kỳ 2 s. Khi vật đi qua vị trí cân bằng lực căng của sợi dây là 1,0025 N. Chọn mốc thế năng ở vị trí cân bằng, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ . Cơ năng dao động của vật là

- A.  $25 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .                      B.  $25 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ .                      C.  $125 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ .                      D.  $125 \cdot 10^4 \text{ J}$ .

**Hướng dẫn**

$$R = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{\max}) \Rightarrow 1,0025 = 0,1 \cdot 10(3\cos 0^\circ - 2\cos\alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} = 0,05(\text{rad})$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2(s) \Rightarrow \ell = 1(m) \Rightarrow W = \frac{mg\ell}{2}\alpha_{\max}^2 = 125 \cdot 10^{-5}(\text{J}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Nếu khi qua vị trí cân bằng sợi dây vướng đỉnh thì đột lớn lực căng sợi dây trước và sau khi vướng lần lượt là:

$$\begin{cases} R = mg(3 - 2\cos\alpha_{\max}) \\ R' = mg(3 - 2\cos\alpha'_{\max}) \end{cases}$$

Để tìm biên độ góc sau khi vướng đỉnh thì ta áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$W = mg\ell(1 - \cos\alpha_{\max}) = mg\ell'(1 - \cos\alpha'_{\max})$$

$$\Rightarrow \cos\alpha'_{\max} = 1 - \frac{\ell}{\ell'}(1 - \cos\alpha_{\max})$$

**Ví dụ 16:** Một con lắc đơn sợi dây dài 1 m, vật nặng có khối lượng 0,2 kg, được treo vào điểm Q và O là vị trí cân bằng của con lắc. Kéo vật đến vị trí dây treo lệch so với vị trí cân bằng góc  $60^\circ$  rồi thả không vận tốc ban đầu, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Gắn một chiếc đinh vào điểm I trên đoạn QO (IO = 2IQ), sao cho khi qua vị trí cân bằng dây bị vướng đỉnh. Lực căng của dây treo ngay trước và sau khi vướng đỉnh là

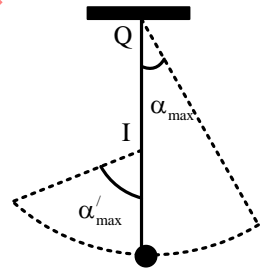
- A. 4N và 4N.                      B. 6N và 8N.                      C. 4N và 6N.                      D. 4N và 5N.

**Hướng dẫn**

$$\cos\alpha'_{\max} = 1 - \frac{\ell}{\ell'}(1 - \cos\alpha_{\max}) = 1 - \frac{3}{2}(1 - \cos 60^\circ) = 0,25$$

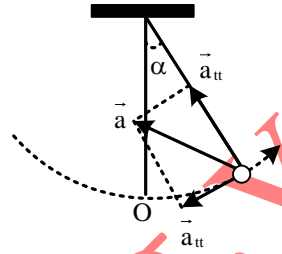
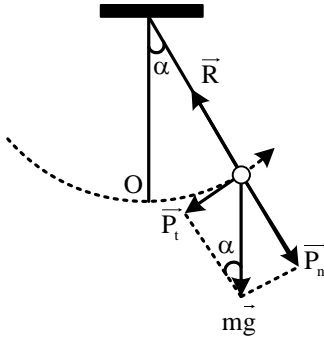
$$\Rightarrow \begin{cases} R = mg(3 - 2\cos\alpha_{\max}) = 0,2 \cdot 10(3 - 2\cos 60^\circ) = 4(N) \\ R' = mg(3 - 2\cos\alpha'_{\max}) = 0,2 \cdot 10(3 - 2 \cdot 0,25) = 5(N) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Dao động của con lắc lò xo là chuyển động tịnh tiến nên nó chỉ có gia tốc tiếp tuyến. Dao động của con lắc đơn vừa có gia tốc tiếp tuyến vừa có gia tốc pháp tuyến (gia tốc hướng tâm) nên gia tốc toàn phần là tổng hợp của hai gia tốc nói trên:



$$\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} \begin{cases} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha \\ a_{ht} = \frac{v^2}{\ell} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \end{cases}$$

Nếu  $\alpha_{\max}$  nhỏ thì:  $\begin{cases} (\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \approx \frac{1}{2}(\alpha_{\max}^2 - \alpha^2) \\ \sin \alpha \approx \alpha \end{cases}$  nên  $\begin{cases} a_{tt} = g\alpha \\ a_{ht} = g(\alpha_{\max}^2 - \alpha^2) \end{cases}$



$$\begin{cases} P_t = mg \sin \alpha \\ P_n = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$v^2 = 2g\ell(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2}$$

$$\begin{cases} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha \\ a_{ht} = \frac{v^2}{\ell} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \end{cases}$$

**Ví dụ 17:** (ĐH-2012) Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn có chiều dài  $1 \text{ m}$ , dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Trong quá trình dao động, cơ năng của con lắc được bảo toàn. Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$ , gia tốc của vật nặng của con lắc có độ lớn là

- A.  $1232 \text{ cm/s}^2$ .      B.  $500 \text{ cm/s}^2$ .      C.  $732 \text{ cm/s}^2$ .      D.  $887 \text{ cm/s}^2$ .

Hướng dẫn

$$\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \begin{cases} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha = 5 \\ a_{ht} = \frac{v^2}{\ell} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) = 10(\sqrt{3} - 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} \approx 8,87 (\text{m/s}^2) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 18:** Con lắc đơn gồm vật có khối lượng  $200 \text{ g}$  và dây dài  $100 \text{ cm}$  đang dao động điều hòa. Biết gia tốc của vật nặng ở vị trí biên có độ lớn gấp 10 lần độ lớn gia tốc của nó khi qua vị trí cân bằng. Biên độ cong của con lắc là

- A.  $10 \text{ cm}$       B.  $5 \text{ cm}$ .      C.  $10\sqrt{2} \text{ cm}$ .      D.  $5/2 \text{ cm}$ .

Hướng dẫn

$$\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \Rightarrow \begin{cases} a_{tt} = g\alpha \\ a_{ht} = \frac{v^2}{\ell} \end{cases}$$

+ Tại vị trí biên:  $v = 0 \Rightarrow a_{ht} = 0 \Rightarrow a_{tp} = a_{tt} = g\alpha_{max}$

+ Tại vị trí cân bằng:  $\alpha = 0 \Rightarrow a_{tt} = 0 \Rightarrow a_{tp} = a_{ht} = g\alpha_{max}^2$

$$10 = \frac{(a_{tp})_{vtb}}{(a_{tp})_{vtcb}} = \frac{g\alpha_{max}}{g\alpha_{max}^2} \Rightarrow \alpha_{max} = 0,1 \Rightarrow A = \ell\alpha_{max} = 10(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 19:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tại vị trí dây treo hợp phương thẳng đứng góc  $0,014 \text{ rad}$  thì gia tốc góc có độ lớn là  
**A.**  $0,1 \text{ rad/s}^2$ .      **B.**  $0,0989 \text{ rad/s}^2$ .      **C.**  $0,14 \text{ rad/s}^2$ .      **D.**  $0,17 \text{ rad/s}^2$ .

*Hướng dẫn*

$$|\gamma| = \left| \frac{a_{tt}}{r} \right| = \frac{g}{\ell} \alpha = \frac{10}{1} \cdot 0,01 = 0,1 (\text{rad/s}^2) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Một con lắc đơn có dây treo dài 20 cm dao động điều hòa với biên độ góc  $0,1 \text{ rad}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi góc lệch của dây treo là  $0,05 \text{ rad}$  thì

**A.**  $\pm 0,12 \text{ m/s}$ .      **B.**  $0,2 \text{ m/s}$ .      **C.**  $\pm 0,38 \text{ m/s}$ .      **D.**  $0,12 \text{ m/s}$ .

**Bài 2:** Kéo con lắc đơn ra khỏi vị trí cân bằng góc  $60^\circ$  so với phương thẳng đứng tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$  rồi thả nhẹ thì tốc độ của vật nặng khi qua vị trí cân bằng là  $2,8 \text{ m/s}$ . Độ dài dây treo con lắc là

**A.**  $80 \text{ cm}$ .      **B.**  $100 \text{ cm}$ .      **C.**  $1,2 \text{ m}$ .      **D.**  $0,5 \text{ m}$ .

**Bài 3:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi con lắc nằm cân bằng ta truyền cho vật một vận tốc theo phương ngang thì vật đạt đến độ cao cực đại với góc lệch  $60^\circ$ . Vận tốc đã truyền cho vật có độ lớn

**A.**  $3,2 \text{ m/s}$ .      **B.**  $19 \text{ m/s}$ .      **C.**  $19 \text{ cm/s}$ .      **D.**  $32 \text{ cm/s}$ .

**Bài 4:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi con lắc nằm cân bằng ta truyền cho vật một vận tốc theo phương ngang  $3,14 \text{ m/s}$  thì vật đạt đến độ cao cực đại với góc lệch là

**A.**  $59,5^\circ$ .      **B.**  $26,3 \text{ rad}$ .      **C.**  $67^\circ$ .      **D.**  $1,04^\circ$ .

**Bài 5:** Con lắc đơn có dây treo dài  $62,5 \text{ cm}$ , dao động với biên độ góc  $0,1 \text{ rad}$  tại nơi có gia tốc rơi tự do  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vận tốc của quả cầu con lắc khi đi qua vị trí cân bằng là

**A.**  $\pm 0,20 \text{ m/s}$ .      **B.**  $\pm 0,25 \text{ m/s}$ .      **C.**  $\pm 0,40 \text{ m/s}$ .      **D.**  $\pm 0,50 \text{ m/s}$ .

**Bài 6:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng  $300 \text{ (g)}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Kích thích cho con lắc dao động điều hòa với biên độ góc  $9^\circ$ . Xác định lực căng dây treo khi vật có li độ góc  $5^\circ$ .

**A.**  $2,96 \text{ N}$ .      **B.**  $2,97 \text{ N}$ .      **C.**  $2,98 \text{ N}$ .      **D.**  $2,99 \text{ N}$ .

**Bài 7:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng  $300 \text{ (g)}$  và sợi dây treo chiều dài  $0,8 \text{ (m)}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $60^\circ$  rồi thả nhẹ. Lực căng dây khi vật qua vị trí cân bằng là

**A.**  $5,88 \text{ N}$ .      **B.**  $2 \text{ N}$ .      **C.**  $2000 \text{ N}$ .      **D.**  $1000 \text{ N}$ .

**Bài 8:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ có khối lượng  $1 \text{ (kg)}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$  và sợi dây treo chỉ chịu được lực kéo tối đa  $20 \text{ N}$ . Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha_{max}$  rồi thả nhẹ thì khi vật qua vị trí cân bằng sợi dây bị đứt. Giá trị tối thiểu của  $\alpha_{max}$  là

**A.**  $60^\circ$ .      **B.**  $26,3 \text{ rad}$ .      **C.**  $67^\circ$ .      **D.**  $84^\circ$ .

**Bài 9:** Một con lắc đơn dao động tại một nơi nhất định (bỏ qua lực cản). Lực căng của sợi dây có giá trị lớn nhất khi vật nặng qua vị trí

**A.** mà tại đó thế năng bằng động năng.      **B.** vận tốc của nó bằng 0.  
**C.** cân bằng.      **D.** mà lực kéo về có độ lớn cực đại.

**Bài 10:** Trong quá trình dao động điều hòa của con lắc đơn. Nhận định nào sau đây là sai?

- A. Khi quả nặng ở điểm giới hạn, lực căng dây treo có độ lớn của nhỏ hơn trọng lượng của vật.
- B. Độ lớn của lực căng dây treo con lắc luôn lớn hơn trọng lượng vật.
- C. Chu kỳ dao động của con lắc không phụ thuộc vào biên độ dao động của nó.
- D. Khi góc hợp bởi phương dây treo con lắc và phương thẳng đứng giảm, tốc độ của quả nặng sẽ tăng.

**Bài 11:** Khi con lắc đơn dao động điều hòa qua vị trí cân bằng thì

- A. lực căng dây có độ lớn cực đại và lớn hơn trọng lượng của vật.
- B. lực căng dây có độ lớn cực tiểu và nhỏ hơn trọng lượng của vật
- C. lực căng dây có độ lớn cực đại và bằng trọng lượng của vật.
- D. lực căng dây có độ lớn cực tiểu và bằng trọng lượng của vật.

**Bài 12:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa trong mặt phẳng thẳng đứng ở trong trường trọng lực thì

- A. không tồn tại vị trí để trọng lực tác dụng lên vật nặng và lực căng của dây có độ lớn bằng nhau.
- B. không tồn tại vị trí để trọng lực tác dụng lên vật nặng và lực căng của dây cân bằng nhau.
- C. khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, trọng lực tác dụng lên nó cân bằng với lực căng của dây.
- D. khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, lực căng của dây có độ lớn cực tiểu.

**Bài 13:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $6^\circ$ . Tỷ số giữa lực căng dây và trọng lực tác dụng lên quả cầu ở vị trí cao nhất là

- A. 0,96.                      B. 0,994.                      C. 0,995.                      D. 1,052.

**Bài 14:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với phương trình:  $s = 2\sqrt{2} \cos(7t)$  (cm) t đo bằng giây), tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Tỷ số giữa lực căng dây và trọng lực tác dụng lên quả cầu ở vị trí thấp nhất là

- A. 1,000006.                      B. 0,999997.                      C. 0,990017.                      D. 1,019967.

**Bài 15:** Một con lắc đơn dao động không ma sát tại nơi một nơi nhất định với biên độ góc  $\alpha_{\max}$  sao cho  $\cos\alpha_{\max} = 0,8$ . Tỷ số giữa lực căng dây cực đại và cực tiểu là

- A. 1,25.                      B. 1,75.                      C. 2,5.                      D. 2,75.

**Bài 16:** Một con lắc đơn dao động không ma sát tại một nơi nhất định. Tỷ số giữa lực căng dây cực đại và cực tiểu là 1,05. Li độ góc cực đại bằng

- A.  $10,4^\circ$ .                      B.  $9,8^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $5,2^\circ$ .

**Bài 17:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  tại nơi có gia trọng trường là g. Biết lực căng dây lớn nhất bằng 1,04 lần lực căng dây nhỏ nhất. Giá trị của  $\alpha_0$  là

- A.  $8,8^\circ$ .                      B.  $8,3^\circ$ .                      C.  $9,8^\circ$ .                      D.  $9,3^\circ$ .

**Bài 18:** Một con lắc đơn dao động không ma sát tại một nơi nhất định dây treo dài 0,5 (m), khối lượng vật nặng 100 (g), dao động tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  Tỷ số giữa lực căng dây cực đại và cực tiểu của dây treo con lắc là 4. Cơ năng dao động bằng

- A. 0,245 J.                      B. 2,45J.                      C. 1,225 J.                      D. 0,1225 J.

**Bài 19:** Tìm nhận xét đúng về con lắc đơn

- A. Khi đi từ vị trí biên về vị trí cân bằng li độ và vận tốc trái dấu.
- B. Chuyển động từ vị trí cân bằng ra biên là chuyển động thẳng chậm dần.
- C. Hợp lực tác dụng lên vật là lực kéo về.
- D. Khi vật qua vị trí cân bằng, hợp lực tác dụng vào vật bằng không.

**Bài 20:** Một con lắc đơn có khối lượng vật nặng 200g, chiều dài 50 cm. Từ vị trí cân bằng ta truyền cho vật vận tốc 1 m/s theo phương ngang. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lực căng dây khi vật qua vị trí cân bằng là

A. 2,4N.

B. 3N.

C. 4N.

D. 6N.

**Bài 21:** Con lắc đơn dao động không ma sát, vật dao động nặng 0,1 kg. Cho gia tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dao động qua vị trí cân bằng thì lực căng sợi dây có độ lớn 1,4 N. Tính li độ góc cực đại của con lắc?

A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $37^\circ$ .

**Bài 22:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 100 cm, vật có khối lượng m dao động ở nơi có gia tốc trọng trường coi gần đúng bằng  $10 \text{ m/s}^2$  với biên độ góc ao sao cho lực căng sợi dây cực đại gấp 3 lần lực căng cực tiểu. Khi lực căng sợi dây gấp đôi giá trị cực tiểu thì tốc độ của vật là

A. 1 m/s.

B. 1,2 m/s.

C. 1,5 m/s.

D. 2 m/s.

**Bài 23:** Một con lắc đơn có sợi dây dài 1m, vật nặng có khối lượng 0,2kg được treo vào điểm I và O là vị trí cân bằng của con lắc. Kéo vật đến vị trí dây treo lệch so với vị trí cân bằng  $60^\circ$  rồi thả không vận tốc ban đầu, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Gắn một chiếc đinh vào trung điểm của đoạn IO sao cho khi qua vị trí cân bằng dây bị vướng đinh. Lực căng của dây treo trước và sau khi vướng đinh là

A. 4N và 4N.

B. 6N và 12N.

C. 4N và 6N.

D. 12N và 10N.

**Bài 24:** Một con lắc đơn có sợi dây dài 1 m, vật nặng có khối lượng 0,2 kg, được treo vào điểm I và O là vị trí cân bằng của con lắc. Kéo vật đến vị trí dây treo có phương nằm ngang rồi thả không vận tốc ban đầu, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Gắn một chiếc đinh vào trung điểm đoạn IO, sao cho khi qua vị trí cân bằng dây bị vướng đinh. Lực căng của dây treo ngay trước và sau khi vướng đinh là

A. 6N và 10N.

B. 6N và 12N.

C. 6N và 6N.

D. 12 N và 10N.

**Bài 25:** Một con lắc đơn sợi dây dài 1 m, vật nặng có khối lượng 0,2 kg, được treo vào điểm I và O là vị trí cân bằng của con lắc. Kéo vật đến vị trí dây treo có phương nằm ngang rồi thả không vận tốc ban đầu, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Gắn một chiếc đinh vào điểm J trên đoạn IO ( $JO = 2JI$ ), sao cho khi qua vị trí cân bằng dây bị vướng đinh. Lực căng của dây treo ngay trước và sau khi vướng đinh là

A. 6N và 12N.

B. 6N và 8N.

C. 6N và 6N.

D. 12 N và 10 N.

**Bài 26:** Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ được treo vào đầu dưới của một sợi dây không dẫn, đầu trên của sợi dây được buộc cố định. Bỏ qua ma sát và lực cản không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc 0,1 rad rồi thả nhẹ. Cho gia tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Độ lớn gia tốc tại vị trí biên bằng

A.  $1 \text{ m/s}^2$

B.  $0,1 \text{ m/s}^2$ .

C.  $10 \text{ m/s}^2$ .

D.  $5,73 \text{ m/s}^2$ .

**Bài 27:** Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ được treo vào đầu dưới của một sợi dây không dẫn, đầu trên của sợi dây được buộc cố định. Bỏ qua ma sát và lực cản của không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc 0,1 rad rồi thả nhẹ. Cho gia tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Độ lớn gia tốc tại vị trí cân bằng là

A.  $1 \text{ m/s}^2$ .

B.  $0,1 \text{ m/s}^2$ .

C.  $10 \text{ m/s}^2$ .

D.  $5,73 \text{ m/s}^2$ .

**Bài 28:** Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ được treo vào đầu dưới của một sợi dây không dẫn, đầu trên của sợi dây được buộc cố định. Bỏ qua ma sát và lực cản của không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc 0,1 rad rồi thả nhẹ. Tỉ số giữa độ lớn gia tốc của vật tại vị trí cân bằng và độ lớn gia tốc tại vị trí biên bằng

A. 0,1.

B. 0.

C. 10.

D. 5,73.

**Bài 29:** Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ được treo vào đầu dưới của một sợi dây không dẫn, đầu trên của sợi dây được buộc cố định. Bỏ qua ma sát và lực cản của không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc  $\alpha$  (rad) nhỏ rồi thả nhẹ. Tỉ số giữa độ lớn gia tốc của vật tại vị trí cân bằng và độ lớn gia tốc tại vị trí biên bằng

A. A.

B. 1,73a.

C. 10a.

D. 0.

**Bài 30:** Kết luận nào sau đây SAI? Một con lắc đơn đang dao động xung quanh một điểm treo cố định, khi chuyển động qua vị trí cân bằng



- A. tốc độ cực đại.                      B. li độ bằng 0.  
 C. gia tốc bằng không.                D. lực căng dây lớn nhất.

**Bài 31:** Một con lắc đơn đang thực hiện dao động nhỏ, thì

- A. khi đi qua vị trí cân bằng lực căng của sợi dây có độ lớn bằng trọng lượng của vật.  
 B. gia tốc của vật luôn vuông góc với sợi dây.  
 C. khi đi qua vị trí cân bằng gia tốc của vật triệt tiêu.  
 D. tại hai vị trí biên gia tốc của vật tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động.

**Bài 32:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g$ . Khi đi qua vị trí thấp nhất, gia tốc của vật có độ lớn

- A.  $g$ .                                      B.  $g(\alpha_0)^2$ .                                      C.  $g \alpha_0$ .                                      D. 0.

**Bài 33:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường là  $10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Góc lớn nhất và dây treo hợp với phương thẳng đứng là  $\alpha_0 = 0,1 \text{ (rad)}$ . Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha = 0,01 \text{ (rad)}$  thì gia tốc của con lắc có độ lớn là

- A.  $0,1 \text{ (m/s}^2\text{)}$ .                      B.  $0,0989 \text{ (m/s}^2\text{)}$ .                      C.  $0,17 \text{ (m/s}^2\text{)}$ .                      D.  $0,14 \text{ (m/s}^2\text{)}$ .

**Bài 34:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo bằng 64 cm, dao động tại một nơi trên mặt đất có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$  với biên độ góc  $7,2^\circ$ . Lực cản môi trường nhỏ không đáng kể. Độ lớn gia tốc của vật ở vị trí cân bằng và vị trí biên có độ lớn lần lượt là

- A. 0 và  $0,4\pi \text{ m/s}^2$ .                      B.  $0,016\pi^2$  và  $4\pi \text{ m/s}^2$ .  
 C.  $0,016\pi^2$  và  $0,4\pi \text{ m/s}^2$ .                      D.  $0,4\pi \text{ m/s}^2$  và  $4\pi \text{ m/s}^2$ .

**Bài 35:** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn có chiều dài 1 m, dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Trong quá trình dao động, cơ năng của con lắc được bảo toàn. Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $45^\circ$ , gia tốc của vật nặng của con lắc có độ lớn là

- A.  $819 \text{ cm/s}^2$ .                      B.  $500 \text{ cm/s}^2$ .                      C.  $732 \text{ cm/s}^2$ .                      D.  $887 \text{ cm/s}^2$ .

**Bài 36:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tại vị trí dây treo hợp phương thẳng đứng góc  $0,01 \text{ rad}$  thì gia tốc góc có độ lớn là

- A.  $0,1 \text{ rad/s}^2$ .                      B.  $0,0989 \text{ rad/s}^2$ .                      C.  $0,14 \text{ rad/s}^2$ .                      D.  $0,17 \text{ rad/s}^2$ .

1.A	2.A	3.A	4.A	5.B	6.C	7.A	8.A	9.C	10.B
11.A	12.B	13.C	14.D	15.B	16.A	17.D	18.A	19.A	20.A
21.D	22.D	23.C	24.A	25.B	26.A	27.B	28.A	29.A	30.C
31.D	32.B	33.D	34.C	35.A	36.A	37.	38.	39.	40.

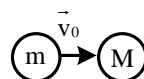
**Dạng 4. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VA CHẠM CON LẮC ĐƠN**

**Phương pháp giải**

Vật  $m$  chuyển động vận tốc  $\vec{v}_0$ , đến va chạm với vật  $M$ . Gọi  $\vec{v}, \vec{V}$  là vận tốc của  $m$  và  $M$  ngay sau va chạm.

+ Nếu va chạm mềm:  $v = V$  nên:

$$mv_0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{mv_0}{(m + M)}$$



Đang đứng yên

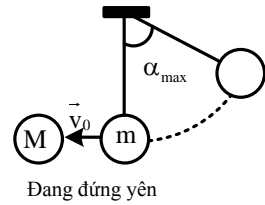
+ Nếu va chạm đàn hồi: 
$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m + M} v_0 \\ v = \frac{m - M}{m + M} v_0 \end{cases}$$



## 1. VẬT VA CHẠM VỚI CON LẮC TẠI VỊ TRÍ CÂN BẰNG

Nếu con lắc đơn đang đứng yên tại vị trí cân bằng thì vật m chuyển động với vận tốc  $\vec{v}_0$  đến va chạm vào nó.

+ Nếu va chạm mềm thì tốc độ của con lắc ngay sau va chạm (tại VTCB) là  $V = \frac{mv_0}{(m+M)}$



+ Nếu va chạm đàn hồi thì tốc độ của con lắc ngay sau va chạm (tại VTCB) là:  $V = \frac{2mv_0}{(m+M)}$

V cũng chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm nên  $V = v_{\max}$  với  $v_{\max}$  tính bằng

$$\begin{cases} v_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha_{\max})} \\ v_{\max} = \omega A \text{ (dao động bé)} \end{cases} \text{ với } \begin{cases} A = \ell \alpha_{\max} \\ \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \end{cases}$$

+ Cơ năng của con lắc sau va chạm:

$$\begin{cases} \text{VC mềm: } W' = W_{d\max} = \frac{(m+M)V^2}{2} \\ \text{VC đàn hồi: } W' = W_{d\max} = \frac{MV^2}{2} \end{cases}$$

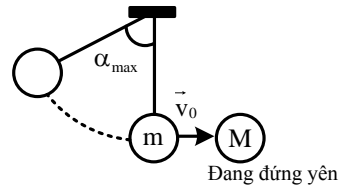
## 2. CON LẮC VA CHẠM TỚI VẬT TẠI VỊ TRÍ CÂN BẰNG

Con lắc đơn đang dao động đúng lúc nó đi qua VTCB (có tốc độ cực đại  $v_0 = v_{\max}$ ) thì nó va chạm với vật M đang đứng yên. Trong đó:

$$v_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha_{\max})}$$

$$v_{\max} = \omega A \text{ (Dao động bé)}$$

+ Nếu va chạm mềm thì  $V = \frac{mv_{\max}}{(m+M)}$  chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm.



$$V = \frac{mv_{\max}}{(m+M)} = v'_{\max} \begin{cases} v'_{\max} = \sqrt{2gh'_{\max}} = \sqrt{2gh(1 - \cos \alpha'_{\max})} \\ v'_{\max} = \omega A' \text{ (dao động bé)} \end{cases}$$

+ Nếu va chạm đàn hồi thì  $|v| = \left| \frac{m-M}{m+M} v_{\max} \right|$  chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm

$$|v| = \left| \frac{m-M}{m+M} v_{\max} \right| = v'_{\max} \begin{cases} v'_{\max} = \sqrt{2gh'_{\max}} = \sqrt{2gh(1 - \cos \alpha'_{\max})} \\ v'_{\max} = W_{d\max} = \frac{mv^2}{2} \end{cases}$$

+ Cơ năng sau va chạm:

- Va chạm mềm:  $W' = W_{d\max} = \frac{(m+M)V^2}{2}$

- VC đàn hồi:  $W' = W_{d\max} = \frac{mv^2}{2}$

**Ví dụ 1:** Một viên đạn khối lượng 1 kg bay theo phương ngang với tốc độ 10 m/s đến găm vào một quả cầu bằng gỗ khối lượng 1 kg được treo bằng một sợi dây nhẹ, mềm và không đàn dài 2m. Kết quả làm cho sợi dây bị lệch đi một góc tối đa so với phương thẳng đứng  $\alpha_{\max}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Hãy xác định  $\alpha_{\max}$

A.  $63^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $68^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

**Hướng dẫn**

$$V = \frac{mv_0}{(m+M)} = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_{\max})} \Rightarrow 5 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2(1-\cos\alpha_{\max})}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} \approx 68^\circ \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn gồm quả cầu A nặng 200 g. Con lắc đang đứng yên tại vị trí cân bằng thì bị một viên đạn có khối lượng 300 g bay ngang với tốc độ 400 cm/s đến va chạm vào A, sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng chuyển động. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , bỏ qua mọi ma sát. Tìm chiều cao cực đại của A so với vị trí cân bằng?

A. 28,8 (cm).

B. 10 (cm).

C. 12,5 (cm).

D. 7,5 (cm).

**Hướng dẫn**

$$V = \frac{mv_0}{(m+M)} = \sqrt{2gh_{\text{sau}}} \Rightarrow \frac{0,3 \cdot 4}{0,3+0,2} = \sqrt{20 \cdot h_{\text{max}}} \Rightarrow h_{\text{max}} = 0,288(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm vật nhỏ dao động có khối lượng 50 (g) đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng gấp đôi nó chuyển động theo phương ngang với tốc độ  $v_0$  đến va chạm mềm với nó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau cùng dao động điều hòa với biên độ dài 2,5 (cm) và chu kỳ  $\pi$  (s). Giá trị  $v_0$  là

A. 5 (cm/s)

B. 10 (cm/s).

C. 12 (cm/s)

D. 7,5 (cm/s)

**Hướng dẫn**

$$V = \frac{mv_0}{(m+M)} = \frac{100v_0}{100+50} = \frac{2v_0}{3}$$

V cũng chính là tốc độ cực đại của dao động điều hòa nên:

$$V = \omega A \Rightarrow \frac{2v_0}{3} = \frac{2\pi}{T} A \Rightarrow v_0 = 7,5(\text{cm/s}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ dao động có khối lượng M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng bằng nó chuyển động theo phương ngang với tốc độ 20π (cm/s) đến va chạm đàn hồi với nó. Sau va chạm con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc là  $\alpha_{\max}$  và chu kỳ là 1(s). Lấy gia tốc trọng trường  $\pi^2$  (m/s<sup>2</sup>). Giá trị  $\alpha_{\max}$  là:

A. 0,05 (rad).

B. 0,4 (rad).

C. 0,1 (rad).

D. 0,12 (rad)

**Hướng dẫn**

$$V = \frac{2m}{m+M} v_0 = 0,2\pi(\text{m/s}). V \text{ chính là tốc độ cực đại của dao động điều hòa.}$$

$$\text{Nên } v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} \cdot \ell \cdot \alpha_{\max} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T^2 g}{4\pi^2} \cdot \alpha_{\max} = \frac{Tg\alpha_{\max}}{2\pi}$$

$$\Rightarrow 0,2\pi = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\max}}{2\pi} \Rightarrow \alpha_{\max} = 0,4(\text{rad}) \Rightarrow \text{Chọn B}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu khối lượng  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ , được treo vào một sợi dây không co giãn, khối lượng không đáng kể, có chiều dài  $\ell = 1 \text{ m}$ . Bỏ qua mọi ma sát và sức cản của

không khí. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Một vật nhỏ có khối lượng  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$  bay với vận tốc  $v_2 = \sqrt{10} \text{ m/s}$  theo phương nằm ngang và chạm đàn hồi xuyên tâm vào quả cầu  $m_1$  đang đứng yên ở vị trí cân bằng. Vận tốc qua vị trí cân bằng, độ cao và biên độ góc của  $m_1$  sau va chạm là

- A.  $v = 1 \text{ m/s}$ ,  $h = 0,5 \text{ m}$ ,  $\alpha_{\max} = 60^\circ$ .      B.  $v = 2 \text{ m/s}$ ,  $h = 0,2 \text{ m}$ ,  $\alpha_{\max} = 37^\circ$ .  
 C.  $v = \sqrt{10} \text{ m/s}$ ,  $h = 0,5 \text{ m}$ ,  $\alpha_{\max} = 60^\circ$ .      D.  $v = \sqrt{10} \text{ m/s}$ ,  $h = 0,5 \text{ m}$ ,  $\alpha_{\max} = 45^\circ$ .

**Hướng dẫn**

$$V = \frac{2m_2}{m_2 + m_1} v_2 = \sqrt{10} \text{ (m/s)}$$

Mặt khác  $V = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$  nên  $\sqrt{10} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1(1 - \cos \alpha_{\max})} \Rightarrow \alpha_{\max} = 60^\circ$

$h_{\max} = l(1 - \cos \alpha_{\max}) = 0,5 \text{ (m)} \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn gồm, vật nhỏ dao động có khối lượng  $m$ , dao động với biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng  $3 \text{ (kg)}$  đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động với biên độ góc  $\alpha'_{\max}$ . Nếu  $\cos \alpha_{\max} = 0,2$  và  $\cos \alpha'_{\max} = 0,8$  thì giá trị  $m$  là

- A.  $0,3 \text{ (kg)}$ .      B.  $9 \text{ (kg)}$ .      C.  $1 \text{ (kg)}$ .      D.  $3 \text{ (kg)}$ .

**Hướng dẫn**

Tốc độ  $m$  ngay trước lúc va chạm:  $v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$

Tốc độ  $m$  ngay sau lúc va chạm mềm:  $V = \frac{mv_{\max}}{(m + M)}$ .

Đây cũng chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm  $V = \frac{mv_{\max}}{(m + M)} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha'_{\max})}$

$$\Rightarrow \frac{V}{v_0} = \frac{m}{m + M} = \frac{\sqrt{1 - \cos \alpha'_{\max}}}{\sqrt{1 - \cos \alpha_{\max}}} \Rightarrow \frac{m}{m + 3} = \frac{\sqrt{1 - 0,8}}{\sqrt{1 - 0,2}} \Rightarrow m = 3 \text{ (kg)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài  $A$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng bằng nó đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ dài  $A'$ . Chọn kết luận đúng.

- A.  $A' = A\sqrt{2}$ .      B.  $A' = A/\sqrt{2}$ .      C.  $A' = 2A$ .      D.  $A' = 0,5A$

**Hướng dẫn**

Tổng động lượng trước va chạm bằng tổng động lượng sau va chạm :

$$mv_{\max} = (m + M)V \begin{cases} v_{\max} = \omega A \\ V = \omega A' \end{cases} \Rightarrow \frac{A'}{A} = \frac{V}{v_{\max}} = \frac{m}{m + M} = 0,5 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 8:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với cơ năng  $W$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng bằng nó đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với cơ năng  $W'$ . Chọn kết luận đúng.

- A.  $W' = W\sqrt{2}$ .      B.  $W' = W/\sqrt{2}$ .      C.  $W' = 2W$ .      D.  $W' = 0,5W$ .

**Hướng dẫn**

Tổng động lượng trước va chạm bằng tổng động lượng sau va chạm:  $mv_0 = (m + M)V$

Tỉ số cơ năng sau va chạm và trước va chạm :

$$\frac{W}{W'} = \frac{(m+M)V^2}{\frac{2}{2}mv_0^2} = \frac{m+M}{m} \left( \frac{V}{v_0} \right)^2 = \frac{m+M}{m} \left( \frac{m}{m+M} \right)^2 = 0,5 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn gồm sợi dây dài 90 (cm), vật nhỏ dao động có khối lượng 200 (g), dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 100 (g) đang nằm yên ở đó. Lấy gia tốc trọng trường 10 (m/s<sup>2</sup>). Tốc độ vật dao động của con lắc ngay sau va chạm là

- A. 300 (cm/s).      B. 125 (cm/s).      C. 100 (cm/s).      D. 75 (cm/s).

**Hướng dẫn**

Tốc độ con lắc ngay trước va chạm:

$$v_0 = \sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,9(1-\cos 60^\circ)} = 3 \text{ (m/s)}$$

Theo định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn năng lượng :

$$\begin{cases} mv_0 = (m+M)V \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv_{\text{cb}}^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m+M}v_0 \\ v_{\text{cb}} = \frac{m-M}{m+M}v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |v_{\text{cb}}| = \left| \frac{m-M}{m+M}v_0 \right| = \left| \frac{0,2-0,1}{0,2+0,1} \right| \cdot 3 = 1 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 10:** Một con lắc đơn gồm sợi dây dài 100 (cm), vật nhỏ dao động có khối lượng 100 (g), dao động với biên độ góc  $30^\circ$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 50 (g) đang nằm yên ở đó. Lấy gia tốc trọng trường 9,8 (m/s<sup>2</sup>). Li độ góc cực đại con lắc sau va chạm là

- A.  $18^\circ$ .      B.  $15^\circ$ .      C.  $9,9^\circ$ .      D.  $11,5^\circ$ .

**Hướng dẫn**

**Cách 1:**

Cơ năng của con lắc trước va chạm :

$$W = mg\ell(1-\cos\alpha_{\max}) = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha_{\max})} = 1,62 \text{ (m/s)}$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn năng lượng :

$$\begin{cases} mv_0 = (m+M)V \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv_{\text{cb}}^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m+M}v_0 \\ v_{\text{cb}} = \frac{m-M}{m+M}v_0 \Rightarrow |v_{\text{cb}}| = 0,54 \text{ (m/s)} \end{cases}$$

Cơ năng của con lắc sau va chạm :

$$W = mg\ell(1-\cos\alpha'_{\max}) = \frac{mv_{\text{cb}}^2}{2} \Rightarrow 9,8 \cdot 1(1-\cos\alpha'_{\max}) = \frac{0,54^2}{2} \Rightarrow \alpha'_{\max} \approx 9,9^\circ$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Cách 2:** Sau khi hiểu kĩ cách 1 ta có thể làm nhanh như sau:

$$\begin{cases} v_0 = \sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha_{\max})} \\ |v_{\text{cb}}| = \sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha'_{\max})} \end{cases} \Rightarrow \frac{|v_{\text{cb}}|}{v_0} = \sqrt{\frac{(1-\cos\alpha'_{\max})}{(1-\cos\alpha_{\max})}}$$

$$\text{Từ } v_{cb} = \frac{m-M}{m+M} v_0 \Rightarrow \frac{v_{cb}}{v_0} = \frac{m-M}{m+M} \text{ nên } \frac{|m-M|}{m+M} = \sqrt{\frac{(1-\cos \alpha'_{\max})}{(1-\cos \alpha_{\max})}}$$

Từ công thức này ta sẽ thấy, chỉ biết 3 trong bốn tham số  $m$ ,  $M$ ,  $\alpha_{\max}$  và  $\alpha'_{\max}$  sẽ tìm được đại lượng còn lại.

**Quy trình giải nhanh:**

1) Con lắc đơn  $m$  đang dao động với biên độ góc  $\alpha_{\max}$  đúng lúc qua vị trí cân bằng nó va chạm vật  $M$  và biên độ góc sau đó là  $\alpha'_{\max}$  thì:

$$\frac{|m-M|}{m+M} = \sqrt{\frac{(1-\cos \alpha'_{\max})}{(1-\cos \alpha_{\max})}} \text{ (nếu va chạm đàn hồi) hoặc}$$

$$\frac{m}{m+M} = \sqrt{\frac{(1-\cos \alpha'_{\max})}{(1-\cos \alpha_{\max})}} \text{ (nếu va chạm mềm)}$$

2) Con lắc đơn  $M$  đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì vật  $m$  chuyển động theo phương ngang với tốc độ  $v_0$  đến va chạm vào vật  $m$  và biên độ góc sau đó là  $\alpha'_{\max}$  thì:

$$\frac{mv_0}{(m+M)} = \sqrt{2gh(1-\cos \alpha'_{\max})} \text{ (nếu va chạm mềm) hoặc:}$$

$$\frac{2mv_0}{(m+M)} = \sqrt{2gh(1-\cos \alpha'_{\max})} \text{ (nếu va chạm đàn hồi)}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn gồm vật dao động có khối lượng 400 (g), dao động điều hòa với biên độ dài 8 cm. Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 100 (g) đang nằm yên ở đó. Nếu sau va chạm con lắc vẫn dao động điều hòa thì biên độ dài bây giờ là

- A. 3,6 (cm).                      B. 2,4 (cm).                      C. 4,8 (cm).                      D. 7,5 (cm).

**Hướng dẫn**

**Cách 1:** Tốc độ dao động cực đại trước va chạm:  $v_0 = \omega A$ .

$$\begin{cases} mv_0 = (m+M)V \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv_{cb}^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m+M} v_0 \\ v_{cb} = \frac{m-M}{m+M} v_0 \end{cases}$$

Tốc độ cực đại sau va chạm:  $|v_{cb}| = \omega A'$

$$\Rightarrow \frac{A'}{A} = \frac{|v_{cb}|}{v_0} = \left| \frac{m-M}{m+M} \right| = 0,6 \Rightarrow A' = 4,8(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 2:** Áp dụng công thức:  $\frac{|m-M|}{m+M} = \sqrt{\frac{(1-\cos \alpha'_{\max})}{(1-\cos \alpha_{\max})}} \approx \frac{\alpha'_{\max}}{\alpha_{\max}} = \frac{A'}{A}$

$$\Rightarrow \frac{|400-100|}{400+100} = \frac{A'}{A} \Rightarrow A' = 4,8(\text{cm})$$

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:** Một viên đạn khối lượng 1 kg bay theo phương ngang với tốc độ 10 m/s đến găm vào một quả cầu bằng gỗ khối lượng 1 kg được treo bằng một sợi dây nhẹ, mềm và không dẫn. Kết quả là làm cho sợi dây bị lệch đi một góc tối đa  $60^\circ$  so với phương thẳng đứng. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Hãy xác định chiều dài dây treo.

- A. 1,94 m.                      B. 10m.                      C. 2,5 m.                      D. 6,24 m.

**Bài 2:** Một viên đạn khối lượng 1 kg bay theo phương ngang với tốc độ 100 cm/s đến găm vào một quả cầu bằng gỗ khối lượng 1 kg được treo bằng một sợi dây nhẹ, mềm và không dẫn. Kết quả là làm cho sợi dây bị lệch đi một góc tối đa  $9^\circ$  so với phương thẳng đứng. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Hãy xác định chiều dài dây treo.

- A. 0,94 m.                      B. 1,71 m.                      C. 1,015 m.                      D. 0,624 m.

**Bài 3:** Một con lắc đơn gồm vật nhỏ dao động có khối lượng 50 (g) đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng bằng nó chuyển động theo phương ngang với tốc độ  $v_0 = 50$  (cm/s) đến va chạm mềm với nó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau cùng dao động điều hòa với biên độ dài A và chu kì  $\pi$  (s). Giá trị A là

- A. 5 (cm).                      B. 10 (cm).                      C. 12,5 (cm).                      D. 7,5 (cm).

**Bài 4:** Một con lắc đơn gồm sợi dây dài 1 (m), vật nhỏ dao động có khối lượng M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng bằng nó chuyển động theo phương ngang với tốc độ  $20\pi$  (cm/s) đến va chạm đàn hồi với nó. Sau va chạm con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc là  $\alpha_{\max}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $\pi^2$  ( $\text{m/s}^2$ ). Giá trị  $\alpha_{\max}$  là

- A. 0,05 (rad).                      B. 0,4 (rad).                      C. 0,2 (rad).                      D. 0,12 (rad).

**Bài 5:** Một con lắc đơn gồm, vật nhỏ dao động có khối lượng 1 (kg), dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng M đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động với biên độ góc  $45^\circ$ . Giá trị M là

- A. 0,3 (kg).                      B. 1,5 (kg).                      C. 1(kg).                      D. 1,2 (kg).

**Bài 6:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài 10 (cm), vật dao động có khối lượng 20 (g). Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng M đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ dài 6,25 (cm). Khối lượng M là

- A. 8(g).                      B. 12 (g).                      C. 1 (gam)                      D. 20 (gam)

**Bài 7:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài 10 (cm), vật dao động có khối lượng 20 (g). Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng M đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ dài 4 (cm). Khối lượng M là

- A. 30(g).                      B. 12(g).                      C. 16(g).                      D. 20(g).

**Bài 8:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với chu kì T và biên độ dài A. Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ khác đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với chu kì T' và biên độ dài A'. Chọn kết luận **đúng**.

- A.  $A'=A, T'=T$ .                      B.  $A'=A, T'=T$ .                      C.  $A'=A, T'=T$ .                      D.  $A'=A, T'=T$ .

**Bài 9:** Một con lắc đơn gồm sợi dây dài 90 (cm), vật nhỏ dao động có khối lượng 200 (g), dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 300 (g) đang nằm yên ở đó. Lấy gia tốc trọng trường 10 ( $\text{m/s}^2$ ). Tốc độ vật dao động của con lắc ngay sau va chạm là

- A. 300(cm/s).                      B. 60 (cm/s).                      C. 100 (cm/s).                      D. 75 (cm/s).

**Bài 10:** Một con lắc đơn gồm, vật nhỏ dao động có khối lượng m, dao động với biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 3

(kg) đang nằm yên ở đó. Sau va chạm m tiếp tục dao động với biên độ góc  $\alpha'_{\max}$ . Nếu  $\cos \alpha_{\max} = 0,2$  và  $\cos \alpha'_{\max} = 0,8$  thì giá trị m là

- A. 0,3 (kg) hoặc 9 (kg). B. 9 (kg) hoặc 1 (kg).  
 C. 1 (kg) hoặc 5 (kg). D. 3 (kg) hoặc 9 (kg).

**Bài 11:** Một con lắc đơn dao động có khối lượng 400 (g), dao động điều hòa vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi lượng 200 (g) đang nằm yên ở đó. Nếu sau va chạm con độ dài bây giờ là?

- A. 3 (cm). B. 2,4 (cm). C. 4,8 (cm). D. 7,5 (cm).

1.C	2.C	3.C	4.C	5.A	6.B	7.A	8.B	9.B	10.B
11.A	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.

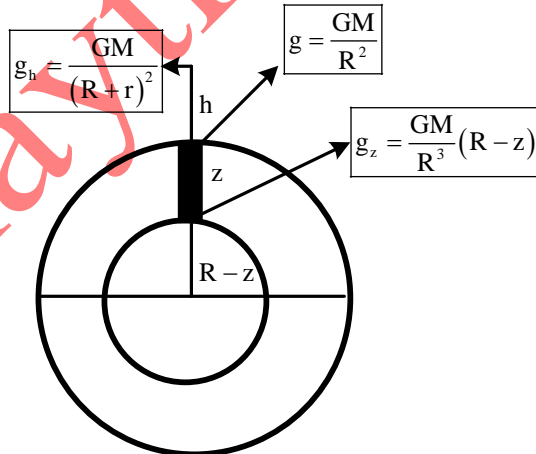
**Dạng 5. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THAY ĐỔI CHU KÌ**

Phương pháp giải

**1. CHU KÌ THAY ĐỔI LỚN**

+ Con lắc đưa xuống sâu:  $\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g_h}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g_h}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM}{(R+h)^2}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \left(1 + \frac{h}{R}\right)$

$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g_z}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g_z}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM(R-z)}{R^3}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{R}{R-z}}$



+ Con lắc đưa lên thiên thể:

$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM'}{R'^2}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{M}{M'}} \cdot \frac{R'}{R}$

+ Con lắc đơn di chuyển trên Trái Đất: 
$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

**Ví dụ 1:** Người ta đưa một con lắc lên tới độ cao  $h = 0,1R$  ( $R$  là bán kính của Trái Đất). Để chu kỳ không đổi phải thay đổi chiều dài của con lắc như thế nào

- A. Giảm 17%.                      B. Tăng 21%.                      C. Giảm 21%.                      D. Tăng 17%.

**Hướng dẫn**

$$1 = \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \left(1 + \frac{h}{R}\right) \Rightarrow \frac{\ell'}{\ell} = 0,83 = 1 - 0,17 = 100 - 17\% \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất, chu kỳ dao động 2,4s. Đem con lắc lên Mặt Trăng mà không thay đổi chiều dài thì chu kỳ dao động của nó là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng Trái Đất gấp 8 lần khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng?

- A. 5,8s.                                  B. 4,8s.                                  C. 3,8s.                                  D. 2,8s.

**Hướng dẫn**

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{GM}{R^2}} = \sqrt{\frac{M}{M'} \cdot \frac{R'}{R}} = 9 \cdot \frac{1}{3,7} \Rightarrow T' = 5,8(s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,819 \text{ m/s}^2$  chu kỳ dao động 2 (s). Đưa con lắc đơn đến nơi khác có gia tốc trọng trường  $9,793 \text{ m/s}^2$  muốn chu kỳ không đổi phải thay đổi chiều dài của con lắc như thế nào?

- A. Giảm 0,3%.                      B. Tăng 0,5%.                      C. Giảm 0,5%.                      D. Tăng 0,3%.

**Hướng dẫn**

$$1 = \frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{\ell'}{\ell} = \frac{g'}{g} = \frac{9,793}{9,819} \approx 0,997 = 100\% - 0,3\%$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

## 2. CHU KỲ THAY ĐỔI NHỎ

Công thức gần đúng:  $(1+u)^\alpha \approx 1+\alpha u$  với  $u \ll 1$

$$\sqrt{\frac{\ell+\Delta\ell}{\ell}} = \left(1 + \frac{\Delta\ell}{\ell}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

$$\sqrt{\frac{g}{g+\Delta g}} = \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

$$\sqrt{\frac{1+\alpha t^0}{1+\alpha t^0}} = (1+\alpha t^0)^{\frac{1}{2}} (1+\alpha t^0)^{-\frac{1}{2}} \approx \left(1 + \frac{1}{2} \alpha t^0\right) \left(1 - \frac{1}{2} \alpha t^0\right) \approx 1 + \frac{1}{2} \alpha (t^0 - t^0)$$

$$\sqrt{\frac{R}{R-z}} = \left(1 - \frac{z}{R}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{z}{R}$$

+ Chu kỳ thay đổi do thay đổi  $\ell$  và  $g$



$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{g'}} \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{\ell+\Delta\ell}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g+\Delta g}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta\ell}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

+ Chu kỳ thay đổi do chỉ nhiệt độ thay đổi:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{g'}} = \sqrt{\frac{1+\alpha t^0}{1+\alpha t^0}} \approx 1 + \frac{1}{2} (t^0 - t^0)$$

+ Chu kỳ thay đổi do cả nhiệt độ và vị trí đại lý thay đổi:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{g'}} = \sqrt{\frac{1+\alpha t^0}{1+\alpha t^0}} \sqrt{\frac{g}{g+\Delta t}} \approx 1 + \frac{1}{2} \alpha (t^0 - t^0) - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

+ Chu kỳ thay đổi do đưa lên độ cao h và nhiệt độ cũng thay đổi:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{g'}} = \sqrt{\frac{1+\alpha t^0}{1+\alpha t^0}} \cdot \sqrt{\frac{GM/R^2}{GM/(R+h)^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \alpha (t^0 - t^0) + \frac{h}{R}$$

Chu kỳ thay đổi do lực Acimet

Quả nặng có thể tích V khi đặt chìm trong chất lỏng hoặc chất khí có khối lượng riêng d luôn luôn chịu tác dụng của lực đẩy Acimet  $F_A = dVg$  (giá trị nhỏ!!). Lực đó gây ra cho vật gia tốc  $\vec{a}$ , có hướng ngược với

hướng của  $\vec{g}$  và có độ lớn  $a = \frac{dVg}{m} = \frac{dVg}{DV} = \frac{dg}{D}$

(Với D là khối lượng riêng của chất làm quả nặng).

Lúc này vai trò của gia tốc trọng trường tác dụng lên vật được thay bằng gia tốc trọng trường hiệu dụng  $\vec{g}'$  có hướng cùng hướng với  $\vec{g}$  và có độ

lớn  $g' = g - a = g - \frac{dg}{D}$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{g'}} = \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{d}{D}$$

+ Nếu ngoại lực F gây ra một gia tốc nhỏ  $a = \frac{F}{m}$  thì cũng được coi là một nguyên nhân dẫn

đến sự thay đổi nhỏ của chu kỳ, và gọi chung là sự thay đổi chu kỳ nhỏ theo gia tốc và có:

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pm a}{g} \quad (\text{lấy dấu - khi ngoại lực cùng hướng với trọng lực và ngược lại thì dấu +})$$

### TỔNG HỢP CÁC NGUYÊN NHÂN

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta\ell}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \alpha (t^0 - t^0) + \frac{h}{R} + \frac{d}{2D} \begin{cases} \Delta\ell = \ell' - \ell \\ \Delta g = g' - g \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn dao động nhỏ với chu kỳ 2,015 (s). Nếu tăng chiều dài 0,2% và giảm gia tốc trọng trường 0,2% thì chu kỳ dao động bằng bao nhiêu?

A. 2,016 (s).

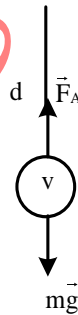
B. 2,019 (s).

C. 2,020 (s).

D. 2,018 (s).

*Hướng dẫn*

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{g'}} = \sqrt{\frac{\ell+\Delta\ell}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g+\Delta g}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta\ell}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$



$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot 0,002 - \frac{1}{2}(-0,002) \Rightarrow T' \approx 2,019(s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2 :** Ở 23°C tại mặt đất, một con lắc dao động điều hoà với chu kì T. Khi đưa con lắc lên cao 960 m thì chu kì vẫn là T. Cho biết hệ số nở dài của thanh treo con lắc là  $2.10^{-5} (1/K^\circ)$ , bán kính Trái Đất là 6400 km. Nhiệt độ ở độ cao này là bao nhiêu?

- A. 6°C.                      B. 0°C.                      C. 8°C.                      D. 4°C.

*Hướng dẫn*

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+\alpha t^0}{1+\alpha t^0}} \cdot \sqrt{\frac{GM/R^2}{GM/(R+h)^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \alpha (t^0 - t^0) + \frac{h}{R} = 1$$

$$\Rightarrow t^0 = 8^\circ C \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn với quả cầu làm bằng chất có khối lượng riêng D, dao động điều hoà trong chân không. Nếu đưa ra không khí (không khí có khối lượng riêng  $d = D/500$ ) thì chu kì dao động điều hoà tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm? Bỏ qua mọi ma sát.

- A. giảm 0,1%.                      B. tăng 0,1%.                      C. tăng 0,5%.                      D. giảm 0,5%.

*Hướng dẫn*

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g-d}} \approx 1 + \frac{d}{2D} \Rightarrow \frac{T'-T}{T} = \frac{d}{2D} = 0,001 = 0,1\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

$$\Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn với vật nặng có khối lượng riêng là D, dao động điều hoà trong nước với chu kì T. Biết khối lượng riêng của nước là  $D_n = D/2$ . Khi đưa ra ngoài không khí, chu kì dao động là

- A. T.                      B. 0,5T.                      C.  $T\sqrt{2}$ .                      D.  $0,5T\sqrt{2}$ .

*Hướng dẫn*

$$g_n = g - \frac{F_A}{m} = g - \frac{D_n V g}{VD} = 0,5g \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_n}}} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Cho một con lắc đơn treo ở đầu một sợi dây mảnh bằng kim loại vật nặng làm bằng chất có khối lượng riêng  $D = 8 (g/cm^3)$ . Khi dao động nhỏ trong bình chân không đặt trên mặt đất thì chu kì dao động là T. Cho con lắc đơn dao động trong bình chứa một chất khí có khối lượng riêng  $0,002 (g/cm^3)$ , đồng thời đưa bình lên độ cao h so với mặt đất. Ở trên đó nhiệt độ thấp hơn so với mặt đất là 20°C thì thấy chu kì dao động vẫn là T. Biết hệ số nở dài của dây treo là  $2,32.10^{-5} (K^{-1})$ . Coi Trái Đất hình cầu, bán kính 6400 (km). Xác định h.

- A. 9,6 km.                      B. 0,96 km.                      C. 0,48 km.                      D. 0,68 km.

*Hướng dẫn*

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{h}{R} + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^0 + \frac{d}{2D} \Rightarrow 1 = 1 + \frac{h}{6400} + \frac{1}{2} \cdot 2,32.10^{-5} \cdot (-20) + \frac{0,002}{2,8}$$

$$\Rightarrow h \approx 0,68(km) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn tạo bởi một quả cầu kim loại khối lượng 10 (g) buộc vào một sợi dây mảnh cách điện, sợi dây có hệ số nở dài  $2.10^{-5} (K^{-1})$ , dao động điều hoà tại nơi có gia tốc trọng

trường  $9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ , trong điện trường đều hướng thẳng đứng trên xuống có độ lớn  $9800 \text{ (V/m)}$ . Nếu tăng nhiệt độ  $10^\circ\text{C}$  và truyền điện tích  $q$  cho quả cầu thì chu kỳ dao động của con lắc không đổi. Điện lượng của quả cầu là

- A. 20 (nC).                      B. 2 (nC).                      C. -20 (nC).                      D. -2 (nC).

**Hướng dẫn**

$$1 = \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1 + \alpha t^0}{1 + \alpha t^0}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g + \Delta g}} \approx 1 + \frac{1}{2} \alpha (t^0 - t^0) - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

$$\Rightarrow \Delta g = g \alpha (t^0 - t^0) = 2,9,8.10^{-4} > 0. \text{ Gia tốc tăng } \Rightarrow q < 0 \Rightarrow a = \frac{qE}{m} = \Delta g$$

$$\Rightarrow q = \frac{m \Delta g}{E} = \frac{10^{-2} \cdot 2,9,8.10^{-4}}{9,8.10^3} = 2.10^{-9} \text{ (C)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**3. ĐỒNG HỒ QUẢ LẮC**

Gọi  $T, T'$  lần lượt là chu kì của đồng hồ đúng và chu kì của đồng hồ sai. Giả sử hai đồng hồ bắt đầu hoạt động cùng một lúc và đến một thời điểm số chỉ của chúng lần lượt là  $t$  và  $t'$ . Theo nguyên tắc cấu tạo của đồng hồ quả lắc thì:  $tT = t'T$ .

+ Khi đồng hồ chạy sai chỉ  $t'$  (s) thì đồng hồ chạy đúng chỉ:  $t = t' \cdot \frac{T}{T'} = t' \cdot \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}}$

+ Khi đồng hồ chạy đúng chỉ  $t$  (s) thì đồng hồ chạy sai chỉ:  $t' = t \cdot \frac{T}{T'} = t \cdot \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}}$

**Ví dụ 1:** Hai đồng hồ quả lắc, đồng hồ chạy đúng có chu kì  $T = 2 \text{ s}$  và đồng hồ chạy sai có chu kì  $T' = 2,002 \text{ s}$ . Nếu đồng hồ chạy sai chỉ 24 h thì đồng hồ chạy đúng chỉ:

- A. 24 giờ 1 phút 26,4 giây.                      B. 24 giờ 2 phút 26,4 giây,  
C. 23 giờ 47 phút 19,4 giây.                      D. 23 giờ 44 phút 5 giây.

**Hướng dẫn**

$$t = t' \cdot \frac{T}{T'} = 24 \cdot \frac{2,002}{2} \approx 24^h 1' 26,4'' \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Hai đồng hồ quả lắc, đồng hồ chạy đúng có chu kì  $T = 2 \text{ s}$  và đồng hồ chạy sai có chu kì  $T' = 2,002 \text{ s}$ . Nếu đồng hồ chạy đúng chỉ 24 h thì đồng hồ chạy sai chỉ:

- A. 23 giờ 48 phút 26,4 giây.                      B. 23 giờ 49 phút 26,4 giây,  
C. 23 giờ 47 phút 19,4 giây.                      D. 23 giờ 58 phút 33,7 giây.

**Hướng dẫn**

$$t' = t \cdot \frac{T}{T'} = 24 \cdot \frac{2}{2,002} \approx 23^h 58' 33,7'' \Rightarrow \text{Chọn D}$$

**Ví dụ 3:** Người ta đưa một đồng hồ quả lắc từ Trái Đất lên Mặt Trăng mà không điều chỉnh lại. Cho biết gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng bằng  $1/6$  gia tốc rơi tự do trên Trái Đất. Theo đồng hồ này (trên Mặt Trăng) thì thời gian Trái Đất tự quay một vòng là

- A.  $24\sqrt{6} \text{ h}$ .                      B. 4h                      C. 144 h.                      D.  $4\sqrt{6} \text{ h}$ .

**Hướng dẫn**

$$t'T' = tT \Rightarrow t' = t \cdot \frac{T}{T'} = 24 \cdot \sqrt{\frac{g'}{g}} = 24 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6} \text{ (h)} \Rightarrow \text{Chọn D}$$

**Chú ý:** 1) Khi đồng hồ chạy đúng chỉ  $t_{\text{đồng hồ đúng}} = t$  thì đồng hồ chạy sai chỉ thời gian  $t_{\text{đồng hồ sai}} = \frac{tT}{T'}$  Độ chênh lệch:

$$\Delta t = t_{\text{đồng hồ đúng}} - t_{\text{đồng hồ sai}} = t - t \frac{T}{T'} = t \left( 1 - \frac{T}{T'} \right)$$

+  $\Delta t > 0$  : Đồng hồ chạy chậm.

+  $\Delta t < 0$ : Đồng hồ sai chạy nhanh.

2) Khi đồng hồ chạy sai chỉ  $t_{\text{đồng hồ sai}} = t'$  thì đồng hồ chạy đúng chỉ thời gian  $t_{\text{đồng hồ đúng}} = t' \cdot \frac{T'}{T}$ .

$$\text{Độ chênh lệch: } \Delta t = t_{\text{đồng hồ đúng}} - t_{\text{đồng hồ sai}} = t' \frac{T'}{T} - t' = t' \left( \frac{T'}{T} - 1 \right)$$

+  $\Delta t > 0$ : Đồng hồ sai chạy chậm

+  $\Delta t < 0$ : Đồng hồ sai chạy nhanh

**Ví dụ 4:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi chiều dài thanh treo là 43,29 m. Nếu chiều dài thanh treo là 43,11 thì sau 1200 phút (theo đồng hồ chuẩn) nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

A. chậm 2,5026 phút,

B. nhanh 2,5026 phút.

C. chậm 2,4974 phút.

D. nhanh 2,4974 phút.

**Hướng dẫn**

$$\Delta t = t \left( 1 - \frac{T}{T'} \right) = t \left( 1 - \sqrt{\frac{\ell}{\ell'}} \right) = 1200 \left( 1 - \sqrt{\frac{43,29}{43,11}} \right) \approx -2,5026 (\text{min}) < 0 \Rightarrow \text{Chọn B}$$

**Ví dụ 5:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi chiều dài thanh treo 43,29 m. Nếu chiều dài thanh treo là 43,11; số chỉ của nó tăng 1200 phút thì so với đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

A. chậm 2,5026 phút.

B. nhanh 2,5026 phút,

C. chậm 2,4974 phút.

D. nhanh 2,4974 phút.

**Hướng dẫn**

$$\Delta t = t' \left( \frac{T'}{T} - 1 \right) = t' \left( \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} - 1 \right) = 1200 \left( \sqrt{\frac{43,11}{43,29}} - 1 \right) \approx -2,4974 (\text{min}) < 0 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng khi ở độ cao 9,6 km so với Mặt Đất. Nếu đưa xuống giếng sâu 640 m thì trong khoảng thời gian Mặt Trăng quay 1 vòng (655,68h), nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu? Xem chiều dài không đổi. Biết bán kính Trái Đất là  $R = 6400$  km.

A. chậm 61 phút.

B. nhanh 61 phút.

C. chậm 57 phút.

D. nhanh 57 phút.

**Hướng dẫn**

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^3}(R-z)}{\frac{GM}{(R+h)^2}}} = \sqrt{\frac{(R-z)(R+h)^2}{R^3}}$$

Khi đồng hồ chạy đúng thì  $t_{\text{dhd}} = 655,68\text{h}$  thì đồng hồ chạy sai chỉ:

$$t_{\text{dhs}} = t \frac{T_{\text{dhd}}}{T_{\text{dhs}}} = t \frac{T}{T'} = 655,68 \cdot \sqrt{\frac{(6400-0,64)(6400+9,6)}{6400^3}} \approx 656,63\text{h}$$

Đồng hồ chạy sai nhanh hơn đồng hồ chạy đúng

$$656,63h - 655,68h = 0,95h \approx 57 \text{ (phút)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 7:** Một đồng hồ quả lắc coi như một con lắc đơn với dây treo và vật nặng có khối lượng riêng là  $8,5 \cdot 10^3 \text{ g/cm}^3$ . Giả sử đồng hồ chạy đúng trong chân không với chu kì 2 s thì trong khí quyển đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu sau khi số chỉ của nó tăng thêm 24h? Biết khối lượng riêng của không khí trong khí quyển là  $1,25 \text{ g/cm}^3$ .

- A. nhanh 3,2 (s)      B. chậm 3,2 (s)      C. chậm 6,35 (s).      D. nhanh 6,35 (s).

*Hướng dẫn*

$$\Delta t = t - t' = t' \cdot \left( \frac{T'}{T} - 1 \right) = t' \cdot \frac{\rho}{2 \cdot D} = 86400 \cdot \frac{1,25}{2 \cdot 8,5 \cdot 10^3} \approx 6,35 \text{ (s)} > 0 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Có thể vận dụng công thức:  $\frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^0 + \frac{h}{R} + \frac{\rho}{2D}$

**Ví dụ 8:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ. Nếu chiều dài giảm 0,02% và gia tốc trọng trường tăng 0,01% thì khi số chỉ của nó tăng thêm 1 tuần, so với đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. Chạy chậm 80,7 s.      B. Chạy nhanh 80,7 s.  
C. Chạy chậm 90,72 s.      D. Chạy nhanh 90,72 s.

*Hướng dẫn*

$$\Delta t = t' \cdot \left( \frac{T'}{T} - 1 \right) = t' \cdot \left( \frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} \right) \\ = 7 \cdot 86400 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{-0,02}{100} - \frac{1}{2} \cdot \frac{+0,01}{100} \right) = -90,72 \text{ (s)} < 0 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:**

1) Khi đồng hồ đang chạy sai muốn cho nó chạy đúng thì phải thay đổi chiều dài sao cho:

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^0 + \frac{h}{R} + \frac{\rho}{2D} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta \ell}{\ell} > 0 \Rightarrow \text{tăng} \\ \frac{\Delta \ell}{\ell} < 0 \Rightarrow \text{giảm} \end{cases}$$

2) Nếu cứ sau mỗi ngày đêm đồng hồ chạy nhanh b (s) thì cần phải tăng chiều dài sao cho:

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} + \left( \frac{b \text{ (s)}}{24 \cdot 3600 \text{ (s)}} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\Delta \ell}{\ell} = ??$$

3) Nếu cứ sau mỗi ngày đêm đồng hồ chạy chậm b (s) thì cần phải giảm chiều dài sao cho:

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} + \left( \frac{b \text{ (s)}}{24 \cdot 8600 \text{ (s)}} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\Delta \ell}{\ell} = ??$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), tại một nơi có gia tốc trọng trường là  $9,819 \text{ m/s}^2$ . Dùng con lắc nói trên để điều khiển đồng hồ quả lắc, ở  $0^\circ$  đồng hồ chạy đúng giờ. Hệ số nở dài của dây treo  $0,0000232 \text{ (K}^{-1}\text{)}$ . Đưa về nơi có gia tốc rơi tự do là  $9,793 \text{ m/s}^2$  và nhiệt độ  $30^\circ\text{C}$ . Để đồng hồ chạy đúng thì phải tăng hay giảm chiều dài bao nhiêu?

- A. Giảm 3,344 mm.      B. Tăng 3,344 mm.  
C. Giảm 3,345 mm.      D. Tăng 3,345 mm.

*Hướng dẫn*

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^0 = 1 \Rightarrow \Delta \ell = \ell \left( \frac{\Delta g}{g} - \alpha \Delta t^0 \right)$$

$$\Delta \ell = 1000 \left( \frac{9,793 - 9,819}{9,819} - 2,32 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \right) = -3,344 \text{ (mm)} < 0 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 10:** Một đồng hồ quả lắc được xem như con lắc đơn mỗi ngày chạy nhanh 86,4 (s). Phải điều chỉnh chiều dài của dây treo như thế nào để đồng hồ chạy đúng?

- A. Tăng 0,2%.      B. Giảm 0,2%.      C. Tăng 0,4%.      D. Giảm 0,4%.

*Hướng dẫn*

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} + \left( -\frac{6,485}{24.36000} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\Delta \ell}{\ell} = +0,02\% \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì là 1 s ở trên mặt đất. Bán kính của Trái Đất 6400 km. Nếu đưa nó lên độ cao  $h = 20$  km (xem chiều dài không thay đổi) thì chu kì dao động điều hòa của nó sẽ

- A. tăng 0,156%,      B. giảm 0,156%.      C. tăng 0,3125%.      D. giảm 0,3125%.

**Bài 2:** Người ta đưa một con lắc đơn từ mặt đất lên một nơi có độ cao 5 km. Bán kính của Trái Đất 6400 km. Hỏi độ dài của nó phải thay đổi thế nào để chu kỳ dao động không thay đổi

- A.  $\ell' = 0,997 \ell$ .      B.  $\ell' = 0,998 \ell$ .      C.  $\ell' = 0,996 \ell$ .      D.  $\ell' = 0,995 \ell$

**Bài 3:** Đưa một con lắc đơn từ mặt đất lên một nơi có độ cao 5 km. Hỏi độ dài của nó phải thay đổi thế nào để chu kỳ dao động không thay đổi? Bán kính của Trái Đất 6400 km.

- A. giảm chiều dài 0,1%.      B. giảm chiều dài 0,2%.  
C. tăng chiều dài 0,2%.      D. tăng chiều dài 0,1%.

**Bài 4:** Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất, chu kì dao động 2 (s). Đem con lắc lên Mặt Trăng mà không thay đổi chiều dài thì chu kỳ dao động của nó là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng

- A. 4,865 s.      B. 4,566 s.      C. 4,857 s.      D. 5,864 s.

**Bài 5:** Một con lắc đơn khi dao động điều hòa trên mặt đất với chu kì dao động 2,4495 s. Đem con lắc lên Mặt Trăng mà không thay đổi chiều dài thì chu kỳ dao động của nó là bao nhiêu? Biết gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng bằng 1/6 gia tốc rơi tự do trên Trái Đất.

- A. 1 s.      B. 6 s.      C. 3,8 s.      D. 2,8 s.

**Bài 6:** Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,819 \text{ m/s}^2$  chu kì dao động 2 (s). Đưa con lắc đơn đến nơi khác có gia tốc trọng trường  $9,793 \text{ m/s}^2$  mà không thay đổi dài thì chu kì dao động là

- A. 2,002 s.      B. 2,003 s.      C. 2,004 s.      D. 2,005 s.

**Bài 7:** Một con lắc đơn dao động điều hòa tại địa điểm A với chu kì 2 s. Đưa con lắc đơn tới địa điểm B mà không thay đổi chiều dài thì nó thực hiện 100 dao động điều hòa hết 201 s. Gia tốc trọng trường tại B so với A:

- A. tăng 0,1%.      B. giảm 0,1%.      C. tăng 1%.      D. giảm 1%.

**Bài 8:** Một con lắc đơn dao động nhỏ với chu kì 2,032 (s). Nếu giảm chiều dài 0,3% và giảm gia tốc trọng trường 0,3% thì chu kì dao động bằng bao nhiêu?

- A. 2,016 (s)      B. 2,019 (s)      C. 2,023 (s)      D. 2,032 (s)

**Bài 9:** Một con lắc đơn đếm giây (tức là có chu kì bằng 2 s) ở nhiệt độ  $0^\circ\text{C}$  và ở nơi có gia tốc trọng trường là  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Tính chu kì của con lắc đơn ở cùng vị trí, nhưng ở nhiệt độ  $25^\circ\text{C}$ . Biết hệ số nở dài của dây treo con lắc là  $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ độ}^{-1}$ .

- A. 2,32 (s)      B. 2,003 (s)      C. 2,0003 (s)      D. 2,032 (s)

**Bài 10:** Một con lắc đơn dao động nhỏ với chu kì 2,032 (s) khi nhiệt độ môi trường 20°C. Nếu nhiệt độ môi trường 30°C thì chu kì dao động bằng bao nhiêu? Biết hệ số nở dài của thanh treo con lắc là  $0,00002 \text{ K}^{-1}$ .

- A. 2,0167 (s)      B. 2,0194 (s)      C. 2,0232 (s)      D. 2,0322 (s)

**Bài 11:** Một con lắc đơn đếm giây (có chu kì bằng 2 s), ở nhiệt độ 20°C và tại một nơi có gia tốc trọng trường  $9,813 \text{ m/s}^2$ , thanh treo có hệ số nở dài là  $17 \cdot 10^{-6} \text{ độ}^{-1}$ . Đưa con lắc đến một nơi có gia tốc trọng trường là  $9,809 \text{ m/s}^2$  và nhiệt độ 30°C thì chu kì dao động bằng bao nhiêu?

- A. 2,002 (s).      B. 2,001 (s).      C. 2,0232 (s).      D. 2,0322 (s).

**Bài 12:** Một con lắc đơn có chu kì bằng 2,2 s, ở nhiệt độ 25°C và tại một nơi có gia tốc trọng trường  $9,811 \text{ m/s}^2$ , thanh treo có hệ số nở dài là  $2 \cdot 10^{-5} \text{ độ}$ . Đưa con lắc đến một nơi có gia tốc trọng trường là  $9,809 \text{ m/s}^2$  và nhiệt độ 35°C thì chu kì dao động bằng bao nhiêu?

- A. 2,0007 (s).      B. 2,0006 (s).      C. 2,2004 (s).      D. 2,2005 (s).

**Bài 13:** Một con lắc đơn khi đặt trên mặt đất với nhiệt độ 20°C thì chu kì dao động 2,25 (s). Thanh treo con lắc có hệ số nở dài  $2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Tại đó nếu đưa con lắc lên đến độ cao so với mặt đất bằng 0,0001 lần bán kính Trái Đất và trên đó nhiệt độ 30°C thì chu kì dao động là bao nhiêu?

- A. 2,25046 (s).      B. 2,25045 (s).      C. 2,2004 (s).      D. 2,2005 (s).

**Bài 14:** Đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ trên mặt đất có nhiệt độ 27°C. Đưa đồng hồ lên đỉnh núi cao  $h = 640 \text{ m}$  thì đồng hồ vẫn chỉ đúng giờ. Hệ số nở dài của dây treo con lắc là  $\alpha = 4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , bán kính Trái Đất  $R = 6400 \text{ km}$ . Nhiệt độ trên đỉnh núi là

- A. 12°C.      B. 25°C.      C. 22°C.      D. 35°C.

**Bài 15:** Người ta nâng một con lắc đơn từ mặt đất lên độ cao 0,64 km. Biết bán kính của Trái Đất là 6400 km, hệ số nở dài của thanh treo con lắc là  $0,00002 \text{ K}^{-1}$ . Hỏi nhiệt độ phải thay đổi thế nào để chu kỳ dao động không thay đổi?

- A. tăng 10°C      B. tăng 5°C      C. giảm 5°C      D. giảm 10°C

**Bài 16:** Ở 25°C tại mặt đất, một con lắc dao động điều hòa với chu kì T. Khi đưa con lắc lên cao h và nhiệt độ. -5°C thì chu kì vẫn là T. Cho biết hệ số nở dài của thanh treo con lắc là  $2 \cdot 10^{-5} (1/\text{K}^\circ)$ , bán kính Trái Đất là 6400 km. Giá trị h là

- A. 1,6km      B. 0,96 km.      C. 1,92 km      D. 6,4 km

**Bài 17:** Một con lắc đơn có chu kỳ dao động nhỏ 2,6 (s) khi đặt trong chân không. Quả lắc làm bằng hợp kim khối lượng riêng  $4675 \text{ g/dm}^3$ . Tính chu kỳ dao động nhỏ của con lắc khi dao động trong không khí; khi quả lắc chịu tác dụng của sức đẩy Acsimet, khối lượng riêng của không khí là  $1,3 \text{ g/dm}^3$ . Bỏ qua mọi ma sát.

- A. 2,6024 s.      B. 2,6004 s.      C. 2,6008 s.      D. 2,6002 s.

**Bài 18:** Cho một con lắc đơn treo ở đầu một sợi dây mảnh dài bằng kim loại, vật nặng làm bằng chất có khối lượng riêng  $8 \text{ (g/cm}^3)$ . Khi dao động nhỏ trong bình chân không thì chu kì dao động là 2 (s). Cho con lắc đơn dao động trong bình chứa một chất khí thì thấy chu kì tăng một lượng 250 (μs). Khối lượng riêng của chất khí đó là

- A. 0,004 (g/cm<sup>3</sup>)      B. 0,002(g/cm<sup>3</sup>)      C. 0,04(g/cm<sup>3</sup>)      D. 0,02(g/cm<sup>3</sup>)

**Bài 19.** Một thiên thể A có bán kính gấp m lần bán kính Trái Đất, khối lượng riêng gấp n lần khối lượng Trái Đất. Với cùng một con lắc đơn thì tỉ số chu kỳ dao động nhỏ con lắc trên thiên thể A so với Trái Đất là:

- A. mn.      B. 1/(mn).      C. (mn)<sup>0,5</sup>      D. (mn)<sup>-0,5</sup>

1.C	2.B	3.B	4.A	5.A	6.B	7.D	8.D	9.C	10.D
11.B	12.C	13.B	14.C	15.D	16.C	17.B	18.B	19.D	20.

PHẦN 2



**Bài 1:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi chiều dài thanh treo 0,234 (m) và gia tốc trọng trường  $9,832 \text{ m/s}^2$ . Nếu chiều dài thanh treo 0,232 (m) và gia tốc trọng trường  $9,831 \text{ m/s}^2$  thì sau khi Trái Đất quay được 1 vòng (24 h) số chỉ của đồng hồ là bao nhiêu?

- A. 24 giờ 6 phút 7,2 giây.                                    B. 24 giờ 6 phút 2,4 giây,  
C. 24 giờ 6 phút 9,4 giây.                                    D. 24 giờ 8 phút 3,7 giây,

**Bài 2:** Người ta đưa một đồng hồ quả lắc từ Trái Đất lên Mặt Trăng mà không điều hành lại. Treo đồng hồ này trên Mặt Trăng thì thời gian Trái Đất tự quay một vòng là bao nhiêu? Cho biết gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng nhỏ hơn trên Trái Đất 6 lần.

- A. 12 giờ    B. 4 giờ.  
C. 18 giờ 47 phút 19 giây.                                    D. 9 giờ 47 phút 53 giây.

**Bài 3:** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ ở trên Mặt Trăng. Đưa đồng hồ về Trái Đất mà không điều chỉnh lại thì theo đồng hồ thời gian Trái Đất tự quay một vòng là bao nhiêu? Cho biết gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng nhỏ hơn trên Trái Đất 6 lần.

- A. 144 giờ    B. 24 giờ  
C. 9 giờ 47 phút 53 giây                                        D. 58 giờ 47 phút 16 giây

**Bài 4:** Có hai đồng hồ quả lắc giống hệt nhau đang chạy đúng trên mặt đất, sau đó một đồng hồ đưa lên Mặt Trăng coi chiều dài không thay đổi. Biết rằng khối lượng của Trái Đất bằng 81 lần khối lượng Mặt Trăng và bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng. Hỏi nếu đồng hồ mặt đất chỉ 1 giờ thì đồng hồ Mặt Trăng nhích mấy giờ.

- A. 144 giờ.    B. 24 giờ.  
C. 0 giờ 47 phút 53 giây.                                        D. 0 giờ 24 phút 40 giây.

**Bài 5:** Một đồng hồ quả lắc hoạt động nhờ duy trì dao động một con lắc đơn, có chiều dài dây treo không thay đổi, chạy đúng trên Trái Đất. Người ta đưa đồng hồ này lên sao Hỏa (Hoả tinh) mà không chỉnh lại. Biết khối lượng của sao Hoả bằng 0,107 lần lượng Trái Đất và bán kính sao Hoả bằng 0,533 lần bán kính Trái Đất. Sau một ngày đêm trên Trái Đất, đồng hồ đó trên sao Hoả chỉ thời gian là

- A. 9,04 h.    B. 14,7 h.    C. 63,7 h.    D. 39,1 h

**Bài 6:** Nếu đồng hồ thứ hai chỉ 24 h thì đồng hồ thứ nhất chỉ nhiều hơn hay ít hơn bao nhiêu?

- A. nhiều hơn 7 s    B. ít hơn 7 s    C. nhiều hơn 8 s    D. ít hơn 8 s

**Bài 7:** Nếu đồng hồ thứ nhất chỉ 24 h thì đồng hồ thứ hai chỉ bao nhiêu?

- A. 24 giờ 6 phút 7,2 giây.                                        B. 23 giờ 59 phút 53 giây,  
C. 24 giờ 0 phút 7 giây.    D. 23 giờ 58 phút 42 giây.

**Bài 8:** Hai đồng hồ quả lắc giống hệt nhau nhưng chu kỳ dao động khác nhau, đồng hồ chạy đúng có chu kỳ  $T = 2 \text{ s}$  và đồng hồ chạy sai có chu kỳ  $T' = 2,002 \text{ s}$ . Cả hai đồng hồ bắt đầu hoạt động cùng một thời điểm. Chọn phương án **SAI**.

A. Khi con lắc đồng hồ chạy đúng thực hiện được đúng 1001 dao động thì con lắc đồng hồ chạy sai thực hiện được đúng 1000 dao động.

B. Nếu đồng hồ chạy sai chỉ 24 h thì đồng hồ chạy đúng chỉ 24 giờ 1 phút 26,4 giây

C. Nếu đồng hồ chạy đúng chỉ 24 h thì đồng hồ chạy sai chỉ 23 giờ 58 phút 33,7 giây.

D. Khi con lắc đồng hồ chạy đúng thực hiện được đúng 101 dao động thì con lắc đồng hồ chạy sai thực hiện được đúng 100 dao động.

**Bài 9:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi đặt ở nơi có gia tốc trọng trường  $9,833 \text{ (m/s}^2)$ . Đưa đồng hồ về nơi có gia tốc trọng trường  $9,781 \text{ (m/s}^2)$  mà chiều dài không thay đổi, sau 4800 h (theo đồng hồ chuẩn) nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. chậm 764,55 phút.    B. nhanh 764,55 phút.  
C. chậm 762,53 phút.    D. nhanh 762,53 phút.



**Bài 10:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ. Nếu chiều dài giảm chỉ còn 99,91% và gia tốc trọng trường không đổi thì sau 10 ngày đêm nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. Chạy chậm 389,06 s.                      B. Chạy nhanh 389,06 s.  
C. Chạy chậm 388,89 s.                      D. Chạy nhanh 388,89 s.

**Bài 11:** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng khi đặt trên mặt đất. Đưa con lắc lên cao 4 km so với Mặt Đất mà nhiệt độ không thay đổi, sau một ngày đêm nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu? Biết bán kính Trái Đất là  $R = 6400$  km.

- A. chậm 5,4 s.                      B. nhanh 5,4 s.                      C. chậm 54 s.                      D. nhanh 54 s.

**Bài 12:** Một con lắc đơn đếm giây ở nhiệt độ  $0^{\circ}\text{C}$ , biết hệ số nở dài của dây treo con lắc là  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ độ}^{-1}$ . Đồng hồ quả lắc (dùng con lắc để đếm giây) chạy đúng ở  $0^{\circ}\text{C}$ . Khi nhiệt độ là  $25^{\circ}\text{C}$  thì đồng hồ chạy nhanh, hay chạy chậm. Mỗi ngày đêm đồng hồ nhanh chậm bao nhiêu so với đồng hồ chuẩn?

- A. chậm 12,96 s.                      B. chậm 129,6 s.                      C. nhanh 12,96 s.                      D. nhanh 123,9 s.

**Bài 13:** Một đồng hồ quả lắc coi như một con lắc đơn với dây treo và vật nặng làm bằng đồng có khối lượng riêng là  $8900 \text{ kg/m}^3$ . Giả sử đồng hồ chạy đúng trong chân không thì trong khí quyển đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu sau 12h? Biết khối lượng riêng của không khí trong khí quyển là  $1,3 \text{ kg/m}^3$ .

- A. nhanh 3,2 (s).                      B. chậm 3,2 (s).                      C. chậm 6,3 (s).                      D. nhanh 6,3 (s).

**Bài 14:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi đặt ở nơi có gia tốc trọng trường  $9,833 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Đưa đồng hồ về nơi có gia tốc trọng trường  $9,781 \text{ (m/s}^2\text{)}$  mà chiều dài không thay đổi, nếu số chỉ của nó tăng 4800 h thì so với đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. chậm 764,55 phút.                      B. nhanh 764,55 phút,  
C. chậm 762,53 phút.                      D. nhanh 762,53 phút.

**Bài 15:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ. Nếu chiều dài giảm chỉ còn 99,91% và gia tốc trọng trường không đổi thì khi số chỉ của nó tăng thêm 240 h, so với đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. Chạy chậm 389,06 s.                      B. Chạy nhanh 389,06 s.  
C. Chạy chậm 388,89 s.                      D. Chạy nhanh 388,89 s.

**Bài 16:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi đặt ở địa cực Bắc có gia tốc trọng trường  $9,832 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Đưa đồng hồ về xích đạo có gia tốc trọng trường  $9,78 \text{ (m/s}^2\text{)}$ , nếu số chỉ của nó tăng 24 h thì so với đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu? Coi nhiệt độ không thay đổi.

- A. chậm 2,8 phút.                      B. nhanh 2,8 phút.                      C. chậm 3,8 phút.                      D. nhanh 3,8 phút.

**Bài 17:** Ở  $23^{\circ}\text{C}$  tại mặt đất, một con lắc đồng hồ chạy đúng. Khi đưa con lắc lên cao 960 m, ở độ cao này đồng hồ vẫn chạy đúng. Biết hệ số nở dài  $0,00002 \text{ K}^{-1}$ , bán kính trái đất là 6400 km. Nhiệt độ ở độ cao này là bao nhiêu?

- A.  $6^{\circ}\text{C}$ .                      B.  $0^{\circ}\text{C}$ .                      C.  $8^{\circ}\text{C}$ .                      D.  $4^{\circ}\text{C}$ .

**Bài 18:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi đặt trên mặt đất tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,818 \text{ (m/s}^2\text{)}$  có nhiệt độ  $10^{\circ}\text{C}$ . Thanh treo con lắc có hệ số nở dài  $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Khi đưa đồng hồ đến nơi khác có gia tốc trọng trường  $9,794 \text{ (m/s}^2\text{)}$  có nhiệt độ  $30^{\circ}\text{C}$  thì đồng hồ chạy sai. Nên đồng hồ chạy sai chỉ thời gian 24 h thì so với Đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. chậm 123,9 s.                      B. chậm 122,9 s.                      C. nhanh 122,9 s.                      D. nhanh 123,9 s.

**Bài 19:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi đặt trên mặt đất với nhiệt độ  $20^{\circ}\text{C}$ . Thanh treo con lắc có hệ số nở dài  $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Tại đó nếu đưa đồng hồ lên

đến độ cao so với mặt đất bằng 0,0001 lần bán kính Trái Đất và trên đó nhiệt độ 15°C thì nếu đồng hồ chạy đó chỉ thời gian 24 h thì so với đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. chậm 3,9 s.      B. chậm 4,32 s.      C. nhanh 2,9 s.      D. nhanh 3,9 s.

**Bài 20:** Dùng con lắc đơn để điều khiển đồng hồ quả lắc, gia tốc rơi tự do là 9,819 m/s<sup>2</sup>, nhiệt độ là 20°C, thì đồng hồ chạy đúng giờ. Cho hệ số nở dài của dây treo là 0,0002 (K<sup>-1</sup>). Nếu đưa về ở Hà Nội, có gia tốc rơi tự do là 9,793 m/s<sup>2</sup> và nhiệt độ 30°C. Để đồng hồ chạy đúng thì phải tăng hay giảm chiều dài bao nhiêu phần trăm?

- A. Giảm 0,2848%.      B. Tăng 0,2848%.  
C. Giảm 0,2846%      D. Tăng 0,2846%.

**Bài 21:** Một con lắc đơn có chu kì dao động nhỏ 2 (s), tại một nơi có gia tốc trọng trường là 9,7926 m/s<sup>2</sup>. Dùng con lắc nói trên để điều khiển đồng hồ quả lắc, ở 10°C đồng hồ chạy đúng giờ. Hệ số nở dài của dây treo 2,10<sup>-5</sup> (K<sup>-1</sup>). Đưa về nơi có gia tốc rơi tự do là 9,7867 m/s<sup>2</sup> và nhiệt độ 33°C. Để đồng hồ chạy đúng thì phải tăng hay giảm chiều dài bao nhiêu?

- A. Giảm 1,55 mm.      B. Tăng 1,55 mm.  
C. Giảm 1,05 mm.      D. Tăng 1,05 mm.

**Bài 22:** Tại một nơi trên mặt đất, một đồng hồ quả lắc trong một ngày đêm chạy nhanh trung bình là 6,485 (s). Coi đồng hồ được điều khiển bởi một con lắc đơn. Để đồng hồ chạy đúng giờ thì phải tăng hay giảm chiều dài bao nhiêu phần trăm?

- A. tăng 0,01%      B. giảm 0,01%      C. tăng 0,015%      D. giảm 0,015%

**Bài 23:** Một đồng hồ quả lắc đếm giây bị sai, mỗi ngày chạy nhanh 1 phút. Coi quả lắc đồng hồ như con lắc đơn. Cần điều chỉnh độ dài của con lắc thế nào để đồng hồ chạy đúng, biết rằng g = 9,8 m/s<sup>2</sup>.

- A. Giảm 2 mm.      B. Tăng 1 mm.      C. Giảm 1 mm,      D. Tăng 2 mm.

1.A	2.D	3.D	4.B	5.B	6.B	7.C	8.D	9.C	10.B
11.C	12.A	13.B	14.A	15.D	16.C	17.C	18.B	19.B	20.A
21.D	22.C	23.B	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.

## DẠNG 6. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN DAO ĐỘNG CON LẮC ĐƠN CÓ THÊM TRỌNG LỰC

### Phương pháp giải

+ Khi chưa có F dao động của con lắc đơn bị chi phối bởi trọng lực  $\vec{P}$  :

- Tại VTCB, phương của dây treo song song với phương  $\vec{P}$  (hay  $\vec{g}$  ).

- Chu kỳ dao động:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

+ Khi có thêm  $\vec{F}$  dao động của con lắc đơn bị chi phối bởi trọng lực hiệu dụng (còn gọi là trọng lực biểu kiến):  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$  .  $\vec{P}'$  có vai trò như  $\vec{P}$  . Gia tốc trọng trường hiệu dụng (biểu kiến):

$$\vec{g}' = \frac{\vec{P}'}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} .$$

Lúc này:

- Tại VTCB, phương của dây treo song song với phương  $\vec{P}'$  (hay  $\vec{g}'$  ).

- Chu kỳ dao động:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}}$

Vi  $\vec{P}$  (hay  $\vec{g}$ ) có hướng thẳng đứng từ trên xuống nên để thực hiện các phép cộng các véc tơ

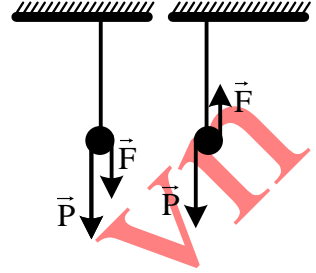
$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$  hay  $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$  ta phân biệt các trường hợp: F hướng thẳng đứng, hướng ngang và hướng xiên, cần lưu ý  $\vec{P}'$  (hay  $\vec{g}'$ ) có phương trùng với sợi dây và có chiều sao cho nó luôn có xu hướng kéo căng sợi dây!

+ Khi  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng:

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \quad (\vec{F} \text{ cùng hướng thẳng đứng})$$

$$+ \text{ Xuống } g' = g + \frac{F}{m}$$

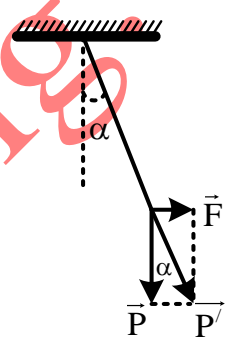
$$+ \text{ Lên và } g > \frac{F}{m} \Rightarrow g' = g - \frac{F}{m}$$



+ Khi F hướng ngang:

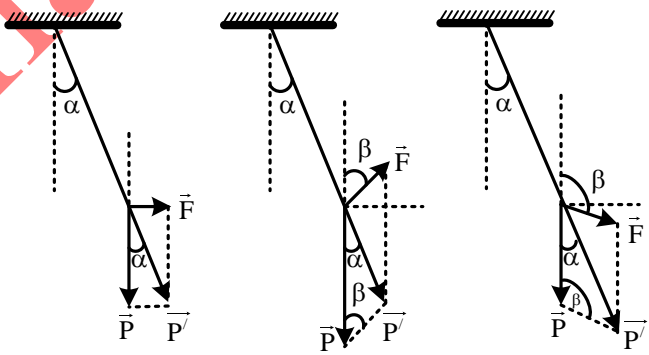
$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \quad (\vec{F} \text{ hướng ngang})$$

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{F}{P} \\ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \frac{g}{\cos \alpha} \end{cases}$$



+ Khi  $\vec{F}$  hướng xiên:

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \quad (\vec{F} \text{ hướng xiên}) \begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos \beta} \\ \frac{P'}{\sin \beta} = \frac{F}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F}{mg'} \sin \beta \end{cases}$$



Ta xét các loại lực  $\vec{F}$  phổ biến:

\* Lực điện trường:  $\vec{F} = q\vec{E}$ , độ lớn  $F = |q|E$  (Nếu  $q > 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E}$ ; còn nếu  $q < 0 \Rightarrow$

$$\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E} )$$

\* Lực đẩy Acsimét:  $\vec{F}_A$  luôn thẳng đứng hướng lên và có độ lớn  $F_A = \rho gV$ . Trong đó:  $\rho$  là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí,  $g$  là gia tốc rơi tự do và  $V$  là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó.

\* Lực quán tính:  $\vec{F} = -m\vec{a}$ , độ lớn  $F = ma(\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a})$

**Ta xét chi tiết các trường hợp nói trên:**

**1. Khi  $\vec{F}$  có phương thẳng đứng**

Khi  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng xuống thì  $\vec{P}'$  cũng có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn  $P' = P + F$  nên  $g' = g + F/m$ . Khi  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng lên mà  $F < P$  thì  $\vec{P}'$  có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn  $P' = P - F$  nên  $g' = g - F/m$ . Còn khi  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng lên mà  $F > P$  thì  $\vec{P}'$  có hướng thẳng đứng lên và độ lớn  $P' = F - P$  nên  $g' = F/m - g$ .

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có vật nhỏ bằng sắt nặng  $m = 10$  g đang dao động điều hòa. Đặt trên con lắc một nam châm thì vị trí cân bằng không thay đổi. Biết lực hút của nam châm tác dụng lên vật dao động của con lắc là 0,02 N. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Chu kỳ dao động bé tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm so với lúc đầu?

- A. tăng 11,8%.      B. giảm 11,8%.      C. tăng 8,7%.      D. giảm 8,7%.

*Hướng dẫn*

Vì nam châm luôn hút sắt nên  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng lên mà  $F < P$  thì  $\vec{P}'$  có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn  $P' = P - F$  nên  $g' = g - F/m = 8$  (m/s<sup>2</sup>)

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{10}{8}} = 1 + 0,118 = 100\% + 11,8\% \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn có vật nhỏ bằng sắt nặng  $m = 10$  g đang dao động điều hòa. Đặt dưới con lắc một nam châm thì vị trí cân bằng không thay đổi nhưng chu kỳ dao động bé của nó thay đổi 0,1% so với khi không có nam châm. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Lực hút của nam châm tác dụng lên vật dao động của con lắc là

- A.  $2.10^{-3}\text{N}$       B.  $2.10^{-4}\text{N}$ .      C. 0,2 N.      D. 0,02 N.

*Hướng dẫn*

$$\vec{g}' = \frac{\vec{F} + m\vec{g}}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \rightarrow g' = g + \frac{F}{m} \uparrow \Rightarrow T' \downarrow \Rightarrow T' = T - 0,1\%T = 0,999T$$

$$\frac{1}{0,999} = \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{1 + \frac{F}{mg}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{F}{2.0,01.10} \Rightarrow F \approx 2.10^{-3} \text{ (N)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn dao động điều hòa tại một nơi nhất định với chu kì  $T$ . Nếu tại đó có thêm trường ngoại lực không đổi có hướng thẳng đứng từ trên xuống thì chu kì dao động nhỏ của con lắc là 1,15 s. Nếu đổi chiều ngoại lực thì chu kì dao động là 1,99 s. Tính  $T$ .

- A. 0,58s.      B. 1,41s.      C. 1,15s.      D. 1,99s.

*Hướng dẫn*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}; T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g + \frac{F}{m}}}; T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g - \frac{F}{m}}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \approx 1,41(s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** (ĐH-2010) Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = +5 \cdot 10^{-6} \text{C}$  được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hoà trong điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn  $E = 10^4 \text{ V/m}$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ . Chu kì dao động điều hoà của con lắc là

- A. 0,58 s.                      B. 1,40 s.                      C. 1,15 s.                      D. 1,99 s.

**Hướng dẫn**

Vì  $q > 0$  nên lực điện trường tác dụng lên vật:  $\vec{F} = q\vec{E}$  cùng hướng với  $\vec{E}$ , tức là  $\vec{F}$  cùng hướng với  $\vec{P}$

Do đó  $\vec{P}$  cũng có hướng thẳng đứng xuống và có độ lớn  $P' = P + F = p + F$  nên  $g' = g + F/m$  hay

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 (\text{m/s}^2) \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} \approx 1,15(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Có ba con lắc đơn cùng chiều dài cùng khối lượng cùng được treo trong điện trường đều có hướng thẳng đứng. Con lắc thứ nhất và thứ hai tích điện  $q_1$  và  $q_2$ , con lắc thứ ba không tích điện (sao cho  $|qE| < mg$ ). Chu kỳ dao động nhỏ của chúng lần lượt là  $T_1, T_2, T_3$  sao cho  $T_1 = T_3/3, T_2 = 5T_3/3$ . Tỉ số  $q_1/q_2$  là

- A. -12,5.                      B. -8.                      C. 12,5.                      D. 8.

**Hướng dẫn**

Vì  $T_1 < T_3$  nên gia tốc tăng và vì  $T_2 > T_3$  nên gia tốc giảm!

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g + \frac{|q_1|E}{m}}} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g - \frac{|q_2|E}{m}}} \\ T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = \frac{T_3}{T_1} = \sqrt{1 + \frac{|q_1|E}{mg}} \Rightarrow \frac{|q_1|E}{mg} = 8 \\ 0,6 = \frac{T_3}{T_2} = \sqrt{1 - \frac{|q_2|E}{mg}} \Rightarrow \frac{|q_2|E}{mg} = 0,64 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = 12,5 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -12,5 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn, khối lượng vật nặng tích điện  $Q$ , treo trong một điện trường đều có phương thẳng đứng. Tỉ số chu kì dao động nhỏ khi điện trường hướng lên và hướng xuống là  $7/6$ . Điện tích  $Q$  là điện tích

- A. dương.                      B. âm.  
C. dương hoặc âm.                      D. có dấu không thể xác định được.

**Hướng dẫn**

$$\text{Vi } \frac{T_{E\uparrow}}{T_{E\downarrow}} = \frac{7}{6} > 1 \Rightarrow T_{E\uparrow} > T_{E\downarrow} \Rightarrow g_{E\uparrow} < g_{E\downarrow} \Rightarrow \begin{cases} g_{E\uparrow} = g - \frac{QE}{m} \\ g_{E\downarrow} = g + \frac{QE}{m} \end{cases} \Rightarrow Q > 0 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn, khối lượng vật nặng  $m = 100 \text{ g}$ , treo trong một điện trường đều hướng thẳng đứng xuống dưới, có độ lớn  $E = 9800 \text{ V/m}$ . Khi chưa tích điện cho quả nặng chu kì dao động nhỏ của con lắc là  $2 \text{ s}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Truyền cho quả nặng điện tích  $q > 0$  thì chu kì dao động nhỏ của nó thay đổi  $0,002 \text{ s}$ . Giá trị  $q$  bằng

- A.  $0,2 \mu\text{C}$ .                      B.  $3 \mu\text{C}$ .                      C.  $0,3 \mu\text{C}$ .                      D.  $2 \mu\text{C}$ .

**Hướng dẫn**

$$\vec{g}' = \frac{\vec{F} + m\vec{g}}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F}=q\vec{E}\uparrow m\vec{g}} g' = g + \frac{F}{m} \uparrow \Rightarrow T' \downarrow$$

$$\Rightarrow T' = T - 0,002 = 1,998 \text{ (s)}$$

$$\frac{2}{1,998} = \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{1 + \frac{qE}{mg}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{qE}{mg} \Rightarrow q \approx 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ (C)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 8:** Một con lắc đơn quả cầu có khối lượng  $m$ , đang dao động điều hòa trên Trái Đất trong vùng không gian có thêm lực  $F$  có hướng thẳng đứng từ trên xuống. Nếu khối lượng  $m$  tăng thì chu kì dao động nhỏ

- A. không thay đổi.                      B. tăng.  
C. giảm.                      D. có thể tăng hoặc giảm.

**Hướng dẫn**

$$\vec{g}' = \frac{\vec{F} + m\vec{g}}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F}\uparrow m\vec{g}} g' = g + \frac{F}{m} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g + \frac{F}{m}}}$$

Từ công thức này ta nhận thấy khi  $m$  tăng thì  $T$  tăng  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn có chu kỳ dao động nhỏ  $2 \text{ (s)}$  khi dao động trong chân không. Quả lắc làm bằng hợp kim khối lượng riêng  $8670 \text{ g/dm}^3$ . Tính chu kỳ dao động nhỏ của con lắc khi dao động trong không khí; khi quả lắc chịu tác dụng của lực đẩy Acsimet, khối lượng riêng của không khí là  $1,3 \text{ g/dm}^3$ . Bỏ qua mọi ma sát.

- A.  $2,00024 \text{ s}$ .                      B.  $2,00015 \text{ s}$ .                      C.  $2,00012 \text{ s}$ .                      D.  $2,00013 \text{ s}$ .

**Hướng dẫn**

Quả lắc chịu thêm lực đẩy Acsimet  $\vec{F}_A$  có hướng thẳng đứng lên và có độ lớn  $F_A = \rho g V$ . Trong đó:  $\rho$  là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí,  $g$  là gia tốc rơi tự do và  $V$  là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó. Lúc này gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$g' = g - \frac{F_A}{m} = g - \frac{\rho g V}{VD} = g - \frac{\rho}{D} g \quad (\text{với } D \text{ là khối lượng riêng của chất làm quả lắc})$$

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}}}{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\rho}{D}}} \approx 1 + \frac{\rho}{2D} \Rightarrow T' \approx T \left( 1 + \frac{\rho}{2D} \right) = 2,00015 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

**Chú ý:** Khi con lắc đơn đang dao động mà lực  $\vec{F}$  có hướng thẳng đứng bắt đầu tác dụng thì cơ năng thay đổi hay không còn phụ thuộc vào li độ lúc tác dụng:

+ Nếu lúc tác động con lắc qua VTCB ( $\alpha = 0$ ) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ( $v'_{\max} = v_{\max}$ ) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

+ Nếu lúc tác động con lắc qua VT biên ( $\alpha = \pm \alpha_{\max}$ ) thì không làm thay đổi biên độ góc ( $\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$ ) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc.

+ Nếu lúc tác động con lắc qua li độ góc  $\alpha = \pm\alpha_{\max} / n$  thì độ biến thiên thế năng lúc này đúng bằng độ biến thiên cơ năng.

$$g' = g \pm \frac{F}{m} \begin{cases} * \alpha = 0 \Rightarrow \frac{W'}{W} = 1 \Rightarrow v'_{\max} = v_{\max} \\ * \alpha = \pm\alpha_{\max} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} \Rightarrow \alpha'_{\max} = \alpha_{\max} \\ * \alpha = \frac{\alpha_{\max}}{2} \Rightarrow \Delta W_t = \frac{m(g'-g)\ell}{2} \alpha^2 = \frac{m(g'-g)\ell}{2n^2} \alpha_{\max}^2 = \frac{1}{n} \left( \frac{g'}{g} - 1 \right) W \\ W' = W + \Delta W_t \Rightarrow \frac{mg'\ell}{2} \alpha'_{\max} = \frac{mg\ell}{2} \alpha_{\max}^2 + \frac{m(g'-g)\ell}{2n^2} \alpha_{\max}^2 \Rightarrow \alpha'_{\max} = ? \end{cases}$$

**Ví dụ 10:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = 5\mu\text{C}$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường. Khi con lắc có li độ bằng 0, tác dụng điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn  $10^4 \text{ V/m}$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Biên độ góc của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 33,3%.      B. tăng 33,3%.      C. tăng 18,35%.      D. giảm 18,35%.

**Hướng dẫn**

Khi con lắc đơn có thêm lực  $\vec{F} = q\vec{E}$  có hướng thẳng đứng xuống dưới thì gia tốc trọng trường hiệu dụng cũng có hướng thẳng đứng xuống dưới và có độ lớn:

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 (\text{m/s}^2)$$

Vì lúc tác động con lắc qua VTCB ( $\alpha = 0$ ) nên không làm thay đổi tốc độ cực đại ( $v'_{\max} = v_{\max}$ ) và không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động

$$1 = \frac{W'}{W} = \frac{\frac{mg'\ell}{2} \alpha_{\max}^2}{\frac{mg\ell}{2} \alpha_{\max}^2} = \frac{15 \alpha_{\max}^2}{10 \alpha_{\max}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha'_{\max}}{\alpha_{\max}} = \sqrt{\frac{10}{15}} = 0,8165 = 1 - 0,1835 = 100\% - 18,35\% \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = 5\mu\text{C}$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường. Khi con lắc có vận tốc bằng 0, tác dụng điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn  $10^4 \text{ V/m}$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 20%.      B. tăng 20%.      C. tăng 50%.      D. giảm 50%.

**Hướng dẫn**

Khi con lắc có thêm lực  $\vec{F} = q\vec{E}$  có hướng thẳng đứng xuống dưới thì gia tốc trọng trường hiệu dụng cũng có hướng thẳng đứng xuống dưới và có độ lớn:

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 (\text{m/s}^2)$$

Vì lúc tác động con lắc qua VT biên ( $\alpha = \pm \alpha_{\max}$ ) nên không làm thay đổi biên độ góc ( $\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$ ) vì vậy tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và tỉ số gia tốc:

$$\frac{W'}{W} = \frac{W'_t}{W_t} = \frac{g'}{g} = \frac{g + \frac{qE}{m}}{g} = 100\% + 50\% \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 12:** Một con lắc đơn với vật nhỏ có khối lượng  $m$  mang điện tích  $q > 0$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường có biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi con lắc có li độ góc  $0,5\alpha_{\max}$ , tác dụng điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $E$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Biết  $qE = mg$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 25%.                      B. tăng 25%.                      C. tăng 50%.                      D. giảm 50%.

**Hướng dẫn**

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 2g \Rightarrow g' - g = g$$

$$W = \frac{mg\ell}{2} \alpha_{\max}^2$$

$$\alpha = \frac{\alpha_{\max}}{2} \Rightarrow \Delta W_t = \frac{m(g' - g)\ell}{2} \alpha^2 = \frac{mg\ell}{2 \cdot 2^2} \alpha_{\max}^2 = \frac{1}{4} W$$

$$W' = W + \Delta W_t = \frac{3}{4} W \Rightarrow \frac{W'}{W} = 1,25 = 100\% + 25\% \Rightarrow \text{Chọn B}$$

**Chú ý:** Trong công thức tính vận tốc:

$$\begin{cases} v^2 = 2g\ell(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v^2 = g\ell(\alpha_{\max}^2 - \alpha^2) \\ v_{\max} = \sqrt{2gh(1 - \cos \alpha_{\max})} \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v_{\max} = \sqrt{g\ell} \alpha_{\max} \end{cases}$$

Lúc này thay  $g$  bằng  $g'$

$$\begin{cases} v^2 = 2g'\ell(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v^2 = g'\ell(\alpha_{\max}^2 - \alpha^2) \\ v_{\max} = \sqrt{2g'h(1 - \cos \alpha_{\max})} \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v_{\max} = \sqrt{g'\ell} \alpha_{\max} \end{cases}$$

**Ví dụ 13:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>). Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc 54° rồi thả nhẹ. Tính tốc độ cực đại của vật.

- A. 0,417 m/s.                      B. 0,496 m/s.                      C. 2,871 m/s.                      D. 0,248 m/s.

**Hướng dẫn**

$$g' = g + \frac{F}{m} = 20$$

$$v_{\max} = \sqrt{2g'\ell(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 20 \cdot 0,5(1 - \cos 54^\circ)} \approx 2,871 \text{ (m/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Khi con lắc treo trên vật chuyển động biến đổi đều với gia tốc  $\vec{a}$  (Chuyển động nhanh dần đều  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$  và chuyển động chậm dần đều  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$  theo phương thẳng đứng thì nó chịu thêm lực quán tính:  $\vec{F} = -m\vec{a}$ , độ lớn  $F = ma$  ( $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a}$ ) nên gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} = \vec{g} - \vec{a}$$



Xét  $a < g$ :

$$+ \vec{a} \text{ hướng xuống} \Rightarrow g' = g - a \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}}$$

$$+ \vec{a} \text{ hướng lên} \Rightarrow g' = g + a \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}}$$

**Ví dụ 14:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng  $1/5$  gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T'$  bằng

- A.  $2T$ .                      B.  $T/2$ .                      C.  $T/\sqrt{2}$ .                      D.  $T\sqrt{5}/2$

*Hướng dẫn*

$$\vec{a} \text{ hướng xuống} \Rightarrow \vec{F} = -m\vec{a} \text{ hướng lên} \Rightarrow g' = g - a = 0,8g$$

$$\Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{0,8}} = T \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 15:** Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2,56 s. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 3,18 s. Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A. 2,96 s.                      B. 2,82 s.                      C. 2,61 s.                      D. 2,78 s.

*Hướng dẫn*

Chu kì dao động của con lắc khi thang máy đứng yên, khi đi lên nhanh dần đều và đi lên chậm dần đều lần lượt là:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ;  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}}$ ;  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}}$

$$\text{Ta rút ra hệ thức: } \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{2}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{2} - \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \approx 2,82(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 16:** Một con lắc đơn treo vào trần một thang máy, khi thang máy có gia tốc không đổi  $a$  thì chu kì con lắc tăng 8,46% so với chu kì của nó khi thang máy đứng yên,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Xác định chiều và độ lớn gia tốc  $a$ .

- A. hướng lên trên và độ lớn là  $1,5 \text{ m/s}^2$ .  
 B. hướng lên trên và có độ lớn là  $2 \text{ m/s}^2$ .  
 C. hướng xuống dưới và có độ lớn là  $2 \text{ m/s}^2$ .  
 D. hướng xuống dưới và có độ lớn là  $1,5 \text{ m/s}^2$ .

*Hướng dẫn*

Phương pháp chung, biểu diễn  $g'$  theo  $g$ :

$$+ \text{Nếu } g' > g \text{ thì viết: } g' = g + \Delta g \Rightarrow \vec{a} \text{ hướng lên và } a = \Delta g$$

$$+ \text{Nếu } g' < g \text{ thì viết: } g' = g - \Delta g \Rightarrow \vec{a} \text{ hướng xuống và } a = \Delta g$$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow 1,0846 = \sqrt{\frac{10}{g'}} \Rightarrow g' \approx 8,5 = g - 1,5 \Rightarrow \vec{a} \text{ hướng xuống, } a = 1,5 (\text{m/s}^2)$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 17:** Hai con lắc đơn giống hệt nhau, treo vào trần của hai thang máy A và B đang đứng yên. Vào thời điểm  $t = 0$ , kích thích đồng thời để hai con lắc dao động điều hòa và lúc này thang máy B

chuyển động nhanh dần đều lên trên với gia tốc  $3 \text{ m/s}^2$  đến độ cao  $24 \text{ m}$  thì thang máy bắt đầu chuyển động chậm dần đều với gia tốc có độ lớn vẫn bằng  $3 \text{ m/s}^2$  và sau đó đến thời điểm  $t = t_0$  thì số dao động thực hiện được của hai con lắc bằng nhau. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Giá trị  $t_0$  gần giá trị nào nhất sau đây

A. 7,4 s.

B. 8,0 s.

C. 5,3 s.

D. 6,6 s.

**Hướng dẫn**

\* Chu kì dao động khi thang máy đứng yên, đi lên nhanh dần đều, thang máy đi lên chậm dần đều lần lượt là

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}; T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}} = \frac{T}{\sqrt{1,3}}; T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}} = \frac{T}{\sqrt{0,7}}$$

Gọi  $t_1$  và  $t_2$  lần lượt là thời gian chuyển động nhanh dần đều và thời gian chuyển động chậm dần đều. Theo bài ra:  $\frac{t_1+t_2}{T} = \frac{t_1}{T} + \frac{t_2}{T} \Leftrightarrow t_1+t_2 = t_1\sqrt{1,3} + t_2\sqrt{0,7}$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 24}{3}} = 4(\text{s}) \rightarrow t_2 = 3,43(\text{s}) \Rightarrow t_0 = t_1 + t_2 = 7,43(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Khi con lắc đơn đang dao động mà thang máy bắt đầu chuyển động biến đổi đều theo phương thẳng đứng ( $g' = g \pm a$ ) thì cơ năng thay đổi hay không còn phụ thuộc vào li độ lúc tác dụng:

+ Nếu lúc tác động con lắc qua VTCB ( $\alpha = 0$ ) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ( $v'_{\max} = v_{\max}$ ) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

+ Nếu lúc tác động con lắc qua VT biên ( $\alpha = \pm\alpha_{\max}$ ) thì không làm thay đổi biên độ góc ( $\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$ ) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc.

+ Nếu lúc tác động con lắc qua li độ góc  $\alpha = \pm\alpha_{\max}/n$  thì độ biến thiên thế năng lúc này đúng bằng độ biến thiên cơ năng.

$$\left\{ \begin{array}{l} * \alpha = 0 \Rightarrow \frac{W'}{W} = 1 \Rightarrow v'_{\max} = v_{\max} \\ * \alpha = \pm\alpha_{\max} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} \Rightarrow \alpha'_{\max} = \alpha_{\max} \\ * \alpha = \frac{\alpha_{\max}}{n} \Rightarrow \Delta W_t = \frac{m(g'-g)\ell}{2} \alpha^2 = \frac{m(g'-g)\ell}{2n^2} \alpha_{\max}^2 = \frac{1}{n^2} \left( \frac{g'}{g} - 1 \right) W \\ W' = W + \Delta W_t \Rightarrow \frac{mg'\ell}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{mg\ell}{2} \alpha_{\max}^2 + \frac{m(g'-g)\ell}{2n^2} \alpha_{\max}^2 \Rightarrow \alpha_{\max} = ? \end{array} \right.$$

**Ví dụ 18:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động  $150 \text{ mJ}$ . Thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng 0. Con lắc sẽ tiếp tục dao động trong thang máy với năng lượng

A. 144 mJ.

B. 188 mJ.

C. 112 mJ.

D. 150 mJ.

**Hướng dẫn**

Lúc con lắc có  $v = 0$  (ở vị trí biên), thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$  ( $g' = g + a = 12,3 \text{ m/s}^2$ ) thì không làm thay đổi biên độ góc ( $\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$ ) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$\frac{W'}{W} = \frac{W'_t}{W_t} = \frac{g'}{g} \Rightarrow W' = 150 \cdot \frac{12,3}{9,8} \approx 188(\text{mJ}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 19:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động 150 mJ. Thang máy bắt đầu chuyển động chậm dần đều lên trên với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có li độ bằng nửa li độ cực đại. Con lắc sẽ tiếp tục dao động trong thang máy với năng lượng

- A. 140,4 mJ.                      B. 188 mJ.                      C. 112 mJ.                      D. 159,6 mJ.

**Hướng dẫn**

$$g' = g - a = 7,3(\text{m/s}^2)$$

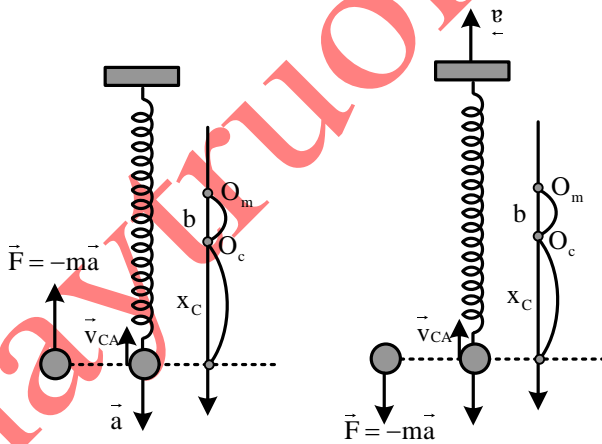
$$\Delta W_t = \frac{m\Delta g \ell}{2} \alpha^2 = \frac{m(g'-g)\ell}{2} \cdot \frac{\alpha_{\max}^2}{4} = \frac{mg\ell}{2} \alpha_{\max}^2 \left( \frac{g'}{g} - 1 \right) \frac{1}{4} = -\frac{25}{392} W$$

$$W' = W + \Delta W_t = 150 - \frac{25}{392} \cdot 150 \approx 140,4(\text{mJ}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 20:** Con lắc đơn treo ở trần một thang máy, đang dao động điều hoà. Khi con lắc về đúng tới vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên thì

- A. biên độ dao động giảm,                      C. lực căng dây giảm.  
B. biên độ dao động không thay đổi.                      D. biên độ dao động tăng.

**Hướng dẫn**



Lúc con lắc qua VTCB ( $\alpha = 0$ ) thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên ( $g' = g + a > g$ ) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ( $v'_{\max} = v_{\max}$ ) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

$$\frac{mg'\ell}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{mg\ell}{2} \alpha_{\max}^2 \Rightarrow \alpha_{\max}^2 = \alpha_{\max}^2 \sqrt{\frac{g}{g'}} < \alpha_{\max}^2 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý** (đã học phần con lắc lò xo): Con lắc lò xo treo trong thang máy đứng yên, đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, đúng lúc nó có li độ  $x_c$  (vận tốc  $v_c = \omega\sqrt{A^2 - x_c^2}$  nếu vật đang đi theo chiều dương và vận tốc  $v_c = -\omega\sqrt{A^2 - x_c^2}$  nếu vật đang đi theo chiều âm) thì thang máy chuyển động biến đổi đều với gia tốc  $\vec{a}$ . Khi đó, vật dao động chịu thêm lực quán tính

$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$  nên VTCB mới dịch theo hướng của  $\vec{F}_{qt}$  một đoạn  $b = \frac{F_{qt}}{k}$ . Ngay tại lúc này, đối với

gốc tọa độ mới, vật có li độ và vận tốc: 
$$\begin{cases} x_m = x_c \pm b \\ v_m = v_c \end{cases} \Rightarrow A_m = \sqrt{x_m^2 + \frac{v_m^2}{\omega^2}}$$

(Lấy +b khi  $\vec{F}_{qt}$  hướng theo chiều âm và lấy -b khi  $\vec{F}_{qt}$  hướng theo dương)

**Ví dụ 21** : Trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , có treo một con lắc đơn và một con lắc lò xo. Kích thích cho các con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng thì thấy chúng có tần số góc đều bằng  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  và biên độ dài đều bằng  $A = 1 \text{ cm}$ . Đứng lúc các vật dao động cùng đi qua vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Tìm tỉ số biên độ dài của con lắc đơn và con lắc lò xo sau khi thang máy chuyển động.

A. 0,53.

B. 0,43.

C. 1,5.

D. 2.

**Hướng dẫn**

Khi thang máy chuyển động:

\* Đối với con lắc đcm, lúc này nó đang đi qua vị trí cân bằng, thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$  ( $g' = g - a = 7,5 \text{ m/s}^2 = 0,75g$ ) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại (nhưng tần số góc thay đổi) nên:

$$\omega' A' = \omega A \Rightarrow A' = \frac{\omega}{\omega'} A = \sqrt{\frac{g}{g'}} A = A \sqrt{\frac{4}{3}}$$

\* Đối với lò xo, lúc này nó đang đi qua vị trí cân bằng (có li độ  $x_c = 0$  và vận tốc  $v_c = +\omega A$ ) thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$  thì vật nặng của con lắc chịu tác dụng lực quán tính hướng lên trên và có độ lớn  $F_{qt} = ma$ .

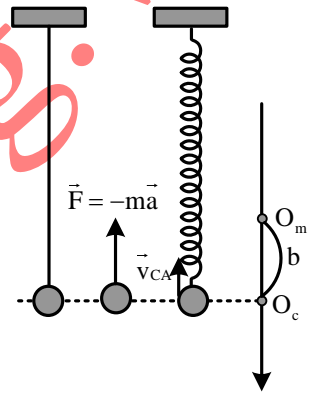
Vì có lực này nên vị trí cân bằng sẽ dịch lên trên một đoạn

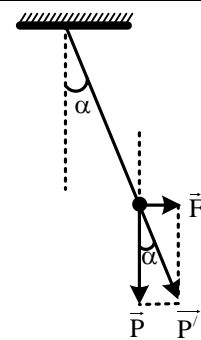
$$b = \frac{F_{qt}}{k} = \frac{ma}{k} = \frac{a}{\omega^2} = \frac{2,5}{10^2} = 0,025 \text{ (m)} = 2,5A$$

Như vậy, tại thời điểm này vật có li độ so với vị trí cân bằng mới là  $x_m = b = 2,5A$  và có vận tốc  $v = v_c = \pm\omega A$ . Do đó biên độ dao động mới:

$$A'' = \sqrt{x_m^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{(2,5A)^2 + \left(\frac{\pm\omega A}{\omega}\right)^2} = \sqrt{\frac{29}{4}} A \Rightarrow \frac{A'}{A''} = \frac{\sqrt{\frac{4}{3}} A}{\sqrt{\frac{29}{4}} A} = \sqrt{\frac{16}{87}} \approx 0,43 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**2. Khi  $\vec{F}$  có phương ngang:**



$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\text{Phương ngang}} \begin{cases} \tan \alpha = \frac{F}{P} \\ P' = \frac{P}{\cos \alpha} = \sqrt{P^2 + F^2} \\ \Rightarrow g' = \frac{P'}{m} = \frac{g}{\cos \alpha} = \sqrt{g^2 + \frac{F^2}{m^2}} \end{cases}$$


**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện buộc vào một sợi dây mảnh cách điện dài 1,4 (m). Con lắc được treo trong điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng, tại nơi có  $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Khi vật ở vị trí cân bằng sợi dây lệch  $30^\circ$  so với phương thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Xác định chu kì dao động bé của con lắc đơn.

- A. 2,24 s.                      B. 2,35 s.                      C. 2,21 s.                      D. 4,32 s.

**Hướng dẫn**

$$g' = \frac{g}{\cos \alpha} \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cos \alpha}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,4 \cdot \cos 30^\circ}{9,8}} = 2,21 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện dương khối lượng  $\sqrt{3}$  (g) buộc vào một sợi dây mảnh cách điện. Con lắc được treo trong điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng với cường độ điện trường 10000 (V/m), tại nơi có  $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Khi vật ở vị trí cân bằng sợi dây lệch  $30^\circ$  so với phương thẳng đứng. Xác định điện tích của quả cầu.

- A. 0,98 ( $\mu\text{C}$ ).                      B. 0,97 ( $\mu\text{C}$ ).                      C. 0,89 ( $\mu\text{C}$ ).                      D. 0,72 ( $\mu\text{C}$ ).

**Hướng dẫn**

$$F = P \tan \alpha \Rightarrow qE = mg \tan \alpha \Rightarrow q = \frac{mg \tan \alpha}{E} \approx 0,98 \cdot 10^{-6} \text{ (C)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ 2 s. Quả cầu của con lắc có khối lượng 100 g tích điện tích dương  $\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$  C. Người ta treo con lắc trong điện trường đều có cường độ 105 v/m và có phương nằm ngang. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

- A. 0,98 s.                      B. 1,00 s.                      C. 1,41 s.                      D. 2,12 s.

**Hướng dẫn**

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow T' = 1,41 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $\ell$ , quả nặng có khối lượng  $m$  và mang điện tích dương  $q$  dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Khi không có điện trường con lắc dao động điều hòa với chu kỳ  $T_0$ . Nếu cho con lắc dao động điều hòa trong điện trường giữa hai bản tụ điện phẳng có véc tơ cường độ điện trường  $E$  ( $qE \ll mg$ ) nằm ngang thì chu kỳ dao động của con lắc là

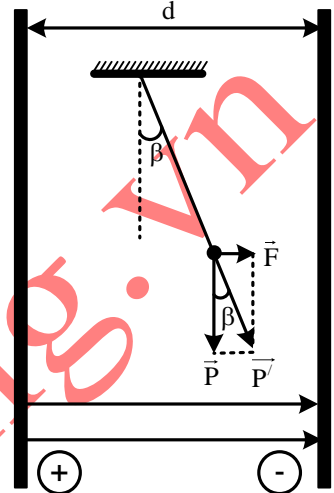
- A.  $T = T_0(1 + qE/(mg))$ .                      B.  $T = T_0(1 + 0,5qE/(mg))$ .  
C.  $T = T_0(1 - 0,5qE/(mg))$ .                      D.  $T = T_0(1 - qE/(mg))$ .

**Hướng dẫn**

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}} \approx \sqrt{1 - \left(\frac{qE}{mg}\right)^2} = \sqrt{\left(1 + \frac{qE}{mg}\right)\left(1 - \frac{qE}{mg}\right)}$$

$$\approx \left(1 + \frac{1}{2} \frac{qE}{mg}\right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{qE}{mg}\right) \approx 1 - \frac{qE}{2mg} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Đối với trường hợp tụ điện phẳng, cường độ điện trường hướng từ bản dương sang bản âm và có độ lớn:  $E = \frac{U}{d}$ , với  $U$  là hiệu điện thế giữa hai bản tụ và  $d$  là khoảng cách giữa hai bản tụ.



**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn dài 25 cm với hòn bi nặng 10 g và mang điện tích  $q = 10^{-4}$  C. Treo con lắc vào giữa hai bản kim loại thẳng đứng, song song, cách nhau 22 cm. Đặt vào hai bản hiệu điện thế một chiều 88 V. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động nhỏ của nó là

- A.  $T = 0,983$  s.      B.  $T = 0,389$  s.      C.  $T = 0,659$  s.      D.  $T = 0,957$  s.

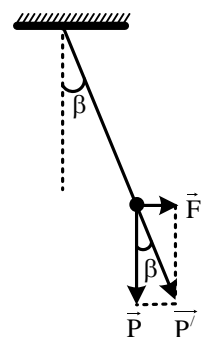
**Hướng dẫn**

Lực tĩnh điện có phương ngang, có chiều từ bản dương sang bản âm và có độ lớn  $F = qE = \frac{qU}{d}$

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qU}{md}\right)^2} = 2\sqrt{29} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 0,957 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Để tính vận tốc của vật, trước tiên xác định  $g'$ , xác định vị trí cân bằng, rồi từ đó xác định  $\alpha, \alpha_{\max}$  và áp dụng các công thức:

$$\begin{cases} v^2 = 2g'l(\cos\alpha - \cos\alpha_{\max}) \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v^2 = g'l(\alpha_{\max}^2 - \alpha^2) \\ v_{\max} = \sqrt{2g'l(1 - \cos\alpha_{\max})} \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v_{\max} = \sqrt{g'l}\alpha_{\max} \end{cases}$$



**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng ngang từ trái sang phải. Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $54^\circ$  rồi thả nhẹ. Tính tốc độ cực đại của vật.

- A. 0,42 m/s.      B. 0,35 m/s.      C. 2,03 m/s.      D. 2,41 m/s.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{F}{m} = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \Rightarrow \beta = 45^\circ \\ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{0,1}\right)^2} = 10\sqrt{2} \text{ (m/s}^2\text{)} \end{cases}$$

Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng một góc  $\beta = 45^\circ$  nên biên độ góc:  $\alpha_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$ .

Vận tốc cực đại:

$$v_{\max} = \sqrt{2g'\ell(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 9^\circ)} \approx 0,42 \text{ (m/s)} \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng ngang từ trái sang phải. Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $54^\circ$  rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi sợi dây sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $40^\circ$ .

- A. 0,42 m/s.                      B. 0,35 m/s.                      C. 2,03 m/s.                      D. 2,41 m/s.

**Hướng dẫn**

Tính toán tương tự ví dụ trên. Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng một góc  $\beta = 45^\circ$  nên biên độ góc:  $\alpha_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$ .

Tốc độ của vật khi sợi dây sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $40^\circ$ .

$$v = \sqrt{2g'\ell(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot 0,5 (\cos 5^\circ - \cos 9^\circ)} \approx 0,35 \text{ (m/s)}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 8:** Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 1 m và vật nhỏ có khối lượng 100 g mang điện tích  $2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Treo con lắc đơn này trong điện trường đều với vectơ cường độ điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn  $5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ . Trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo và song song với vectơ cường độ điện trường, kéo vật nhỏ theo chiều của vectơ cường độ điện trường sao cho dây treo hợp với vectơ gia tốc trọng trường một góc  $52^\circ$  rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Trong quá trình dao động, tốc độ cực đại của vật nhỏ là

- A. 0,59 m/s.                      B. 0,46m/s.                      C. 2,87 m/s.                      D. 0,50 m/s.

**Hướng dẫn**

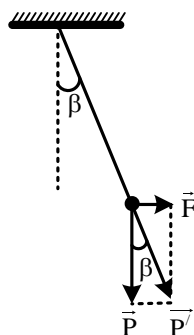
Lực tĩnh điện có phương ngang, có độ lớn  $F = qE = 1 \text{ (N)}$

$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{F}{m} = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \Rightarrow \beta = 45^\circ \\ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{0,1}\right)^2} = 10\sqrt{2} \text{ (m/s}^2\text{)} \end{cases}$$

Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng một góc  $\beta = 45^\circ$  nên biên độ góc:  $\alpha_{\max} = 52^\circ - 45^\circ = 7^\circ$

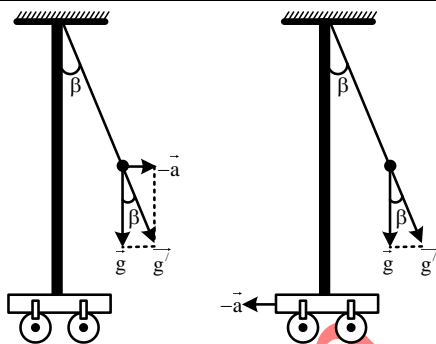
Tốc độ cực đại:

$$v_{\max} = \sqrt{2g'\ell(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot 1 (1 - \cos 7^\circ)} \approx 0,46 \text{ (m/s)} \Rightarrow \text{Chọn B}$$





**Chú ý:** Khi con lắc treo trên vật chuyển động biến đổi đều với gia tốc  $\vec{a}$  (Chuyển động nhanh dần đều  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$  và chuyển động chậm dần đều  $\vec{a} \downarrow \downarrow \vec{v}$  theo phương nằm ngang thì nó chịu thêm lực quán tính:  $\vec{F} = -m\vec{a}$ , độ lớn  $F = ma$  ( $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a}$ ) nên gia tốc trọng trường hiệu dụng:  $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} = \vec{g} - \vec{a}$ . Khi ở VTCB phương dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\beta$  và độ lớn gia tốc trọng trường hiệu dụng  $g' > g$ .



$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{a}{g} \\ g' = \sqrt{g^2 + a^2} = \frac{g}{\cos \alpha} > g \end{cases}$$

**Ví dụ 9:** Treo con lắc đơn vào trần một ô tô tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi ô tô đứng yên thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 2 s. Nếu ô tô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang với gia tốc  $4 \text{ m/s}^2$  thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

- A. 2,02s.                      B. 1,92s                      C. 1,98s                      D. 2,00s

**Hướng dẫn**

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}}}{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{9,8}{\sqrt{9,8^2 + 4^2}}} \Rightarrow T = 1,92(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 10:** Treo con lắc đơn vào trần một ô tô tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi ô tô chuyển động thẳng đều thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 1,5 s. Nếu ô tô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang thì khi ở vị trí cân bằng phương của dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $15^\circ$ . Gia tốc của xe và chu kỳ dao động điều hòa của con lắc khi xe chuyển động nhanh dần đều lần lượt bằng

- A.  $2,6 \text{ m/s}^2$  và 1,47 s.    B.  $1,2 \text{ m/s}^2$  và 1,37 s.    C.  $1,5 \text{ m/s}^2$  và 1,27 s.    D.  $2,5 \text{ m/s}^2$  và 1,17 s.

**Hướng dẫn**

$$a = g \tan \beta = 9,8 \tan 15^\circ \approx 2,6 (\text{m/s}^2)$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}}}{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\cos 15^\circ} \Rightarrow T \approx 1,47(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 11:** Một ô tô khởi hành trên đường nằm ngang đạt tốc độ  $25 \text{ m/s}$  sau khi chạy nhanh dần đều được quãng đường  $125 \text{ m}$ . Trần ô tô treo con lắc đơn dài  $1,5 \text{ m}$ . Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc đơn là

- A. 2,2 s.                      B. 1,6 s.                      C. 2,4 s.                      D. 2,8 s.

**Hướng dẫn**

$$v^2 - v_0^2 = 2aS \Rightarrow 25^2 - 0 = 2.a.125 \Rightarrow a = 2,5 (\text{m/s}^2)$$

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\sqrt{10^2 + 2,5^2}}} \Rightarrow T \approx 2,4(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 12:** Một con lắc đơn được treo vào trần của một xe ô tô đang chuyển động theo phương ngang. Chu kỳ dao động điều hòa của con lắc đơn trong trường hợp xe chuyển thẳng đều là  $T_1$ , khi xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc là  $T_2$  và khi xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc là  $T_3$ . Biểu thức nào sau đây đúng?

- A.  $T_2 = T_1 = T_3$ .      B.  $T_2 < T_1 < T_3$ .      C.  $T_2 = T_3 < T_1$ .      D.  $T_2 > T_1 > T_3$ .

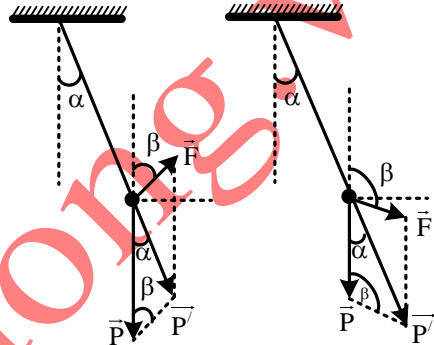
*Hướng dẫn*

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + a^2}}}; T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + a^2}}} \Rightarrow T_3 = T_2 < T_1 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### 3. Khi $\vec{F}$ có phương xiên

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \quad \vec{F} \text{ hướng lên}$$

$$\begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} - 2g \frac{F}{m} \cos \beta \\ \frac{P'}{\sin \beta} = \frac{F}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F}{mg'} \sin \beta \end{cases}$$



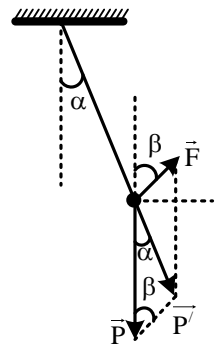
**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn gồm dây dài 1m, vật nặng 100 gam dao động điều hòa tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1N, có hướng hợp với hướng của trọng lực một góc  $120^\circ$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi ở vị trí cân bằng sợi dây hợp với phương thẳng đứng một góc?

- A.  $30^\circ$  và chu kỳ dao động của con lắc đơn là 1,99 s.  
 B.  $60^\circ$  và chu kỳ dao động của con lắc đơn là 1,41 s.  
 C.  $30^\circ$  và chu kỳ dao động của con lắc đơn là 1,41 s.  
 D.  $60^\circ$  và chu kỳ dao động của con lắc đơn là 1,99 s.

*Hướng dẫn*

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \quad \beta = 60^\circ$$

$$\begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} - 2g \frac{F}{m} \cos \beta = 10 \text{ (m/s}^2) \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} \approx 1,99(s) \\ \frac{P'}{\sin \beta} = \frac{F}{\sin \alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{F}{mg'} \sin \beta = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \sin 60^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ \end{cases}$$



**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ T tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn F có hướng ngang. Nếu quay phương ngoại lực một góc  $30^\circ$  thì chu kỳ dao động bằng 1,987 s hoặc 1,147 s. Tính T.

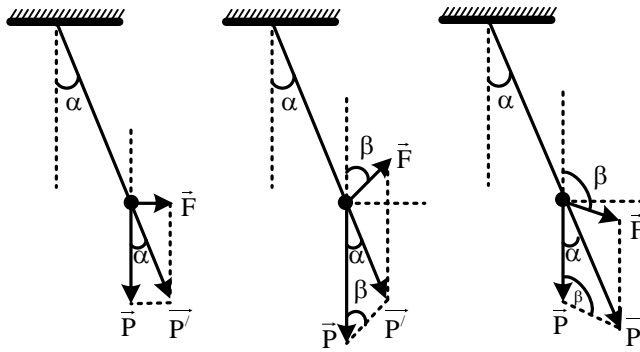
A. 1,567 s.

B. 1,405 s.

C. 1,329 s.

D. 1,510 s.

Hướng dẫn



Khi  $\vec{F}$  có phương nằm ngang thì chu kỳ dao động:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}}$

Khi  $\vec{F}$  quay xuống một góc  $30^\circ$ , quay lên một góc  $30^\circ$  thì chu kỳ dao động lần lượt là:

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos 120^\circ}} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos 60^\circ}} \end{cases}$$

Từ đó rút ra hệ thức liên hệ:

$$\frac{1}{T_1^4} + \frac{1}{T_2^4} = 2 \frac{1}{T^4} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{T_1^4 + T_2^4}} \approx 1,329(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm quả cầu khối lượng 100 (g), tích điện dương 100 qC, buộc vào một sợi dây mảnh cách điện dài 1,5 m. Con lắc được treo trong điện trường đều 10 kV/m của một tụ điện phẳng có các bản đặt nghiêng so với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$  (bản trên tích điện dương), tại nơi có  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

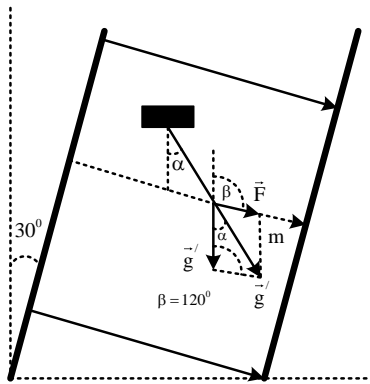
A. 0,938 s.

B. 1,99 s.

C. 1,849 s.

D. 1,51 s.

Hướng dẫn

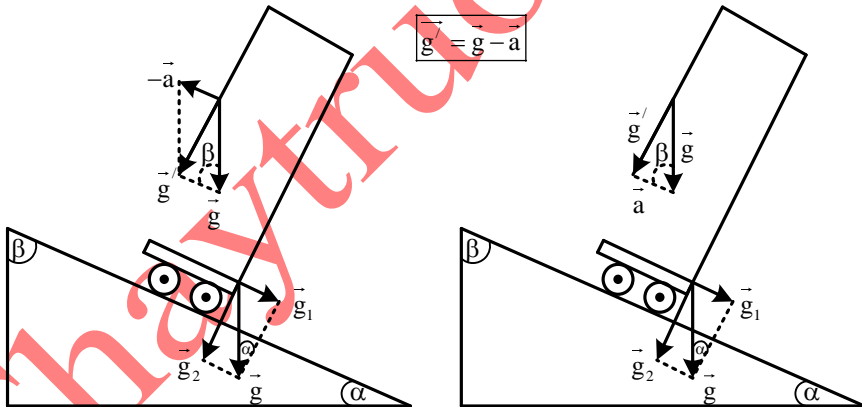


$$F = qE = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^3 = 1 \text{ (N)} \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} - 2g \frac{F}{m} \cos \beta$$

$$g' = \sqrt{10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10^2 \cos 120^\circ} = 10\sqrt{3} \text{ (m/s}^2) \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} \approx 1,849 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Nếu vật trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng thì chuyển động của nó là chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a = g_1 = g \sin \alpha$

Kho con lắc đơn treo trên vật này thì tại vị trí cân bằng phương của sợi dây vuông góc với mặt phẳng nghiêng và có độ lớn  $g' = g_2 = g \cos \alpha$



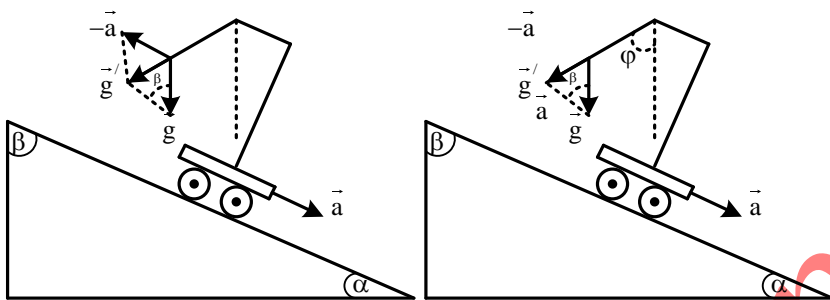
**Ví dụ 4:** Một toa xe trượt không ma sát trên một đường dốc xuống dưới, góc nghiêng của dốc so với mặt phẳng nằm ngang là  $45^\circ$ . Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Treo lên trần toa xe một con lắc đơn gồm dây treo chiều dài 1,5 (m) nối với một quả cầu nhỏ. Trong thời gian xe trượt xuống, chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn là

- A. 2,89 s.                      B. 2,05 s.                      C. 2,135 s.                      D. 1,61 s.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} a = g_1 \Rightarrow g' = g_2 = g \cos \alpha \\ \omega T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g \cos \alpha}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{10 \cdot \cos 45^\circ}} \approx 2,89 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn A.} \end{cases}$$

$$\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$$



**Chú ý:** Khi con lắc đơn trên vật chuyển động nhanh dần đều xuống dốc thì gia tốc trọng trường hiệu dụng  $g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga \cos \beta}$  và khi ở vị trí cân bằng sợi dây hợp với phương thẳng

đứng một góc  $\varphi$  sao cho:  $\frac{a}{\sin \varphi} = \frac{g'}{\sin \beta}$

**Ví dụ 5:** Một xe xuống dốc nhanh dần đều gia tốc  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ , lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Trong xe có một con lắc đơn, khối lượng vật nặng là 200 g. Dây treo dài 1 m, dốc nghiêng  $30^\circ$  so với mặt phẳng nằm ngang. Tìm chu kì dao động nhỏ của con lắc?

- A. 1,6 s.                      B. 1,9 s.                      C. 2,03 s.                      D. 1,61 s.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga \cos \beta} = \sqrt{9,8^2 + 0,5^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cdot \cos 60^\circ} \approx 9,56 (\text{m/s}^2) \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{9,56}} \approx 2,03 (\text{s}) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn treo vào trần toa xe, lúc xe đứng yên thì nó dao động nhỏ với chu kỳ T. Cho xe chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$ : nếu xe đi xuống dốc thì nó dao động nhỏ với chu kỳ  $T_1$  và nếu xe đi lên dốc thì nó dao động nhỏ với chu kỳ  $T_2$ . Kết luận nào đúng?

- A.  $T_1 = T_2 > T$ .                      B.  $T_1 = T_2 = T$ .                      C.  $T_1 < T < T_2$ .                      D.  $T_1 > T > T_2$ .

**Hướng dẫn**

Khi xe chuyển động thẳng đều lên trên hay xuống dưới thì  $a = 0$  nên  $g' = g$ .

Do đó:  $T_1 = T_2 = T \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 7:** Một chiếc xe trượt từ đỉnh dốc xuống chân dốc. Dốc nghiêng  $30^\circ$  so với phương ngang. Biết hệ số ma sát giữa xe và mặt dốc bằng 0,1. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Một con lắc đơn lý tưởng có độ dài dây treo 0,5 m được treo trong xe. Khối lượng của xe lớn hơn rất nhiều so với khối lượng con lắc. Từ vị trí cân bằng của con lắc trong xe, kéo con lắc ngược hướng với hướng chuyển động của xe sao cho dây treo của con lắc hợp với phương thẳng đứng một góc bằng  $30^\circ$  rồi thả nhẹ. Trong quá trình dao động của con lắc (xe vẫn trượt trên dốc), tốc độ cực đại của con lắc so với xe có giá trị gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,33 m/s                      B. 0,21 m/s                      C. 0,12 m/s                      D. 1,2 m/s

**Hướng dẫn**

\* Gia tốc của xe:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 4,134 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Con lắc chịu thêm lực quán tính  $\vec{F} = m\vec{a}$  nên trọng lực hiệu dụng  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$ . Vị trí cân bằng mới lệch so với vị trí cân bằng cũ một góc  $\beta$  (xem hình)

Áp dụng định lý hàm số cosin:

$$P' = \sqrt{P^2 + F^2 - 2PF \cos \frac{\pi}{3}}$$

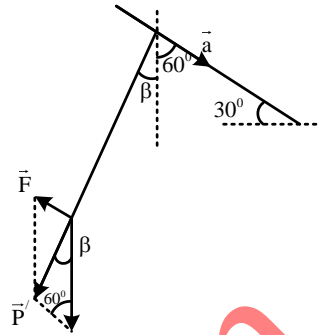
$$\Rightarrow g' = \frac{P'}{m} = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga \cos \frac{\pi}{3}} = 8,7 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Áp dụng định lý hàm số cosin:  $\frac{F}{\sin \beta} = \frac{P'}{\sin \pi/3} \Rightarrow \sin \beta = \sin \frac{\pi}{3} \frac{a}{3g} \Rightarrow \beta = 24,3^\circ$

$$\Rightarrow \text{Biên độ góc: } \alpha_{\max} = 30^\circ - 24,3^\circ = 5,7^\circ$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{2g'\ell(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 8,7 \cdot 0,5(1 - \cos 5,7^\circ)} \approx 0,21 \text{ (m/s)}$$

$\Rightarrow$  Chọn B



### BÀI TẬP TỰ LUYỆN PHẦN 1

**Bài 1:** Một con lắc đơn dao động điều hòa tại một nơi nhất định với chu kì T. Nếu tại đó có thêm ngoại lực có hướng thẳng đứng từ trên xuống, có độ lớn bằng 3 lần trọng lực thì chu kì dao động nhỏ của con lắc là

A. 2T.

B. T/2.

C. T/3,

D. 3T.

**Bài 2:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 10 (g). Cho con lắc dao động với li độ góc nhỏ trong không gian có thêm lực F có hướng thẳng đứng từ trên xuống có độ lớn 0,04 N, tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 (m/s<sup>2</sup>). Xác định chu kỳ dao động nhỏ

A. 1,959 s.

B. 1,196 s.

C. 1,845s.

D. 1,12 s.

**Bài 3:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,04 kg mang điện tích  $q = -8 \cdot 10^{-5}$  C được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hòa trong điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn  $E = 40$  V/cm và hướng thẳng đứng lên trên, tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,79$  m/s<sup>2</sup>. Chu kì dao động điều hòa của con lắc là

A. 2,4 s.

B. 1,05 s.

C. 1,66 s.

D. 1,2 s.

**Bài 4:** Một hòn bi nhỏ khối lượng m treo ở đầu một sợi dây và dao động nhỏ tại nơi có gia tốc trọng trường g. Chu kì dao động thay đổi bao nhiêu lần nếu hòn bi được tích một điện tích  $q > 0$  và đặt trong một điện trường đều có vector cường độ điện trường thẳng đứng hướng xuống và có độ lớn E sao cho  $qE = 3mg$ .

A. tăng 2 lần.

B. giảm 2 lần.

C. tăng 3 lần.

D. giảm 3 lần.

**Bài 5:** Một con lắc đơn gồm một sợi dây nhẹ không dãn, cách điện và quả cầu khối lượng 100 (g). Tích điện cho quả cầu một điện lượng 10 ( $\mu$ C) và cho con lắc dao động trong điện trường đều hướng thẳng đứng lên trên và có cường độ 50000 (V/m). Lấy gia tốc trọng trường 9,8 (m/s<sup>2</sup>). Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Tính chu kì dao động của con lắc. Biết chu kì con lắc khi không có điện trường là 1,5 s.

A. 2,14 s.

B. 1,22 s.

C. 2,16 s.

D. 2,17 s.

**Bài 6:** Một con lắc đơn dao động bé có chu kỳ  $T$ . Đặt con lắc trong điện trường đều hướng thẳng đứng từ trên xuống dưới. Khi quả cầu của con lắc tích điện  $q_1$  thì chu kỳ của con lắc là  $T_1 = 5T$ . Khi quả cầu của con lắc tích điện  $q_2$  thì chu kỳ là  $T_2 = 5T/7$ . Tỉ số  $q_1/q_2$  là

- A.  $-7$ .                      B.  $-1$                       C.  $-1/7$ .                      D.  $1$

**Bài 7:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong điện trường đều, có véc tơ cường độ điện trường có phương thẳng đứng và chiều hướng xuống. Biết khi vật không tích điện thì chu kỳ dao động của con lắc là  $1,5$  s, khi con lắc tích điện  $q_1$  thì chu kỳ con lắc là  $2,5$  s, khi con lắc tích điện  $q_2$  thì chu kỳ con lắc là  $0,5$  s. Tỉ số  $q_1/q_2$  là

- A.  $-2/5$ .                      B.  $-5/17$ .                      C.  $-2/15$ .                      D.  $-1/5$ .

**Bài 8:** Một con lắc đơn khối lượng  $40$  g dao động trong điện trường có cường độ điện trường hướng thẳng đứng từ trên xuống và có độ lớn  $E = 4 \cdot 10^4$  V/m, cho gia tốc trọng trường  $9,8$  m/s<sup>2</sup>. Khi chưa tích điện con lắc dao động với chu kỳ  $2$  s. Khi cho nó tích điện  $q = -2 \cdot 10^{-6}$  C thì chu kỳ dao động là:

- A.  $2,42$  s.                      B.  $2,24$  s.                      C.  $1,55$  s.                      D.  $3,12$  s.

**Bài 9:** Một con lắc đơn được tạo thành bằng một dây dài khối lượng không đáng kể, đầu treo một hòn bi kim loại khối lượng  $10$  g, mang điện tích  $0,2$   $\mu$ C, chu kỳ dao động nhỏ của con lắc là  $2$  s. Đặt con lắc trong một điện trường đều có véc tơ cường độ điện trường hướng thẳng đứng xuống dưới và có độ lớn  $10000$  (V/m). Cho gia tốc trọng trường  $10$  m/s<sup>2</sup>. Chu kỳ dao động là

- A.  $1,85$  s.                      B.  $1,81$  s.                      C.  $1,98$  s.                      D.  $2,10$  s.

**Bài 10:** Một con lắc đơn, khối lượng vật nặng  $m = 80$  g, treo trong một điện trường đều hướng thẳng đứng lên, có độ lớn  $E = 4800$  V/m. Khi chưa tích điện cho qua nặng chu kỳ dao động nhỏ của con lắc là  $2$  s, tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Truyền cho qua nặng điện tích  $q = +5 \cdot 10^{-5}$  C thì chu kỳ dao động nhỏ là

- A.  $1,6$  s.                      B.  $1,75$  s.                      C.  $2,5$ s.                      D.  $2,39$  s.

**Bài 11:** Một con lắc đơn được tạo thành bằng một dây dài khối lượng không đáng kể, đầu treo một hòn bi kim loại khối lượng  $m = 10$  g, mang điện tích  $q = 2 \cdot 10^{-7}$  C. Đặt con lắc trong một điện trường đều có véc tơ  $E$  hướng thẳng đứng xuống dưới. Cho  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, chu kỳ con lắc khi  $E = 0$  là  $T = 2$  s. Chu kỳ dao động của con lắc khi  $E = 10^4$  V/m là

- A.  $2,02$  s.                      B.  $1,88$  s.                      C.  $2,4$  s                      D.  $1,98$  s.

**Bài 12:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong điện trường đều, có véc tơ cường độ điện trường hướng thẳng xuống. Khi vật treo chưa tích điện thì chu kỳ dao động là  $2$  (s), khi vật treo lần lượt tích điện  $q_1$  và  $q_2$  thì chu kỳ dao động tương ứng là  $2,4$  (s) và  $1,6$  (s). Tỉ số  $q_1:q_2$  là:

- A.  $-44/81$ .                      B.  $-81/44$ .                      C.  $-24/57$ .                      D.  $-57/24$ .

**Bài 13:** Một đồng hồ quả lắc đếm giây (có chu kỳ bằng  $2$  s), quả lắc được coi như một con lắc đơn với dây treo và vật nặng làm bằng đồng có khối lượng riêng là  $8900$  kg/m<sup>3</sup>. Giả sử đồng hồ treo trong chân không. Đưa đồng hồ ra không khí thì chu kỳ dao động của nó bằng bao nhiêu? Biết khối lượng riêng của không khí trong khí quyển là  $1,3$  kg/m<sup>3</sup>. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cản không khí.

- A.  $2,00024$  s.                      B.  $12,00015$  s.                      C.  $2,00012$  s.                      D.  $2,00013$  s.

**Bài 14:** Con lắc đơn ở đầu một sợi dây mảnh dài kim loại, vật nặng làm bằng chất có khối lượng riêng  $8$ g/cm<sup>3</sup>. Khi dao động trong bình chân không thì chu kỳ dao động là  $2$ s. Khi con lắc đơn dao động trong một bình chất khí thì thấy chu kỳ tăng lên một lượng  $250\mu$ s. Tính khối lượng riêng của chất khí

- A.  $0,002$  g/cm<sup>3</sup>.                      B.  $2,8$  g/cm<sup>3</sup>.                      C.  $1,8$ g/cm<sup>3</sup>.                      D.  $0,8$  g/cm<sup>3</sup>.

**Bài 15:** Một con lắc đơn treo vào đầu một sợi dây mảnh bằng kim loại, vật nặng có khối lượng riêng  $D$ . Khi dao động nhỏ trong bình chân không thì chu kỳ dao động là  $T$ . Bỏ qua mọi ma sát, khi dao động nhỏ trong một chất khí có khối lượng riêng  $\epsilon D$  ( $\epsilon \ll 1$ ) thì chu kỳ dao động là.

- A.  $T/(1 + \epsilon/2)$ .                      B.  $T(1 + \epsilon/2)$ .                      C.  $T(1 - \epsilon/2)$ .                      D.  $T/(1 - \epsilon/2)$ .



**Bài 16:** Một con lắc đơn với vật nhỏ có khối lượng  $m$  mang điện tích  $q > 0$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường có biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi con lắc ở vị trí biên, tác dụng điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn  $E$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Biết  $qE = 2mg$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 200%.      B. tăng 200%.      C. tăng 300%.      D. giảm 300%.

**Bài 17:** Một con lắc đơn vật nhỏ có khối lượng  $m$  mang điện tích  $q > 0$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường có biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi con lắc ở vị trí cân bằng, tác dụng điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn  $E$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Biết  $qE = 2mg$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 200%.      B. tăng 200%.      C. không thay đổi.      D. giảm 300%.

**Bài 18:** Một con lắc đơn vật nhỏ có khối lượng  $m$  mang điện tích  $q > 0$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường có biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi con lắc có li độ góc  $0,25 \alpha_{\max}$ , tác dụng điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn  $E$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Biết  $qE = mg$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 2,5%.      B. tăng 2,5%.      C. tăng 6,25%.      D. giảm 6,25%.

**Bài 19:** Một con lắc đơn vật nhỏ có khối lượng  $m$  mang điện tích  $q > 0$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường có biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi con lắc có li độ góc  $0,5\sqrt{3} \alpha_{\max}$ , tác dụng điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn  $E$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Biết  $qE = mg$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 25%.      B. tăng 25%.      C. tăng 75%.      D. giảm 75%.

**Bài 20:** Con lắc đơn dao động nhỏ trong một điện trường đều có phương thẳng đứng hướng xuống, vật nặng có điện tích dương; biên độ  $A$  và chu kỳ dao động  $T$ . Vào thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng thì đột ngột tắt điện trường. Chu kỳ và biên độ của con lắc khi đó thay đổi như thế nào? Bỏ qua mọi lực cản.

- A. Chu kỳ tăng; biên độ giảm.      B. Chu kỳ giảm; biên độ giảm,  
C. Chu kỳ giảm; biên độ tăng.      D. Chu kỳ tăng; biên độ tăng.

**Bài 21:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 0,5 N có hướng thẳng đứng lên trên. Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $9^\circ$  rồi thả nhẹ. Tính tốc độ cực đại của vật.

- A. 0,417 m/s      B. 0,496 m/s.      C. 2,03 m/s.      D. 0,248 ms.

**Bài 22:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng 0,75 gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T'$  bằng

- A.  $2T$ .      B.  $T/2$ .      C.  $T/\sqrt{2}$ .      D.  $T/2$ .

**Bài 23:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi lên thẳng đứng, nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T'$  bằng

- A.  $2T$       B.  $T/2$       C.  $T\sqrt{6}/3$  .      D.  $T\sqrt{2}$

**Bài 24:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi xuống thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ

lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kỳ  $T'$  bằng

- A.  $2T$                       B.  $T/2$                       C.  $T\sqrt{2/3}$                       D.  $T\sqrt{2}$

**Bài 25:** Một con lắc đơn treo vào một thang máy thẳng đứng, tại nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Khi thang máy đứng yên thì con lắc dao động với chu kỳ  $1 \text{ s}$ , khi thang máy chuyển động lên trên chậm dần đều với gia tốc có độ lớn  $2,5 \text{ m/s}^2$  thì chu kỳ dao động là

- A.  $0,89 \text{ s}$ .                      B.  $1,12 \text{ s}$ .                      C.  $1,15 \text{ s}$ .                      D.  $0,87 \text{ s}$ .

**Bài 26:** Treo con lắc đơn có độ dài  $100 \text{ cm}$  trong thang máy, tại nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Cho thang máy chuyển động nhanh dần đều đi xuống với gia tốc  $0,5 \text{ m/s}^2$  thì chu kỳ dao động điều hòa của nó là:

- A.  $2,04 \text{ s}$ .                      B.  $1,94 \text{ s}$ .                      C.  $19,4 \text{ s}$ .                      D.  $20,4 \text{ s}$ .

**Bài 27:** Treo một con lắc đơn vào trần thang máy. Khi thang máy chuyển động đều thì chu kỳ con lắc là  $1 \text{ s}$ . Cho thang máy chuyển động chậm dần đều xuống dưới với gia tốc  $2g$  ( $g$  là gia tốc rơi tự do) thì chu kỳ mới của con lắc là

- A.  $1/\sqrt{3} \text{ s}$ .                      B.  $1 \text{ s}$                       C.  $1/\sqrt{2} \text{ s}$ .                      D.  $0,5s$

**Bài 28:** Con lắc lò xo có treo vào trần thang máy, khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $a$  thì độ giãn lò xo là  $5 \text{ cm}$ , khi thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc  $a$  thì độ giãn lò xo là  $3 \text{ cm}$ . Tìm  $a$  theo  $g$ .

- A.  $g/2$ .                      B.  $g/4$ .                      C.  $g/6$ .                      D.  $3g/7$ .

**Bài 29:** Một con lắc đơn treo vào một thang máy thẳng đứng, khi thang máy đứng yên thì con lắc dao động với chu kỳ  $1 \text{ s}$ , khi thang máy chuyển động thì con lắc dao động với chu kỳ  $0,96 \text{ s}$ . Thang máy chuyển động

- A. nhanh dần đều đi lên.                      B. nhanh dần đều đi xuống  
C. chậm dần đều đi lên.                      D. thẳng đều.

**Bài 30:** Một thang máy chuyển động theo phương thẳng đứng biến đổi đều với gia tốc nhỏ hơn gia tốc trọng trường  $g$  tại nơi đặt thang máy. Trong thang máy có con lắc đơn dao động nhỏ. Chu kỳ dao động của con lắc khi thang máy đứng yên bằng  $1,1$  lần khi thang máy chuyển động. Điều đó chứng tỏ vectơ gia tốc của thang máy

- A. hướng lên trên và độ lớn là  $0,1g$ .                      B. hướng lên trên và có độ lớn là  $0,2g$ .  
C. hướng xuống dưới và có độ lớn là  $0,1g$ .                      D. hướng xuống dưới và có độ lớn là  $0,2g$ .

**Bài 31:** Con lắc đơn treo ở trần một thang máy, đang dao động điều hoà. Khi con lắc về đúng tới vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động chậm dần đều lên trên thì

- A. biên độ dao động giảm.                      B. biên độ dao động không thay đổi.  
C. lực căng dây tăng.                      D. biên độ dao động tăng.

**Bài 32:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động  $150 \text{ mJ}$ . Thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng  $0$ . Con lắc sẽ tiếp tục dao động trong thang máy với năng lượng

- A.  $144 \text{ mJ}$ .                      B.  $120 \text{ mJ}$ .                      C.  $112 \text{ mJ}$ .                      D.  $150 \text{ mJ}$ .

**Bài 33:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động  $150 \text{ mJ}$ . Thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có li độ bằng nửa li độ cực đại. Con lắc sẽ tiếp tục dao động trong thang máy với năng lượng

- A.  $140,4 \text{ mJ}$ .                      B.  $188 \text{ mJ}$ .                      C.  $112 \text{ mJ}$ .                      D.  $159,6 \text{ mJ}$ .

1.B	2.B	3.B	4.B	5.A	6.B	7.A	8.B	9.C	10.D
11.D	12.A	13.B	14.A	15.B	16.B	17.C	18.C	19.C	20.D
21.D	22.A	23.C	24.C	25.C	26.A	27.A	28.B	29.A	30.B
31.D	32.C	33.D							

## PHẦN 2

**Bài 1:** Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện buộc vào một sợi dây mảnh cách điện. Con lắc được treo trong điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng. Khi vật ở vị trí cân bằng sợi dây lệch  $45^\circ$  so với phương thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Xác định chu kì dao động bé của con lắc đơn. Biết rằng, chu kì dao động của nó khi không có điện trường là  $T$ .

- A.  $T\sqrt{2}$ .                      B.  $T/\sqrt{2}$ .                      C.  $T \cdot 2^{-0,25}$ .                      D.  $T \cdot 2^{-0,425}$ .

**Bài 2:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu kim loại nhỏ, khối lượng  $1\text{ g}$ , tích điện dương  $5,66 \cdot 10^{-7}\text{ C}$ , được treo vào một sợi dây mảnh dài  $1,4\text{ m}$  trong điện trường đều có phương nằm ngang có độ lớn  $10000\text{ V/m}$ , tại một nơi có gia tốc trọng trường  $9,79\text{ m/s}^2$ . Con lắc ở vị trí cân bằng khi phương của dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc?

- A.  $10^\circ$ .                      B.  $20^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Bài 3:** Hai con lắc đơn có chiều dài dây treo như nhau, cùng đặt trong một điện trường đều có phương nằm ngang. Hòn bi của con lắc thứ nhất không tích điện, chu kì dao động nhỏ của nó là  $T$ . Hòn bi của con lắc thứ hai được tích điện, khi nằm cân bằng thì dây treo của con lắc này tạo với phương thẳng đứng một góc bằng  $60^\circ$ . Chu kì dao động nhỏ của con lắc thứ hai là

- A.  $T$ .                      B.  $T/\sqrt{2}$                       C.  $0,5T$                       D.  $T\sqrt{2}$

**Bài 4:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu kim loại nhỏ, khối lượng  $100\text{ g}$ , tích điện dương  $10^{-4}\text{ C}$ , được treo vào một sợi dây mảnh dài  $0,5\text{ m}$  trong điện trường đều có phương nằm ngang có độ lớn  $50\text{ V/cm}$ , tại một nơi có gia tốc trọng trường  $10\text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

- A.  $1,35\text{ s}$ .                      B.  $1,51\text{ s}$ .                      C.  $2,97\text{ s}$ .                      D.  $2,26\text{ s}$ .

**Bài 5:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nặng kim loại nhỏ, khối lượng  $100\text{ g}$ , tích điện dương  $10^{-4}\text{ C}$ , được treo vào một sợi dây mảnh dài  $0,5\text{ m}$ , trong điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng cách nhau  $2,2\text{ cm}$ . Hiệu điện thế đặt vào hai bản  $88\text{ V}$  tại nơi có  $g = 10\text{ (m/s}^2)$ . Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

- A.  $0,938\text{ s}$ .                      B.  $0,389\text{ s}$ .                      C.  $0,659\text{ s}$ .                      D.  $0,957\text{ s}$ .

**Bài 6:** Tích điện cho quả cầu khối lượng  $m$  của một con lắc đơn điện tích  $Q$  rồi kích thích cho con lắc đơn dao động điều hòa trong điện trường đều cường độ  $E$ , gia tốc trọng trường  $g$  (sao cho  $|QE| < mg$ ). Để chu kì dao động của con lắc trong điện trường tăng so với khi không có điện trường thì

- A. điện trường hướng thẳng đứng từ dưới lên và  $Q > 0$ .  
 B. điện trường hướng nằm ngang và  $Q < 0$ .  
 C. điện trường hướng thẳng đứng từ dưới lên và  $Q < 0$ .  
 D. điện trường hướng nằm ngang và  $Q > 0$ .

**Bài 7:** Tích điện cho quả cầu khối lượng  $m$  của một con lắc đơn điện tích  $Q$  rồi kích thích cho con lắc đơn dao động điều hòa trong điện trường đều cường độ  $E$ , gia tốc trọng trường  $g$  (sao cho  $|QE| < mg$ ). Để chu kì dao động của con lắc trong điện trường giảm so với khi không có điện trường thì

- A. điện trường hướng thẳng đứng từ dưới lên và  $Q > 0$ .  
 B. điện trường hướng nằm ngang và  $Q \neq 0$ .  
 C. điện trường hướng thẳng đứng từ trên xuống và  $Q < 0$ .  
 D. điện trường hướng nằm ngang và  $Q = 0$ .

**Bài 8:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5m quả cầu có khối lượng 100 g tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1N có hướng từ trái sang phải. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$  rồi thả nhẹ. Tính tốc độ cực đại của vật

- A. 0,69 m/s.                      B. 3,24 m/s.                      C. 1,38 m/s.                      D. 2,41 m/s.

**Bài 9:** Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 1 m và vật nhỏ có khối lượng 100 g mang điện tích  $2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Treo con lắc đơn này trong điện trường đều với vector cường độ điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn  $5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ . Trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo và song song với vector cường độ điện trường, kéo vật nhỏ theo chiều của vector cường độ điện trường sao cho dây treo hợp với vector gia tốc trong trường một góc  $54^\circ$  rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính tốc độ của vật khi sợi dây sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $40^\circ$ .

- A. 0,59                                      0,49 m/s.                                      C. 2,87 m/s                                      D. 0,49m/s

**Bài 10:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m treo trong một toa xe, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi toa xe chuyển động trên đường ngang với gia tốc  $2 \text{ m/s}^2$  thì chu kỳ dao động nhỏ của con lắc đơn là:

- A. 2,24 s.                                      B. 1,97 s.                                      C. 1,83 s.                                      D. 0,62 s.

**Bài 11:** Một con lắc đơn có chu kì dao động biên độ góc nhỏ  $T = 1,5 \text{ s}$ . Treo con lắc vào trần xe đang chuyển động theo phương ngang thì khi ở vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$ . Chu kì con lắc trong xe là

- A. 2,12 s.                                      B. 1,4 s.                                      C. 1,83 s.                                      D. 1,61 s.

**Bài 12:** Một con lắc đơn có chu kì dao động biên độ góc nhỏ  $T$ . Treo con lắc vào trần xe đang chuyển động theo phương ngang thì khi ở vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$ . Chu kì dao động nhỏ của con lắc trong xe là

- A.  $T\sqrt{\cos \alpha}$                                       B.  $T\sqrt{\sin \alpha}$                                       C.  $T\sqrt{\tan \alpha}$                                       D.  $T\sqrt{\tan \alpha}$

**Bài 14:** Một con lắc đơn treo con lắc vào trần một toa xe khi xe chuyển động thẳng đều thì chu kì dao động nhỏ con lắc là 2 s. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Nếu xe chuyển động nhanh dần đều trên mặt phẳng nằm ngang thì khi ở vị trí cân bằng dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$ . Gia tốc toa xe và chu kì dao động nhỏ của con lắc khi toa xe chuyển động nhanh dần đều lần lượt là

- A.  $2,6 \text{ m/s}^2$  và 1,47 s.                                      B.  $5,8 \text{ m/s}^2$  và 1,9 s.  
C.  $1,5 \text{ m/s}^2$  và 1,27 s.                                      D.  $2,5 \text{ m/s}^2$  và 1,17 s.

**Bài 15:** Một con lắc đơn gồm dây dài 1,5 m vật nặng 100 g dao động điều hòa tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng lên trên và hợp với phương thẳng đứng góc  $60^\circ$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc là

- A. 2,43 s.                                      B. 1,41 s.                                      C. 1,688s.                                      D. 1,99 s.

**Bài 16:** Một con lắc đơn gồm dây dài 1,5 m vật nặng 100 g dao động điều hòa tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng hợp với hướng của trọng lực một góc  $120^\circ$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn là

- A. 2,43 s.                                      B. 1,41 s.                                      C. 1,69 s.                                      D. 1,99 s.

**Bài 17:** Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện dương 100  $\mu\text{C}$ , khối lượng 100 (g) buộc vào một sợi dây mảnh cách điện dài 1 m. Con lắc được treo trong điện trường đều 10 kV/m của một tụ điện phẳng có các bản đặt nghiêng so với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$  (bản trên tích điện dương), tại nơi có  $g = 9,8 \text{ (m/s}^2)$ . Chu kỳ dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

- A. 0,938 s.                                      B. 1,99 s.                                      C. 0,659 s.                                      D. 1,51 s.

**Bài 18:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì  $T$  tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn  $F$  có hướng ngang. Nếu quay phương ngoại lực một góc  $30^\circ$  thì chu kì dao động bằng 2,007 s hoặc 1,525 s. Tính  $T$ .

- A. 0,58 s.                                      B. 1,41 s.                                      C. 1,688s.                                      D. 1,99 s.

**Bài 19:** Một toa xe trượt không ma sát trên một đường dốc xuống dưới, góc nghiêng của dốc so với mặt phẳng nằm ngang là  $\alpha = \pi/6$ . Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Treo lên trần toa xe một con lắc đơn gồm dây treo chiều dài 1 (m) nối với một quả cầu nhỏ. Trong thời gian xe trượt xuống, chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn là

- A. 1,6 s.                      B. 1,9 s.                      C. 2,135 s.                      D. 1,61 s.

**Bài 20:** Một toa xe trượt không ma sát trên một đường dốc xuống dưới, góc nghiêng của dốc so với mặt phẳng nằm ngang là  $15^\circ$ . Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Treo lên trần toa xe một con lắc đơn mà dây treo chiều dài 0,5 (m). Trong thời gian xe trượt xuống, chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn là

- A. 2,89 s.                      B. 1,29 s.                      C. 2,135s.                      D. 1,43 s.

**Bài 21:** Một con lắc đơn sợi dây dài  $\sqrt{3}$  m treo trên trần một chiếc xe lăn không ma sát xuống một cái dốc có góc nghiêng  $30^\circ$  so với mặt phẳng nằm ngang thì vị trí cân bằng con lắc là vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng cũng bằng  $30^\circ$  (lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). Cho con lắc dao động thì chu kỳ của nó bằng

- A. 2,8 s.                      B. 2,4 s.                      C. 2,2 s.                      D. 2,3 s.

**Bài 22:** Treo con lắc đơn dài  $l = g/40$  mét ( $g$  là gia tốc trọng trường) trong xe chuyển động nhanh dần đều hướng xuống trên mặt phẳng nghiêng  $30^\circ$  so với phương ngang với gia tốc  $a = 0,75g$ . Tìm chu kì dao động nhỏ của con lắc?

- A. 1,12 s                      B. 1,05 s.                      C. 0,86 s.                      D. 0,98 s.

**Bài 23:** Một con lắc đơn treo vào trần toa xe, lúc xe đứng yên thì nó dao động nhỏ với chu kỳ  $T$ . Cho xe chuyển động thẳng đều lên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$  thì nó dao động với chu kỳ là:

- A.  $T' = T \cos \alpha$ .                      B.  $T' = T$ .                      C.  $T' = T \sin \alpha$ .                      D.  $T' = T \tan \alpha$ .

1.C	2.C	3.B	4.A	5.D	6.A	7.B	8.A	9.D	10.B
11.B	12.A	13.C	14.B	15.A	16.A	17.D	18.C	19.C	20.D
21.A	22.B	23.B	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.

### Dạng 7. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HỆ CON LẮC VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT SAU KHI DÂY ĐỨT

Phương pháp giải:

#### 1. Hệ con lắc thay đổi:

\* Con lắc vọt đỉnh:

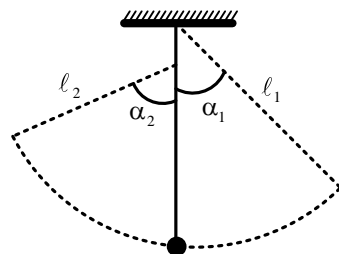
$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$W_2 = W_1 \Rightarrow \frac{mgA_1^2}{2l_1} = \frac{mgA_2^2}{2l_2} \Rightarrow \frac{mg l_2}{2} \alpha_2^2 = \frac{mg l_1}{2} \alpha_1^2$$

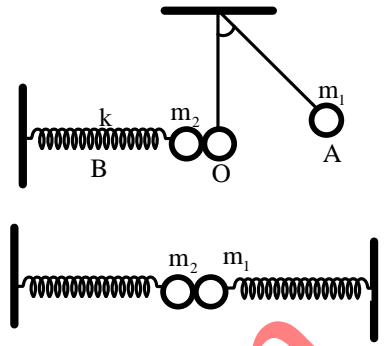
$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

\* Con lắc đơn va chạm đàn hồi với con lắc lò xo ( $m_1 = m_2$ )

$$\frac{mg l}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{kA^2}{2}$$



$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ T = \frac{T_1 + T_2}{2} \\ \frac{k_2 A_2^2}{2} = \frac{k_1 A_1^2}{2} \\ T = \frac{T_1 + T_2}{2} \end{cases}$$

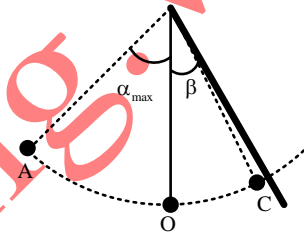


\* Con lắc đơn va chạm tới mặt phẳng:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + 2t_{oc}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + 2\frac{1}{\omega} \arcsin \frac{\beta}{\alpha_{max}}$$



**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m dao động tại nơi có  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Biết rằng khi vật qua vị trí cân bằng dây treo vướng vào một cái đinh nằm cách điểm treo một khoảng 75 cm. Chu kỳ dao động nhỏ của hệ đó là

- A.  $1 + 0,5\sqrt{3}$  (s).      B. 3 (s).      C.  $2 + \sqrt{3}$  (s)      D. 1,5 (s)

**Hướng dẫn**

Dao động của con lắc gồm hai nửa một nửa là con lắc có chu kì  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}$  một nửa là con

lắc có chu kì  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}$  nên chu kỳ dao động của hệ:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}\right) = 1,5 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Chiều dài con lắc đơn 1 m. Phía dưới điểm treo O trên phương thẳng đứng có một chiếc đinh đóng vào điểm O' cách O một khoảng  $OO' = 50 \text{ cm}$ . Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 3^\circ$  rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát. Biên độ cong trước và sau khi vướng đinh là

- A. 5,2 mm và 3,7 mm.      B. 3,0 cm và 2,1 cm.  
C. 5,2 cm và 3,7 cm.      D. 5,27 cm và 3,76 cm.

**Hướng dẫn**

$$\text{Biên độ cong ban đầu: } A_1 = \ell_1 \alpha_{max1} = 100 \cdot \frac{3\pi}{180} \approx 5,2 \text{ (cm)}$$

Dao động của con lắc gồm hai nửa một nửa là con lắc có chiều dài  $\ell_1$  và biên độ  $A_1$ , một nửa là con lắc có chiều dài  $\ell_2$  và biên độ  $A_2$ . Vì cơ năng bảo toàn nên:



$$W_2 = W_1 \Rightarrow \frac{mg}{2\ell_1} A_1^2 = \frac{mg}{2\ell_2} A_2^2 \Rightarrow A_2 = A_1 \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \approx 3,7(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

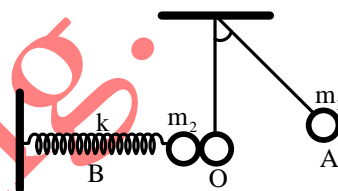
**Ví dụ 3:** Một con lắc chỉ có thể dao động theo phương nằm ngang trùng với trục của lò xo, lò xo có độ cứng 100 N/m và quả cầu nhỏ dao động có khối lượng  $m_1 = 100$  g. Con lắc đơn gồm sợi dây dài  $\ell = 25$  cm và quả cầu dao động  $m_2$  giống hệt  $m_1$ . Ban đầu hệ ở vị trí cân bằng, phương dây treo thẳng đứng lò xo không biến dạng và hai vật  $m_1$  và  $m_2$  tiếp xúc nhau. Kéo  $m_1$  sao cho sợi dây lệch một góc nhỏ rồi buông nhẹ, biết khi qua vị trí cân bằng  $m_1$  va chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_2$ . Bỏ qua mọi ma sát, lấy  $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$ . Chu kỳ dao động của cơ hệ là

- A. 1,02 s.                      B. 0,60 s.                      C. 1,20 s                      D. 0,81s

**Hướng dẫn**

Giả sử ban đầu kéo  $m_1$  đến A rồi thả nhẹ, đến O nó đạt tốc độ cực đại sau đó nó va chạm đàn hồi với  $m_2$ . Vì va chạm tuyệt đối đàn hồi và hai vật giống hệt nhau nên sau va chạm  $m_1$  đứng yên tại O và truyền toàn bộ vận tốc cho  $m_2$  làm cho  $m_2$  chuyển động chậm dần làm cho lò xo nén dần. Đến B  $m_2$  dừng lại tức thời, sau đó,  $m_2$  chuyển động về phía O, khi đến  $m_1$  làm cho  $m_1$  chuyển động đến A. Cứ như vậy, hệ dao động gồm hai nửa quá trình của hai con lắc. Do đó, chu kỳ dao động của hệ:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \left( 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} + 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right) = 0,6(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn B}$$

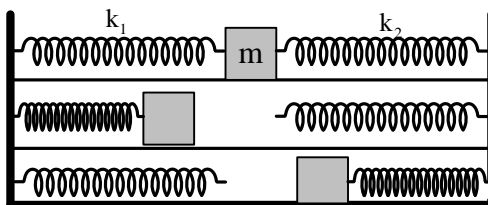


**Ví dụ 4:** Một quả cầu nhỏ có khối lượng 1 kg được khoan một lỗ nhỏ đi qua tâm rồi được xâu vừa khít vào một thanh nhỏ cứng thẳng đặt nằm ngang sao cho nó có thể chuyển động không ma sát dọc theo thanh. Lúc đầu quả cầu đặt nằm giữa thanh, lấy hai lò xo nhẹ có độ cứng lần lượt 100 N/m và 250 N/m mỗi lò xo có một đầu chạm nhẹ một phía của quả cầu và đầu còn lại của các lò xo gắn sao cho hai lò xo không biến dạng và trục lò xo trùng với thanh. Đẩy  $m_1$  sao cho lò xo nén một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ, chu kỳ dao động của cơ hệ là:

- A.  $0,16\pi$  s.                      B.  $0,6\pi$  s.                      C. 0,51s                      D. 0,47s.

**Hướng dẫn**

Khi m chuyển động về bên trái thì m chỉ liên kết với  $k_1$  nên chu kỳ dao động  $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}}$  còn khi m chuyển động về bên phải m chỉ liên kết với  $k_2$  nên chu kỳ dao động  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}}$ . Do đó chu kỳ dao động của hệ:



$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \left( 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} + 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} \right) = \pi \left( \sqrt{\frac{1}{100}} + \sqrt{\frac{1}{250}} \right) = 0,51(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), khối lượng m. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 (rad) và thả cho dao động không vận tốc đầu. Khi chuyển động qua vị trí cân bằng và sang phía bên kia con lắc va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định đi qua điểm treo, góc nghiêng của mặt phẳng và phương thẳng đứng là  $0,05 \sqrt{2}$  (rad). Lấy gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 9,85$  (m/s<sup>2</sup>), bỏ qua ma sát. Chu kỳ dao động của con lắc là

- A. 1,5 s.                      B. 1,33 s.                      C. 1,25 s.                      D. 1,83 s.

**Hướng dẫn**



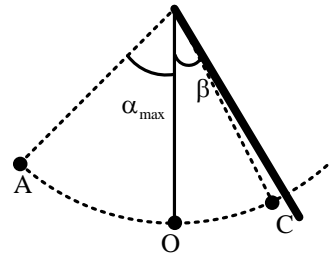
\* Chu kỳ con lắc đơn:  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 29\text{s}$

Thời gian ngắn nhất đi từ O đến C

$$t_{OC} = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{\beta}{\alpha_{\max}} = \frac{1}{\frac{2\pi}{T_1}} \arcsin \frac{0,05\sqrt{2}}{\pi} = 0,25(\text{s})$$

Chu kỳ dao động của hệ:

$$T = t_{AO} + t_{OC} + t_{CO} + t_{OA} = \frac{T_1}{2} + 2t_{OC} = 1,5(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Ví dụ 6:** (THPTQG - 2017) Một con lắc đơn có chiều dài 1,92 m treo vào điểm T cố định. Từ vị trí cân bằng O, con lắc về bên phải đến A rồi thả nhẹ. Mỗi khi vật nhỏ đi từ phải sang trái ngang qua B thì dây vướng vào đỉnh nhỏ tạo vật dao  $\alpha_1 = \alpha_2 = 4^\circ$ . Bỏ qua mọi ma Lấy  $g = \pi^2 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Chu kỳ dao động của con lắc là

A. 2,26 s.

B. 2,61 s.

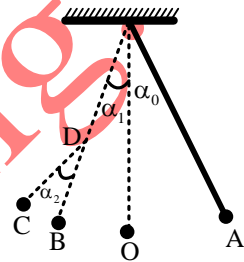
C. 1,60 s.

D. 2,77 s.

Hướng dẫn

\* Từ  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\ell}$   $\begin{cases} T_1 = 2\sqrt{1,92} = 1,6\sqrt{3}(\text{s}) \\ T_2 = 2\sqrt{1,92-1,28} = 1,6(\text{s}) \end{cases}$

\* Cơ năng bảo toàn:  $W_d = W_C$



$$\Rightarrow mgTO(1 - \cos \alpha_0) = mg(TO - TD \cos \alpha_1 - CD \cos(\alpha_1 + \alpha_2)) \Rightarrow \alpha_0 = 5,6557^\circ$$

$$\Rightarrow T_h = 2T_{AC} = 2(t_{AO} + t_{OB} + t_{BC}) = 2\left(\frac{T_1}{4} + \frac{T_1}{2\pi} \arcsin \frac{4^\circ}{5,6557^\circ} + \frac{T_2}{6}\right) = 2,6119(\text{s})$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

## 2. Chuyển động của vật sau khi dây đứt

1) Đứt khi vật đi qua vị trí cân bằng

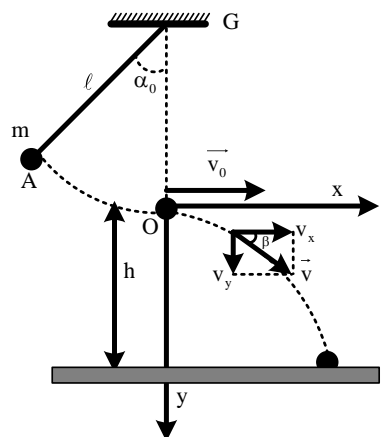
Tốc độ quả cầu khi dây đứt:  $v_0 = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha_{\max})}$

Phương trình chuyển động:  $\begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$

Khi chạm đất:  $\begin{cases} y_c = h \Rightarrow 0,5gt^2 = h \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ x_c = v_0 t_c \end{cases}$

Các thành phần vận tốc:

$$\begin{cases} v_x = x' = (v_0 t)' = v_0 \\ v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0} \\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \end{cases}$$



Hình a

2) Đứt khi vật đi lên qua vị trí có li độ góc  $\alpha$

Tốc độ quả cầu khi dây đứt:  $v_0 = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})}$

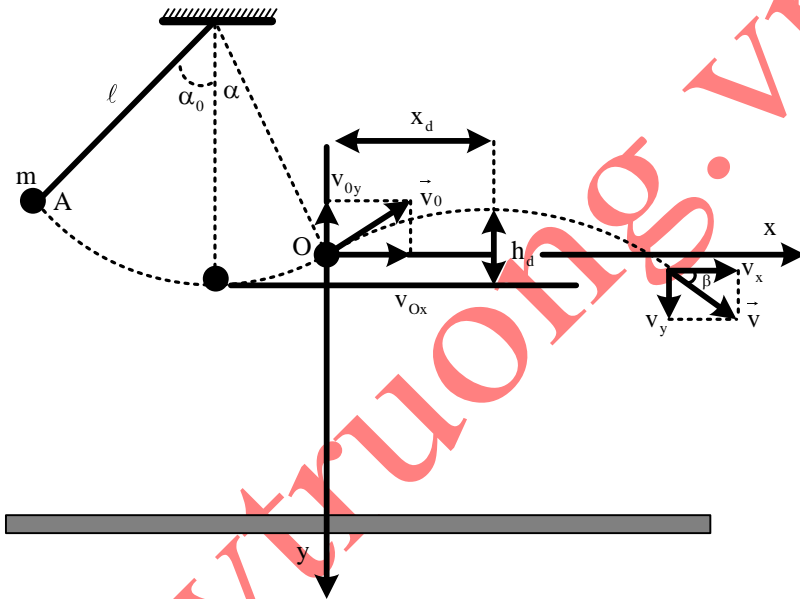
Sau khi bị đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích véc tơ vận tốc ban đầu:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y} \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ \\ v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ \Rightarrow v_y = v_{0y} - gt \end{cases}$$

Thành phần  $v_{0x}$  được bảo toàn. Khi lên đến vị trí đỉnh thì  $v_y = 0$ .

Cơ năng tại vị trí bất kì bằng cơ năng tại vị trí cao nhất bằng cơ năng lúc đầu:

$$W = mgh + \frac{mv_{0x}^2}{2} + \frac{mv_v^2}{2} = mgh_d + \frac{mv_{0x}^2}{2} = W_0 = mg\ell(1 - \cos \alpha_{\max})$$



Hình b

**Ví dụ 1 :** Một quả cầu A có kích thước nhỏ và có khối lượng  $m = 50$  (g), được treo dưới một sợi dây mảnh, không dẫn có chiều dài  $\ell = 6,4$  (m), ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng  $h = 0,8$  (m). Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc  $60^\circ$ , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy gia tốc trọng lượng  $10$  ( $m/s^2$ ). Nếu khi qua O dây bị đứt thì vận tốc của quả cầu khi chạm đất có phương hợp với mặt phẳng ngang một góc

- A.  $38,6^\circ$ .                      B.  $28,6^\circ$ .                      C.  $36,6^\circ$ .                      D.  $26,6^\circ$ .

**Hướng dẫn**

Tốc độ quả cầu khi dây đứt:  $v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} = 8$  (m/s)

Phương trình chuyển động:  $\begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$

Khi chạm đất:  $y_c = h \Rightarrow 0,5gt^2 = h \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = 0,4$  (s)

Các thành phần vận tốc: 
$$\begin{cases} v_x = x' = (v_0 t)' = v_0 \\ v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt \end{cases} \Rightarrow \tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$$

Tại vị trí chạm đất:  $\tan \beta_c = \frac{gt}{v_0} = \frac{10 \cdot 0,4}{8} \Rightarrow \beta_c \approx 26,6^\circ \Rightarrow$  Chọn **D**.

**Ví dụ 2:** Một quả cầu A có kích thước nhỏ và có khối lượng  $m = 50$  (g), được treo dưới một sợi dây mảnh, không dẫn có chiều dài  $\ell = 6,4$  (m), ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng  $h = 0,8$  (m). Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc  $60^\circ$ , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy gia tốc trọng lượng  $10$  ( $\text{m/s}^2$ ). Nếu khi quả O dây bị đứt thì vận tốc của quả cầu khi chạm đất có độ lớn là

- A. 6 m/s.                      B.  $4\sqrt{3}$  m/s.                      C. 4m/s.                      D.  $4\sqrt{5}$  m/s.

**Hướng dẫn**

Tốc độ quả cầu khi dây đứt:  $v_0 = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha_{\max})} = 8$  (m/s)

Phương trình chuyển động: 
$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$$

Khi chạm đất:  $y_c = h \Rightarrow 0,5gt^2 = h \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = 0,4$  (s)

Các thành phần vận tốc 
$$\begin{cases} v_x = x' = (v_0 t)' = v_0 \\ v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0)^2 + (gt)^2}$$

Tại vị trí chạm đất:  $v = \sqrt{(v_0)^2 + (gt_c)^2} = \sqrt{8^2 + (10 \cdot 0,4)^2} = 4\sqrt{5}$  (m/s)  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dẫn có chiều dài 1,5 (m). Kéo quả cầu lệch ra khỏi vị trí cân bằng O một góc  $60^\circ$  rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là  $10$  ( $\text{m/s}^2$ ). Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc  $30^\circ$  thì dây bị tuột ra rồi sau đó quả cầu chuyển đến độ cao cực đại so với O là

- A. 0,32 m.                      B. 0,14m.                      C. 0,34 m.                      D. 0,75 m.

**Hướng dẫn**

Tốc độ quả cầu khi dây đứt:  $v_0 = \sqrt{2g\ell(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = 3,31$  (m/s)

Sau khi dây đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích vec tơ vận tốc ban đầu:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y} \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ = 2,86 \text{ (m/s)} \\ v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ \Rightarrow v_y = v_{0y} - gt \end{cases}$$

Thành phần  $v_{0x}$  được bảo toàn. Khi lên đến vị trí đỉnh thì  $v_y = 0$ .

Cơ năng tại vị trí bất kỳ bằng cơ năng tại vị trí cao nhất bằng cơ năng lúc đầu:

$$W_{0cn} = mgh + \frac{mv_{0x}^2}{2} = W_0 = mg\ell(1 - \cos \alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow 10 \cdot h + \frac{2,86^2}{2} = 10 \cdot 1,5(1 - \cos 60^\circ) \Rightarrow h \approx 0,34 \text{ (m)} \Rightarrow$$
 Chọn C

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dẫn. Lúc đầu người ta giữ quả cầu ở độ cao so với vị trí cân bằng O là H rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng

đúng. Khi quả cầu đi lên đến vị trí có tốc độ bằng nửa tốc độ cực đại thì dây bị tuột ra rồi sau đó quả cầu chuyển đến độ cao cực đại so với O là h. Nếu bỏ qua mọi ma sát thì

- A.  $h = H$ .                      B.  $h > H$ .                      C.  $h < H$ .                      D.  $H < h < 2H$

**Hướng dẫn**

Cơ năng luôn được bảo toàn. Sau khi dây đứt tại độ cao cực đại vẫn còn động năng và thế năng, còn khi dây chưa đứt tại độ cao cực đại chỉ có thế năng. Vì vậy thế năng cực đại sau khi dây đứt nhỏ hơn thế năng cực đại trước khi dây đứt, nghĩa là  $h < H \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dẫn có chiều dài 2,5 (m). Kéo quả cầu lệch ra khỏi vị trí cân bằng O một góc  $60^\circ$  rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Chọn mốc thế năng ở vị trí cân bằng, bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là  $10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc  $45^\circ$  thì dây bị tuột ra. Sau khi dây tuột, tính góc hợp bởi vectơ vận tốc của quả cầu so với phương ngang khi thế năng của nó bằng không.

- A.  $38,8^\circ$ .                      B.  $48,6^\circ$ .                      C.  $42,4^\circ$ .                      D.  $62,9^\circ$

**Hướng dẫn**

Tốc độ quả cầu khi dây đứt:  $v_0 = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_{\max})} = 3,22 \text{ (m/s)}$

Sau khi dây đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích véc tơ vận tốc ban đầu

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y} \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 45^\circ = 2,28 \text{ (m/s)} \\ v_{0y} = v_0 \sin 45^\circ = 2,28 \text{ (m/s)} \end{cases}$$

Tại vị trí thế năng triệt tiêu ( $h = 0$ ) vì cơ năng bằng cơ năng lúc đầu:

$$\frac{vm_{0x}^2}{2} + \frac{mv_{0y}^2}{2} = mg\ell(1 - \cos\alpha_{\max}) \Rightarrow \frac{2,28^2}{2} + \frac{v_y^2}{2} = 10 \cdot 2,5 \cdot (1 - \cos 60^\circ)$$

$$\Rightarrow v_y \approx 4,45 \text{ m/s} \Rightarrow \tan\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4,45}{2,28} \Rightarrow \beta \approx 62,9^\circ \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Bài 1:** Một con lắc đơn có chiều dài 2m dao động nhỏ tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Nếu khi vật qua vị trí cân bằng dây treo vướng vào đỉnh nằm cách điểm treo 1m thì chu kỳ dao động nhỏ của hệ là:

- A. 2,4s.                      B. 1,3s.                      C. 1,25s                      D. 1,5s

**Bài 2:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m dao động nhỏ tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Nếu khi vật đi qua vị trí cân bằng dây treo vướng vào đỉnh nằm cách điểm treo 91 cm thì chu kỳ dao động nhỏ của hệ đó là

- A. 2 s.                      B. 1,3 s.                      C. 1,25 s.                      D. 1,5 s.

**Bài 3:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m dao động nhỏ tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Nếu khi vật đi qua vị trí cân bằng dây treo vướng vào đỉnh nằm cách điểm treo 84 cm thì chu kỳ dao động nhỏ của hệ đó là

- A. 2 s.                      B. 1,3 s.                      C. 1,25 s.                      D. 1,4 s.

**Bài 4:** Một con lắc chỉ có thể dao động theo phương nằm ngang trùng với trục của lò xo, lò xo có độ cứng  $\pi^2 \text{ N/m}$  và quả cầu nhỏ dao động có khối lượng  $m_1 = 1 \text{ kg}$ . Con lắc đơn gồm sợi dây dài  $\ell = 16 \text{ cm}$  và quả cầu dao động  $m_2$  giống hệt  $m_1$ . Ban đầu hệ ở vị trí cân bằng, phương dây treo thẳng đứng lò xo không biến dạng và hai vật  $m_1$  và  $m_2$  tiếp xúc nhau. Kéo  $m_1$  sao cho sợi dây lệch một góc nhỏ rồi buông nhẹ, biết khi qua vị trí cân bằng  $m_1$  và chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_2$ . Bỏ qua mọi ma sát, lấy  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động của cơ hệ là

- A. 1,4 s.                      B. 0,60 s.                      C. 1,20                      D. 0,81s

**Bài 5:** Hai quả cầu nhỏ giống hệt nhau  $m_1$  và  $m_2$  đều có khối lượng 1 kg được khoan một lỗ nhỏ đi qua tâm rồi được xâu vừa khít vào một thanh nhỏ cứng thẳng đặt nằm ngang sao cho chúng có thể

chuyển động không ma sát dọc theo thanh. Lúc đầu hai quả cầu đặt tiếp xúc với nhau và nằm giữa thanh, lấy hai lò xo nhẹ có độ cứng lần lượt 100 N/m và 400 N/m mỗi lò xo gắn với một quả cầu và đầu còn lại của các lò xo gắn cố định với mỗi đầu của thanh sao cho hai lò xo không biến dạng và trục lò xo trùng với thanh. Đẩy  $m_1$  sao cho lò xo nén một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ, biết khi qua vị trí cân bằng  $m_1$  va chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_2$ . Chu kỳ dao động của cơ hệ là

- A.  $0,15\pi$  s      B.  $0,6\pi$  s.      C. 1,20 s.      D. 0,81 s.

**Bài 6:** Một quả cầu nhỏ có khối lượng 1 kg được khoan một lỗ nhỏ đi qua tâm rồi được xâu vừa khít vào một thanh nhỏ cứng thẳng đặt nằm ngang sao cho nó có thể chuyển động không ma sát dọc theo thanh. Lúc đầu quả cầu đặt nằm giữa thanh, lấy hai lò xo nhẹ có độ cứng lần lượt 100 N/m và 400 N/m mỗi lò xo có một đầu chạm nhẹ với một phía của quả cầu và đầu còn lại của các lò xo gắn cố định với mỗi đầu của thanh sao cho hai lò xo không biến dạng và trục lò xo trùng với thanh. Đẩy  $m_1$  sao cho lò xo nén một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ, chu kỳ dao động của cơ hệ là:

- A.  $0,16\pi$  s.      B.  $0,6\pi$  s.      C. 0,28 s.      D. 0,47 s.

**Bài 7:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), khối lượng m. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 (rad) và thả cho dao động không vận tốc đầu. Khi chuyển động qua vị trí cân bằng và sang phía bên kia con lắc va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định đi qua điểm treo, góc nghiêng của mặt phẳng và phương thẳng đứng là 0,05 (rad). Lấy gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 9,85$  (m/s<sup>2</sup>), bỏ qua ma sát. Chu kỳ dao động của con lắc là

- A. 1,02 s.      B. 1,33 s.      C. 1,23 s.      D. 1,83 s.

**Bài 8:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), khối lượng m. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc  $4 \cdot 10^{-3}$  (rad) và thả cho dao động không vận tốc đầu. Khi chuyển động qua vị trí cân bằng và sang phía bên kia con lắc va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định đi qua điểm treo, góc nghiêng của mặt phẳng và phương thẳng đứng là  $2 \cdot 10^{-3}$  (rad). Lấy gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 10$  (m/s<sup>2</sup>), bỏ qua ma sát. Chu kỳ dao động của con lắc là

- A. 1,5 s.      B.  $4/3$  s.      C.  $5/6$  s.      D. 3 s.

**Bài 9:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), khối lượng m. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc  $4 \cdot 10^{-3}$  (rad) và thả cho dao động không vận tốc đầu. Khi chuyển động qua vị trí cân bằng và sang phía bên kia con lắc va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định đi qua điểm treo, góc nghiêng của mặt phẳng và phương thẳng đứng là  $2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$  (rad). Lấy gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 10$  (m/s<sup>2</sup>), bỏ qua ma sát. Chu kỳ dao động của con lắc là

- A. 1,5 s.      B.  $4/3$  s.      C.  $5/3S$ .      D. 3 s.

**Bài 10:** Một quả cầu có kích thước nhỏ và có khối lượng  $m = 50$  (g), được treo dưới một sợi dây mảnh, không dẫn có chiều dài  $l = 6,4$  (m), ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng  $h = 0,8$  (m). Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc  $60^\circ$ , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy gia tốc trọng trường 10 (m/s<sup>2</sup>). Nếu khi qua O dây bị đứt thì sau khoảng thời gian bao lâu quả cầu chạm đất?

- A.  $0,8\sqrt{2}$  s.      B. 0,3 s.      C. 0,4 s.      D. 0,5 s.

**Bài 11:** Một quả cầu A có kích thước nhỏ, được treo dưới một sợi dây mảnh, không dẫn, ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng h. Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc, rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường. Nếu khi qua O dây bị đứt thì quỹ đạo chuyển động của quả cầu A là một phần của

- A. đường tròn.      B. đường parabol.      C. đường elip.      D. đường thẳng.

**Bài 12:** Một quả cầu có kích thước nhỏ và có khối lượng  $m = 50$  (g), được treo dưới một sợi dây mảnh, không dẫn có chiều dài  $l = 6,4$  (m), ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng  $h = 0,8$  (m). Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương

thẳng đứng một góc  $60^\circ$ , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy gia tốc trọng lượng  $10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Nếu khi qua O dây bị đứt thì quả cầu chạm đất ở điểm C cách O bao nhiêu?

- A.  $0,8\sqrt{17}$  m.      B. 0,3 m      C.  $6,4\sqrt{3}$  m.      D. 0,5m

**Bài 13:** Một quả cầu có kích thước nhỏ và có khối lượng m, được treo dưới một sợi dây mảnh, không đàn có chiều dài 1 (m), điểm treo sợi dây cách mặt đất nằm ngang là 2 (m). Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc  $10^\circ$ , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy gia tốc trọng lượng  $10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Nếu khi qua vị trí cân bằng dây bị đứt thì quả cầu chạm đất ở điểm C cách đường thẳng đứng đi qua điểm treo bao nhiêu?

- A.  $0,8\sqrt{17}$       B. 0,63 m.      C. 0,49 m.      D. 0,25 m.

**Bài 14:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu bằng chì nặng 200 g treo vào một sợi dây dài 50 cm. Điểm treo ở độ cao 2 m so với mặt đất. Người ta đưa con lắc ra khỏi vị trí cân bằng (VTCB) một góc  $60^\circ$  rồi buông nhẹ. Giả sử khi qua VTCB dây bị đứt. Hỏi quả cầu sẽ chạm đất ở vị trí cách đường thẳng đứng bao xa? Bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là  $10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ .

- A. 23 cm.      B. 141,4 cm.      C. 35 cm.      D. 122,4 cm.

**Bài 15:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không đàn có chiều dài 1,5 (m). Kéo quả cầu lệch ra khỏi vị trí cân bằng O một góc  $60^\circ$  rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Chọn mốc thế năng ở vị trí cân bằng, bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là  $10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc  $30^\circ$  thì dây bị tuột ra. Sau khi dây tuột, tính góc hợp bởi vectơ vận tốc của quả cầu so với phương ngang khi thế năng của nó bằng không.

- A.  $38,8^\circ$ .      B.  $48,6^\circ$ .      C.  $42,40$ .      D.  $26,6^\circ$ .

**Bài 16:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không đàn có chiều dài 2,5 (m). Kéo quả cầu lệch ra khỏi vị trí cân bằng O một góc  $60^\circ$  rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là  $10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc  $45^\circ$  thì dây bị tuột ra rồi sau đó quả cầu chuyển đến độ cao cực đại so với O là

- A. 0,89 m      B. 0,99 m.      C. 0,34 m.      D. 0,75 m.

1.A	2.B	3.D	4.A	5.A	6.D	7.B	8.B	9.C	10.C
11.B	12.A	13.D	14.D	15.C	16.B	17.	18.	19.	20.