
MỤC LỤC

Chủ đề 5. TỔNG HỢP CÁC DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ.....	354
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT	354
1. Biểu diễn dao động điều hòa bằng véc tơ quay.....	354
2. Tổng hợp các dao động điều hòa.....	354
B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG TOÁN.....	354
Dạng 1. BÀI TOÁN THUẬN TRONG TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ.....	354
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	366
Dạng 2. BÀI TOÁN NGƯỢC VÀ “BIẾN TƯƠNG” TRONG TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ	372
1. Bài toán ngược trong tổng hợp dao động điều hoà.....	372
2. “Biến tương” trong tổng hợp dao động điều hoà.....	379
3. Hai chất điểm dao động điều hòa trên 2 đường thẳng song song hoặc trong hai mặt phẳng song song có cùng vị trí cân bằng là ở gốc tọa độ.....	382
4. Hiện tượng trùng phùng và gặp nhau.....	390
4.1. Hiện tượng trùng phùng với hai con lắc có chu kì khác nhau nhiều.....	390
4.2. Hiện tượng trùng phùng với hai con lắc có chu kì xấp xỉ nhau.....	391
4.3. Hiện tượng gặp nhau của hai con lắc.....	392
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	398

Chủ đề 5. TỔNG HỢP CÁC DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

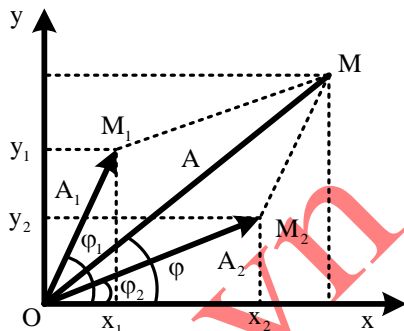
1. Biểu diễn dao động điều hòa bằng véc tơ quay.

Mỗi dao động điều hòa được biểu diễn bằng một véc tơ quay. Véc tơ này có gốc tại gốc tọa độ của trục Ox, có độ dài bằng biên độ dao động A, hợp với trục Ox một góc ban đầu cp và quay đều quanh O với vận tốc góc ω .

2. Tổng hợp các dao động điều hòa.

Phương pháp giản đồ Fre-nen: Lần lượt vẽ hai véc tơ quay biểu diễn hai phương trình dao động thành phần. Sau đó vẽ véc tơ tổng hợp của hai véc tơ trên.

Véc tơ tổng là véc tơ quay biểu diễn phương trình của dao động tổng hợp.



+ Nếu một vật tham gia đồng thời hai dao $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ thì dao động tổng hợp sẽ là: $x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$ với A và φ được xác định bởi:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp phụ thuộc vào biên độ và pha ban đầu của các dao động thành phần.

+ Khi hai dao động thành phần cùng pha ($\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$) thì dao động tổng hợp có biên độ cực đại: $A = A_1 + A_2$

+ Khi hai dao động thành phần ngược pha ($\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$) thì dao động tổng hợp có biên độ cực tiểu: $A = |A_1 - A_2|$.

+ Trường hợp tổng quát: $A_1 + A_2 \geq A \geq |A_1 - A_2|$.

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG TOÁN

1. Bài toán thuận trong tổng hợp dao động điều hòa.

2. Bài toán ngược trong tổng hợp dao động điều hòa.

Dạng 1. BÀI TOÁN THUẬN TRONG TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

Nội dung bài toán: Cho biết các phương trình dao động thành phần, yêu cầu tìm dao động tổng hợp.

Phương pháp giải:

Tổng hợp hai hay nhiều dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số là một dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số.

Cách 1. Phương pháp áp dụng trực tiếp công thức tính A và $\tan \varphi$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{x = A \cos(\omega t + \varphi)} \left\{ \begin{array}{l} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \end{array} \right.$$

* Nếu một dạng hàm cos, một dạng hàm sin thì đổi: $\sin(\omega t + \alpha) = \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

* Nếu hai dao động cùng pha: $\varphi_2 - \varphi_1 = k2\pi \Rightarrow A_{\max} = A_1 + A_2$.

* Nếu hai dao động thành phần ngược pha: $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi \Rightarrow A_{\min} = |A_1 - A_2|$

* Nếu hai dao động thành phần vuông pha: $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Cách 2. Phương pháp cộng các hàm lượng giác

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

$$x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + \dots$$

$$x = \cos \omega t \underbrace{(A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots)}_{A \cos \varphi} - \sin \omega t \underbrace{(A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2)}_{A \sin \varphi}$$

$$\Rightarrow x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Cách 3. Phương pháp cộng số phức.

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

$$x = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 + \dots$$

Kinh nghiệm:

1) Khi cần tổng hợp hai dao động điều hòa có thể dùng một trong ba cách trên. Khi cần tổng hợp ba dao động điều hòa trở lên thì nên dùng cách 2 hoặc cách 3.

2) Phương pháp cộng số phức chỉ áp dụng trong trường hợp các số liệu tường minh hoặc biên độ của chúng có dạng nhân cùng với một số.

Ví dụ:
$$\begin{cases} A_1 = \sqrt{2}a \\ A_2 = \sqrt{3}a \Rightarrow \text{Chọn } a = 1. \\ A_3 = \sqrt{5}a \end{cases}$$

3) Trường hợp chưa biết một đại lượng nào đó thì nên dùng phương pháp vectơ quay hoặc cộng hàm lượng giác. Trường hợp hai dao động thành phần cùng biên độ thì nên dùng phương pháp lượng.

Ví dụ 1: Một vật thực hiện hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số: $x_1 = 4\cos(\omega t + 30)$ cm, $x_2 = 8\cos(\omega t + 90)$ cm (với ω đo bằng rad/s và t đo bằng giây). Dao động tổng hợp có biên độ là

- A. 6,93 cm. B. 10,58 cm. C. 4,36 cm. D. 11,87 cm.

Hướng dẫn

Bài toán đơn giản nên ta dùng cách 1: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

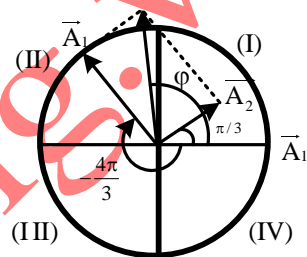
$$A = \sqrt{4^2 + 8^2 + 2 \cdot 4 \cdot 8 \cos(90 - 30)} \approx 4,36(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Nếu hiểu nhầm 30 rad và 90 rad là 30° và 90° thì sẽ dẫn đến kết quả sai.

Ví dụ 2: Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ và có các pha ban đầu là $\pi/3$ và $\pi/6$ (phương trình dạng cos). Pha ban đầu của dao động tổng hợp hai dao động trên bằng

- A. $-\pi/2$. B. $\pi/4$. C. $\pi/6$. D. $\pi/12$.

Hướng dẫn



$$\text{Cách 1: } \begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{-4\pi}{3}\right)} = \sqrt{5} \text{ (cm)} \\ \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{2 \sin \frac{-4\pi}{3} + 1 \cdot \sin \frac{\pi}{6}}{2 \cos \frac{-4\pi}{3} + 1 \cdot \cos \frac{\pi}{6}} = -8 - 5\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -1,51 \text{ (rad)} \end{cases}$$

⇒ Chọn D:

Cách 2:

$$x = x_1 + x_2 = 2 \sin\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x = 2 \sin \pi t \cos \frac{5\pi}{6} - 2 \cos \pi t \sin \frac{5\pi}{6} + \cos \pi t \cos \frac{\pi}{6} - \sin \pi t \sin \frac{\pi}{6}$$

$$x = \cos \pi t \underbrace{\frac{-2 + \sqrt{3}}{2}}_{\sqrt{5} \cos(-1,51)} - \sin \pi t \underbrace{\frac{1 + 2\sqrt{3}}{2}}_{\sqrt{5} \sin(-1,51)} = \sqrt{5} \cos(\pi t - 1,51) \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Cách 3:

$$x = x_1 + x_2 = 2\angle -\frac{4\pi}{3} + 1\angle \frac{\pi}{6} = \sqrt{5} \angle 1,63$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{5} \cos(\pi t + 1,63) \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Bình luận: Đáp án đúng là A! Vậy cách 1 và cách 2 sai ở đâu? Ta dễ thấy véc tơ tổng $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ nằm trong góc phần tư thứ III vì vậy không thể lấy $\varphi = -1,51 \text{ rad}$

$$\text{Sai lầm ở chỗ, phương trình có hai nghiệm: } \tan \varphi = -8 - 5\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -1,51 \text{ (rad)} \\ \varphi = \pi - 1,51 \approx 1,63 \text{ (rad)} \end{cases}$$

Ta phải chọn nghiệm 1,63 rad để cho véc tơ tổng “bị kẹp” bởi hai véc tơ thành phần. Qua đó ta thấy máy tính không “đỉnh những bẫy” thông thường giống như con người! Đây chính là một trong những lợi thế của cách 3.

Ví dụ 5: Cho hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số, biên độ lần lượt là a và $a\sqrt{3}$ và pha ban đầu tương ứng là $\varphi_1 = 2\pi/3, \varphi_2 = \pi/6$. Pha ban đầu của dao động tổng hợp là:

A. $\pi/2$

B. $\pi/3$

C. $-\pi/2$

D. $2\pi/3$

Hướng dẫn

Muốn sử dụng máy tính ta chọn $a = 1$ và thực hiện như sau:

$$x = x_1 + x_2 = 1\angle \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}\angle \frac{\pi}{6} = 2\angle \frac{1}{3}\pi \Rightarrow x = 2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

[Shift][MOD][4] (Để chọn đơn vị góc là radian)

[MODE][2] (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$$1[\text{Shift}][(-)] \frac{2\pi}{3} [+]\sqrt{3}[\text{Shift}][(-)] \frac{\pi}{6}$$

(Màn hình máy tính sẽ hiển thị $1\angle\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}\angle\frac{\pi}{6}$)

Shift **2** **3** **=**

Màn hình sẽ hiển thị kết quả: $2\angle\frac{1}{3}\pi$

Nghĩ là biên độ $A = 2a$, và pha ban đầu $\varphi = \frac{\pi}{3}$ nên ta sẽ chọn B

Dùng máy tính Casio fx 570MS bấm như sau:

Shift **MODE** **3** **=** (Để cài đặt ban đầu, đơn vị đo góc là độ).

MODE **2** (Để cài đặt tính toán với số phức)

1 **SHIFT** **(-)** **120** **+** **√** **3** **SHIFT** **(-)** **30**

Bấm **SHIFT** **+** **=** sẽ được $A = 2$.

Bấm **SHIFT** **=** sẽ được $\varphi = 60$

Nghĩa là biên độ $A = 2$ cm và pha ban đầu $\varphi = 60^\circ$ nên ta sẽ chọn B.

Chú ý : Nếu hai dao động thành phần có cùng biên độ thì ta nên dùng phương pháp lượng

giác: $x = a \cos(\omega t + \varphi_1) + a \cos(\omega t + \varphi_2) = 2a \cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$

Ví dụ 6: Phương trình dao động tổng hợp của 2 dao động thành phần cùng phương cùng tần số: $x_1 = 4\cos(100t)$ (cm); $x_2 = 4\cos(100t + \pi/2)$ (cm) là

- A.** $x = 4\cos(100t + \pi/4)$ (cm). **B.** $x = 4\sqrt{2} \cos(100t + \pi/8)$ (cm)
C. $x = 4\sqrt{2} \cos(100t + \pi/4)$ (cm). **D.** $x = 4\cos(100t + 3\pi/4)$ (cm).

Hướng dẫn

$$x = x_1 + x_2 = 2.4 \cos\frac{\pi}{4} \cos\left(100t + \frac{\pi}{4}\right) = 4\sqrt{2} \cos\left(100t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Ví dụ 7: Biên độ dao động tổng hợp của ba dao động

$x_1 = 4\sqrt{2} \cos 4\pi t$ (cm), $x_2 = 4\cos(4\pi t + 0,75\pi)$ (cm) và $x_3 = 3\cos(4\pi t + 0,25\pi)$ (cm) là

- A.** 7cm. **B.** $8\sqrt{2}$ cm. **C.** 8 cm. **D.** $7\sqrt{2}$ cm

Hướng dẫn

Cách 1: Phương pháp cộng các hàm lượng giác

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

$$x = \cos \omega t (A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots) - \sin \omega t (A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots) \times$$

$$x = \cos 4\pi t \left(4\sqrt{2} \cos 0 + 4 \cos \frac{3\pi}{4} + 3 \cos \frac{\pi}{4} \right) - \sin 4\pi t \left(4\sqrt{2} \sin 0 + 4 \sin \frac{3\pi}{4} + 3 \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$x = 3,5\sqrt{2} \cos 5t - 3,5\sqrt{2} \sin 5t = 7 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)} \Rightarrow A = 7 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Cách 2: Phương pháp cộng số phức:

$$x = x_1 + x_2 + \dots = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 + \dots$$

$$x = 4\sqrt{2} \angle 0 + 4 \angle \frac{3\pi}{4} + 3 \angle \frac{\pi}{4} = 7 \angle \frac{1}{4} \pi \Rightarrow \text{Chọn A}$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

$\boxed{\text{Shift}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{4}$ (Để chọn đơn vị góc là radian)

$\boxed{\text{MODE}}\boxed{2}$ (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$4\sqrt{2}\boxed{\text{Shift}}\boxed{(-)}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{\text{Shift}}\boxed{(-)}\boxed{\frac{3\pi}{4}}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{\text{Shift}}\boxed{(-)}\boxed{\frac{\pi}{4}}$

(Màn hình máy tính sẽ hiển thị: $4\sqrt{2}\angle 0 + 4\angle \frac{3\pi}{4} + 3\angle \frac{\pi}{4}$)

$\boxed{\text{Shift}}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{=}$

Màn hình sẽ hiện kết quả: $7\angle \frac{1}{4}\pi$.

Nghĩa là biên độ $A = 7$ cm và pha ban đầu $\varphi = \frac{\pi}{4}$ nên ta sẽ chọn A.

(Pha ban đầu bằng 0 thì chỉ cần nhập $4\sqrt{2}\angle \frac{3\pi}{4} + 3\angle \frac{\pi}{4}$ vẫn được kết quả như trên).

Dùng máy tính Casio fx 570– MS, bấm như sau:

$\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{3}\boxed{=}$ (Để cài đặt ban đầu, đơn vị đo góc là độ).

$\boxed{\text{MODE}}\boxed{2}$ (Để cài đặt tính toán với số phức).

$4\sqrt{2}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\boxed{135}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\boxed{45}$

Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{+}\boxed{=}$ sẽ được $A = 7$

Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{=}$ sẽ được $\varphi = 45^\circ$

Nghĩa là biên độ $A = 7$ cm và pha ban đầu $\varphi = 45^\circ$ nên ta sẽ chọn A.

Ví dụ 8: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng pha cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = 5\cos(2\pi t + \varphi)$ cm; $x_2 = 3\cos(2\pi t - \pi)$ cm; $x_3 = 4\cos(2\pi t - 5\pi/6)$ cm, với $0 < \varphi < \pi/2$ và $\tan \varphi = 4/3$. Phương trình dao động tổng hợp là

A. $x = 4\sqrt{3}\cos(2\pi t + 5\pi/6)$ cm.

B. $x = 3\sqrt{3}\cos(2\pi t - 2\pi/3)$ cm.

C. $x = 4\cos(2\pi t + 5\pi/6)$ cm.

D. $x = 3\cos(2\pi t - 5\pi/6)$ cm.

Hướng dẫn

$$5\angle \arctan \frac{4}{3} + 3\angle -\pi + 4\angle -\frac{5\pi}{6} = 4\angle \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

$\boxed{\text{Shift}}\boxed{(-)}\boxed{\text{Shift}}\boxed{\tan}\boxed{\frac{4}{3}}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{\text{Shift}}\boxed{(-)}\boxed{-\pi}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{\text{Shift}}\boxed{(-)}\boxed{\frac{-5\pi}{6}}$

$\boxed{\text{Shift}}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{=}$

Màn hình sẽ hiện kết quả: $4\angle \frac{5}{6}\pi$.

Ví dụ 9: Vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương có phương trình $x_1 = 8\cos(20t - \pi/3)$ cm và $x_2 = 3\cos(20t + \pi/3)$ cm (với t đo bằng giây). Tính gia tốc cực đại, tốc độ cực đại và vận tốc của vật khi nó vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm.

Hướng dẫn

Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \sqrt{64 + 9 + 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cos \frac{2\pi}{3}} = 7 \text{ (cm)}$$

Gia tốc cực đại và tốc độ cực đại:
$$\begin{cases} a_{\max} = \omega^2 A = 20^2 A = 20^2 \cdot 7 = 2800 \text{ (cm/s}^2\text{)} \\ v_{\max} = \omega A = 20 \cdot 7 = 140 \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

Vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm, tức là vị trí đó cách vị trí cân bằng: $|x| = 7 - 2 = 5 \text{ (cm)}$.

Vận tốc tính theo công thức: $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pm 20 \sqrt{7^2 - 5^2} = \pm 40 \sqrt{6} \text{ (cm/s)}$ (cm/s).

Ví dụ 10: Một vật có khối lượng 0,5 kg thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng thương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 2\sqrt{3} \cos(10t + \pi/3) \text{ cm}$, $x_2 = 4 \cos(10t + \pi/6) \text{ cm}$, $x_3 = 8 \cos(10t - \pi/2) \text{ cm}$ (với t đo bằng s). Tính cơ năng dao động và độ lớn gia tốc của vật ở vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm.

Hướng dẫn

Tổng hợp theo phương pháp cộng số phức: $2\sqrt{3} \angle \frac{\pi}{3} + 4 \angle \frac{\pi}{6} + 8 \angle \overset{\text{shift } 23=}{-\frac{\pi}{2}} = 6 \angle -\frac{1}{6} \pi$

Biên độ dao động tổng hợp là 6 cm nên cơ năng dao động:

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 102 \cdot 0,062 = 0,09 \text{ (J)}$$

Vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm, tức là vị trí đó cách vị trí cân bằng: $|x| = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)}$.

Độ lớn gia tốc của vật tính theo công thức: $|a| = \omega^2 |x| = 10^2 \cdot 4 = 400 \text{ (cm/s}^2\text{)}$

Ví dụ 11: Một vật tham gia đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương cùng tần số và vuông pha với nhau. Nếu chỉ tham gia dao động thứ nhất thì cơ năng dao động là W_1 . Nếu chỉ tham gia dao động thứ hai thì cơ năng dao động là W_2 . Nếu tham gia đồng thời 2 dao động thì cơ năng dao động là

- A. $0,5(W_1 + W_2)$. B. $(W_1 + W_2)$. C. $(W_1^2 + W_2^2)^{0,5}$. D. $0,5(W_1^2 + W_2^2)^{0,5}$

Hướng dẫn

Cả hai dao động vuông pha nên biên độ dao động tổng hợp: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Cơ năng dao động: $W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A_1^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 A_2^2 = W_1 + W_2 \Rightarrow$ Chọn B

Ví dụ 12: Một vật nhỏ có chuyển động là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương. Hai dao động này có phương trình là $x_1 = A_1 \cos \omega t$; $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \pi/3)$. Gọi W là cơ năng của vật.

Khối lượng của vật bằng

- A. $\frac{W}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$. B. $\frac{W}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2 - A_1 A_2)}$.
 C. $\frac{W}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$. D. $\frac{2W}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2)}$

Hướng dẫn

Biên độ dao động tổng hợp: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{\pi}{3}} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_1A_2}$

Cơ năng dao động: $W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow m = \frac{2W}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2)} \Rightarrow$ Chọn D.

Ví dụ 13: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình $x_1 = 2\cos(2\pi t + \pi/2)$ (cm) và $x_2 = 2\sin(2\pi t - \pi/2)$ (cm). Tính quãng đường đi được từ thời điểm $t = 4,25$ s đến $t = 4,375$ s.

- A. 10 cm. B. 9 cm. C. 6 cm. D. 2 cm.

Hướng dẫn

Phương trình dao động tổng hợp:

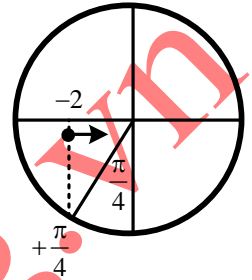
$$x = x_1 + x_2 = 2\cos(2\pi t + \pi/2) + 2\sin(2\pi t - \pi/2)$$

$$2\angle \frac{\pi}{2} + 2\angle -\pi \xrightarrow{\text{Shift } 23} 2\sqrt{2}\angle \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}\cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \Phi = 2\pi t + \frac{3\pi}{4}$$

$$\Phi_1 = 2\pi \cdot 4,25 + \frac{3\pi}{4} = 4,2\pi + \pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Delta\Phi = 2\pi(4,375 - 4,25) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow S = 2 \text{ (cm)}$$



Chú ý:

1) Lực kéo về cực đại: $F_{\max} = kA = m\omega^2 A$

2) Lực đàn hồi cực đại: $F_{\text{dh max}} = k|\Delta\ell_0 + A|$

Trong đó $\Delta\ell_0$ là độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng:
$$\begin{cases} \Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} \\ \Delta\ell_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} \end{cases}$$

Ví dụ 14: Con lắc lò xo gồm vật nhỏ nặng 1 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà theo phương ngang, theo các phương trình: $x_1 = 5\cos\pi t$ (cm) và $x_2 = 5\sin\pi t$ (cm) (Gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, t đo bằng giây, lấy $\pi^2 = 10$). Lực cực đại mà lò xo tác dụng lên vật là

- A. $50\sqrt{2}$ N. B. $0,5\sqrt{2}$ N. C. $25\sqrt{2}$ N. D. $0,25\sqrt{2}$ N.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} x_1 = 5\cos\pi t \\ x_2 = 5\sin\pi t = 5\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 0,05\sqrt{2} \text{ (cm)} \\ k = m\omega^2 = 10 \text{ (N/m)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{\max} = k(\Delta\ell_0 + A) = 10(0 + 0,005\sqrt{2}) = 0,5\sqrt{2} \text{ (N)} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

Ví dụ 15: Con lắc lò xo gồm vật nhỏ nặng 1 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà theo phương thẳng đứng, theo các phương trình: $x_1 = 5\sqrt{2}\cos 10t$ (cm) và $x_2 = 5\sqrt{2}\sin 10t$ (cm) (Gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, t đo bằng giây và lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$). Lực cực đại mà lò xo tác dụng lên vật là

- A. 10N. B. 20 N. C. 25 N. D. 0,25 N.

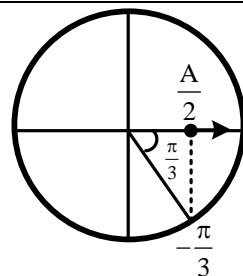
Hướng dẫn

$$\begin{cases} x_1 = 5\sqrt{2} \cos 10t \\ x_2 = 5\sqrt{2} \sin 10t = 5\sqrt{2} \cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$k = m\omega^2 = 100(\text{N/m}) \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,1(\text{m})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 10(\text{cm}) = 0,1(\text{m}) \\ F_{\max} = k(\Delta l_0 + A) = 100(0,1 + 0,1) = 20(\text{N}) \end{cases}$$

⇒ Chọn B.



Chú ý: Giả sử ở thời điểm nào đó $x = \frac{A}{n}$ và đang tăng (giảm) để tính giá trị x_1 và x_2 và có thể: Dùng phương pháp vectơ quay; Giải phương trình lượng giác.

Ví dụ 16: Hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình $x_1 = 6\cos(10t + \pi/6)$ (cm) và $x_2 = 6\cos(10t + 5\pi/6)$ (cm). Tại thời điểm li độ dao động tổng hợp là 3 cm và đang tăng thì li độ của dao động thứ hai là bao nhiêu?

A. 10cm.

B. 9cm.

C. 6cm.

D. - 3cm.

Hướng dẫn

Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = x_1 + x_2 = 6\cos\frac{\pi}{36} + 6\cos\frac{5\pi}{6} = 6\cos\frac{\pi}{2} = 6\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm})$$

Vì $x = 3$ cm và đang tăng nên pha dao động bằng (ở nửa dưới vòng tròn $10t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 10t = -\frac{5\pi}{6}$

$$\Rightarrow x_2 = 6\cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) = 6\cos\left(-\frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}\right) = 6(\text{cm})$$

⇒ Chọn C.

Chú ý:

1) Hai thời điểm cùng pha cách nhau một khoảng thời gian kT

$$t_2 - t_1 = kt \Rightarrow \Delta\varphi = k2\pi \Rightarrow x_{t_1} = x_{t_2}$$

2) Hai thời điểm ngược pha nhau cách nhau một khoảng $(2k + 1)\frac{T}{2}$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = (2k + 1)\pi \Rightarrow x_{t_1} = -x_{t_2}$$

3) Hai thời điểm vuông pha nhau cách nhau một khoảng $(2k + 1)\frac{T}{4}$

$$t_2 - t_1 = (2k + 1)\frac{T}{4} \Rightarrow \Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \sqrt{x_{t_1}^2 + x_{t_2}^2}$$

Ví dụ 17: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng pha cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = A_1\cos(2\pi t + 2\pi/3)$ (cm), $x_2 = A_2\cos(2\pi t)$ (cm), $x_3 = A_3\cos(2\pi t - 2\pi/3)$ (cm). Tại thời điểm t_1 các giá trị li độ $x_1(t_1) = -10$ cm, $x_2(t_1) = 40$ cm, $x_3(t_1) = -20$ cm. Thời điểm $t_2 = t_1 + T/4$ các giá trị li độ $x_1(t_2) = -10\sqrt{3}$ cm, $x_2(t_2) = 0$ cm, $x_3(t_2) = 20\sqrt{3}$ cm. Tìm phương trình của dao động tổng hợp?

A. $x = 30\cos(2\pi t + \pi/3)$ (cm).

B. $x = 20\cos(2\pi t - \pi/3)$ (cm).

C. $x = 40\cos(2\pi t + \pi/3)$ (cm).

D. $x = 20\sqrt{2} \cos(2\pi t - \pi/3)$ (cm).

Hướng dẫn

Hai thời điểm t_2 và t_1 vuông pha nên biên độ tính theo công thức:

$$A = \sqrt{x_{t_1}^2 + x_{t_2}^2} \quad A_1 = \sqrt{x_{1(t_1)}^2 + x_{1(t_2)}^2} = 20(\text{cm}); \quad A_2 = \sqrt{x_{2(t_1)}^2 + x_{2(t_2)}^2} = 40(\text{cm})$$

$$A_3 = \sqrt{x_{3(t_1)}^2 + x_{3(t_2)}^2} = 40(\text{cm})$$

Tổng hợp theo phương pháp cộng số phức: $x = x_1 + x_2 + x_3 = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 + A_3 \angle \varphi_3$

$$20 \angle \frac{2\pi}{3} + 40 + 40 \angle -\frac{2\pi}{3} = 20 \angle -\frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 20 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Chú ý: Nếu bài toán cho biết trạng thái của hai dao động thành phần ở cùng một thời điểm nào đó, yêu cầu tìm trạng thái của dao động tổng hợp thì có thể làm thì hai cách (vòng tròn lượng giác và giải phương trình lượng giác).

Ví dụ 18: Hai dao động điều hòa (1) và (2) cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ 4 cm. Tại một thời điểm nào đó, dao động (1) có li độ $2\sqrt{3}$ cm, đang chuyển động ngược chiều dương, còn dao động (2) có li độ 2 cm theo chiều dương. Lúc đó, dao động tổng hợp của hai dao động trên có li độ bao nhiêu và đang chuyển động theo chiều nào?

- A. $x = 8$ cm và chuyển động ngược chiều dương.
- B. $x = 5,46$ và chuyển động ngược chiều dương
- C. $x = 5,46$ cm và chuyển động theo chiều dương.
- D. $x = 8$ cm và chuyển động theo chiều dương.

Hướng dẫn

Cách 1: Chọn thời điểm khảo sát là thời điểm ban đầu $t = 0$ thì phương trình dao động của các

chất điểm lần lượt là:
$$\begin{cases} x_1 = 4 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \\ x_2 = 4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

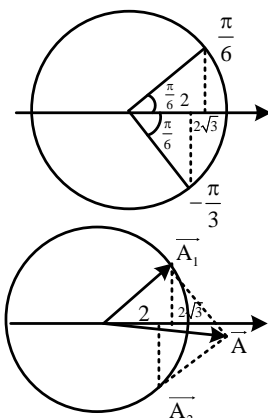
Phương trình dao động tổng hợp (bằng phương pháp cộng các hàm lượng giác):

$$x = x_1 + x_2 = 4 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + 4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$x = 2.4 \cos \frac{\pi}{4} . \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right)$$

$$x = 4\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right) (\text{cm})$$

Tại thời điểm ban đầu li độ tổng hợp $x_0 = x_{01} + x_{02} = 2\sqrt{3} + 2 \approx 5,46 \text{cm}$. Pha ban đầu của dao động tổng hợp $-\frac{\pi}{12}$ thuộc góc phần tư thứ IV nên vật đang chuyển động theo chiều dương \Rightarrow Chọn B.

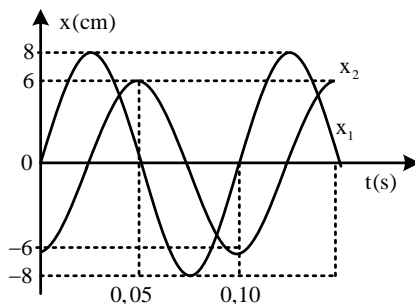


Cách 2:

Li độ tổng hợp $x = x_1 + x_2 = 2\sqrt{3} + 2 \approx 5,46$ cm. Véc tơ tổng hợp $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ nằm ở góc phần tư thứ IV nên hình chiếu chuyển động theo chiều dương.

Ví dụ 19: Hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số cùng vị trí cân bằng, li độ x_1 và x_2 phụ thuộc thời gian theo đồ thị sau đây. Tổng tốc độ có giá trị lớn nhất là

- A. 280π (cm/s).
- B. 200π (cm/s)
- C. 140π (cm/s).
- D. 160π (cm/s).



Hướng dẫn

Phương trình tổng tốc độ của các vật:
$$\begin{cases} x_1 = 8 \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)} \\ x_2 = 6 \cos(20\pi t + \pi) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Phương trình vận tốc của các vật:
$$\begin{cases} v_1 = \dot{x}_1 = -160 \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm/s)} \\ v_2 = \dot{x}_2 = -120 \sin(200\pi t + \pi) \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

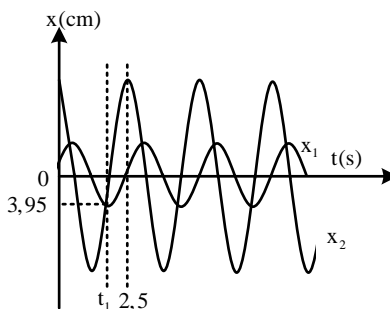
$$\begin{cases} v_1 = \dot{x}_1 = 160\pi \cos 20\pi t \text{ (cm/s)} \\ v_2 = -\dot{x}_2 = 120\pi \sin 20\pi t \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

Phương trình tổng tốc độ của các vật: $|v| = |v_1| + |v_2| = |160\pi \cos 20\pi t| + |120\pi \sin 20\pi t|$
 $\leq \sqrt{(160\pi)^2 + (120\pi)^2} \sqrt{\cos^2 20\pi t + \sin^2 20\pi t} = 200\pi \text{ (cm/s)}$

Dấu bằng xảy ra khi $|\tan 20\pi t| = \frac{4}{3} \Rightarrow$ Chọn B

Ví dụ 20: Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng chu kỳ T mà đồ thị x_1 và x_2 phụ thuộc thời gian biểu diễn trên hình vẽ. Biết $x_2 = v_1 T$, tốc độ cực đại của chất điểm là 53,4 cm/s. Giá trị T gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 2,56 s.
- B. 2,99 s.
- C. 2,75 s.
- D. 2,64 s.

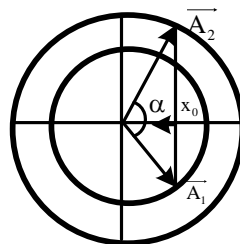


Hướng dẫn

Cách 1:

* Trường hợp này vuông pha nên:

$$\begin{cases} A_{th} = \sqrt{A^2 + (2\pi A)^2} = A\sqrt{1 + 4\pi^2} \\ v_{max} = \omega A_{th} = \omega A\sqrt{1 + 4\pi^2} \Rightarrow A = \frac{v_{max}}{\omega\sqrt{1 + 4\pi^2}} = \frac{v_{max} T}{2\pi\sqrt{1 + 4\pi^2}} \end{cases}$$



$$|x_0| = \frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2}} = \frac{2\pi A^2}{A\sqrt{1+4\pi^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{1+4\pi^2}} \frac{v_{\max} T}{2\pi\sqrt{1+4\pi^2}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{|x_0|(1+4\pi^2)}{v_{\max}} \approx 2,99(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Cách 2:

Để thấy x_1 sớm pha hơn x_2 là $\pi/2$.

Chọn lại mốc thời gian là lúc $t = 2,5$ s thì:

$$\begin{cases} x_1 = A \sin \omega t \\ x_2 = v_1 T = \frac{2\pi}{\omega} A \cos \omega t = 2\pi A \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_{\text{th}} = \sqrt{A^2 + (2\pi A)^2} = A\sqrt{1+4\pi^2} \\ v_{\max} = \omega A_{\text{th}} = \omega A\sqrt{1+4\pi^2} \end{cases}$$

$$\text{Thay số: } 53,4 = \omega A\sqrt{1+4\pi^2} \Rightarrow \omega A = \frac{53,4}{\sqrt{1+4\pi^2}}$$

Tại thời điểm $t = -t_1$ thì $x_1 = x_2 = -3,95$ cm

$$A \sin(-\omega t_1) = 2\pi A \cos(-\omega t_1) = -3,95$$

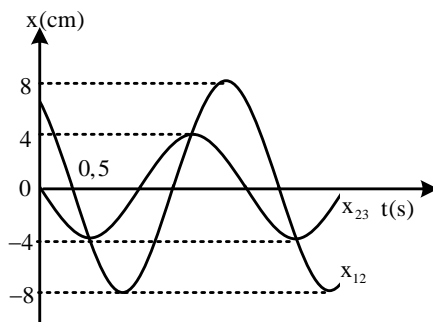
$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \omega t_1 = -2\pi \\ A = \frac{-3,95}{\sin(-\omega t_1)} = \frac{-3,95}{\sin(-\arctan(-2\pi) + \pi)} = 4(\text{cm}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{53,4} A\sqrt{1+4\pi^2} \approx 2,99(\text{s})$$

\Rightarrow Chọn B.

Ví dụ 21 : Cho ba dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = 1,5a \cos \omega t$ (cm); $x_2 = A_2 \cos \omega t + \phi_2$ (cm) và $x_3 = a \cos(\omega t + \pi)$ (cm). Gọi $x_{12} = x_1 + x_2$ và $x_{23} = x_2 + x_3$. Biết đồ thị sự phụ thuộc x_{12} và x_{23} theo thời gian như hình vẽ. Tính A_2 .

- A. $A_2 = 3,17$ cm.
- B. $A_2 = 6,15$ cm
- C. $A_2 = 4,87$ cm
- D. $A_2 = 8,25$ cm



Hướng dẫn

Từ đồ thị: $T/4 = 0,5\text{s} \Rightarrow T = 2\text{s} \Rightarrow \omega = 2\pi/T = \pi(\text{rad/s})$

Tại thời điểm $t = 0,5\text{s}$ đồ thị x_{12} ở vị trí biên âm đi xuống và đồ thị x_{23} ở vị trí biên âm

$$\begin{cases} x_{12} = 8 \cos\left(\pi(t-0,5) + \frac{2\pi}{3}\right) = 8 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm}) \\ x_{23} = 4 \cos\left(\pi(t-0,5) + \pi\right) = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 - x_3 = x_{12} - x_{23} = 8\cos\frac{\pi}{6} - 4\cos\frac{\pi}{2} = 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cos \pi t (\text{cm})$$

Mặt khác: $x_1 - x_3 = 1,5a \cos \omega t - a \cos(\omega t + \pi) = 2,5a \cos \omega t$ nên $2,5a = 4\sqrt{3}$

$$\Rightarrow a = 1,6\sqrt{3}(\text{cm}) \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 1,5a = 2,4\sqrt{3}(\text{cm}) \\ A_3 = a = 1,6\sqrt{3}(\text{cm}) \end{cases}$$

Tương tự: $x_{31} = x_1 + x_3 = 1,5a \cos \omega t + a \cos(\omega t + \pi) = 0,8\sqrt{3} \cos \omega t(\text{cm})$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{x_{12} + x_{23} - x_{31}}{2} = \frac{8\angle\frac{\pi}{6} + 4\angle\frac{\pi}{2} - 0,8\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{37}}{5} < 0,965$$

$$\Rightarrow A_2 = \frac{4\sqrt{37}}{5} \approx 4,87(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Ví dụ 22: Hai con lắc lò xo giống hệt nhau. Kích thích cho hai con lắc dao động điều hòa với biên độ lần lượt là $3A$ và A dao động cùng pha. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng của hai con lắc. Khi động năng của con lắc thứ nhất là $0,72 \text{ J}$ thì thế năng của con lắc thứ hai là $0,24 \text{ J}$. Hỏi khi thế năng của con lắc thứ nhất là $0,18 \text{ J}$ thì động năng của con lắc thứ hai là bao nhiêu?

- A. $0,32 \text{ J}$ B. $0,30 \text{ J}$ C. $0,08 \text{ J}$ D. $0,31 \text{ J}$

Hướng dẫn

* Tại mọi thời điểm $x_1 = 3x_2$ và $v_1 = 3v_2$ Suy ra $W_{t1} = 9W_{t2}$ và $W_{d1} = 9W_{d2}$

* Khi $W_{d1} = 0,72 \text{ J} \Rightarrow W_{d2} = W_{d1} / 9 = 0,08 \text{ J} \Rightarrow W_2 = W_{d2} + W_{t2} = 0,32(\text{J})$.

* Khi $W_{t1} = 0,09 \text{ J} \Rightarrow W_{t2} = W_{t1} / 9 = 0,01 \text{ J} \Rightarrow W_{d2} = W_2 - W_{t2} = 0,31 \text{ J} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 : Một vật thực hiện đồng thời Hai dao động điều hòa cùng phương, theo các phương trình $x_1 = 4\sin(\pi t + \alpha)$ cm và $x_2 = 4\sqrt{3} \cos \pi t$ cm. Nếu biên độ dao động tổng hợp đạt giá trị nhỏ nhất thì α có thể bằng?

- A. $\pi/2$. B. $\pi/4$. C. π . D. $3\pi/2$.

Bài 2: Một vật thực hiện đồng thời Hai dao động điều hòa cùng phương, theo các phương trình $x_1 = 4\sin(\pi t + \alpha)$ cm và $x_2 = 4\sqrt{3} \cos \pi t$ cm. Nếu biên độ dao động tổng hợp đạt giá trị lớn nhất thì α có thể bằng

- A. $\pi/2$. B. $\pi/4$. C. π . D. $3\pi/2$.

Bài 3: Phương trình dao động điều hoà một vật có dạng $x = 6.\sin 5t + 8.\cos 5t$ (cm). Biên độ dao động của vật là

- A. 5 cm . B. 9 cm . C. 10 cm . D. 11 cm .

Bài 4: Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 2\sin(\omega t - \pi/3)$ cm, $x_2 = \cos(\omega t + \pi/6)$ cm. Phương trình dao động

- A. $x = 2\cos(\omega t - \pi/3)$ cm. B. $x = \cos(\omega t - 5\pi/6)$ cm.
C. $x = \cos(\omega t - \pi/6)$ cm. D. $x = 2\cos(\omega t - \pi/6)$ cm.

Bài 5: Toạ độ của một chất điểm chuyển động trên trục Ox phụ thuộc vào thời gian theo phương trình: $x = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$ trong đó A_1, A_2, ω là các hằng số đã biết. Chất điểm

A. dao động điều hoà với tần số góc ω , biên độ $A^2 = A_1^2 + A_2^2$, pha ban đầu φ (dạng \cos) với $\tan \varphi = -A_1/A_2$.

B. dao động điều hoà với tần số góc ω , biên độ $A^2 = A_1^2 + A_2^2$, pha ban đầu φ (dạng \cos) với $\tan \varphi = -A_1/A_2$.

C. không dao động điều hoà, chỉ chuyển động tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi/\omega$.

D. dao động điều hoà nhưng không xác định được tần số, biên độ và pha ban đầu.

Bài 6: Cho hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số, biên độ bằng nhau và pha ban đầu lần lượt là $\varphi_1 = \pi/6$; $\varphi_2 = 5\pi/6$. Pha ban đầu của dao động tổng hợp là:

- A. $\pi/2$. B. $\pi/3$. C. $-\pi/2$. D. $2\pi/3$.

Bài 7: Cho hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số, biên độ lần lượt là $a\sqrt{3}$ và a và pha ban đầu tương ứng $\pi/2$ và π . Pha ban đầu của dao động tổng hợp là

- A. $5\pi/6$. B. $-\pi/3$. C. $-\pi/6$. D. $2\pi/3$.

Bài 8: Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà, cùng phương cùng tần số: $x_1 = 5\cos(\omega t + 5\pi/6)$ (cm) và $x_2 = 10\sin\omega t$ (cm). Dao động tổng hợp có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Giá trị của φ là

- A. $\pi/3$ rad. B. $-2\pi/3$ rad. C. $-5\pi/6$ rad D. $\pi/6$ rad.

Bài 9: Hai dao động cơ học điều hoà cùng phương, cùng tần số góc $\omega = 50$ rad/s, có biên độ lần lượt là 100 mm và 173 mm, dao động thứ hai trễ pha $\pi/2$ so với dao động thứ nhất (có dạng hàm cos). Xác định dao động tổng hợp (xem pha dao động thứ nhất bằng 0).

- A. $x = 4\cos(50t - \pi/2)$ cm. B. $x = 5\cos(50t - \pi/2)$ cm.
C. $x = 20\cos(50t - \pi/3)$ cm. D. $x = 20\cos(50t - \pi/6)$ cm.

Bài 10: Hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = 5\cos(2t - \pi/6)$ cm; $x_2 = 5\cos(2t - \pi/2)$ cm. Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ

- A. 5 cm. B. $5\sqrt{3}$ cm. C. 10 cm. D. $5\sqrt{2}$ cm.

Bài 11: Hai dao động điều hoà cùng tần số và có độ lệch pha $\pi/2$, biên độ của chúng lần lượt là 3 cm, 4 cm. Biên độ dao động tổng hợp là :

- A. 5 cm B. 4m C. 3 cm D. 7 cm

Bài 12: Hai dao động điều hoà cùng phương có biên độ đều bằng 4 cm nhưng pha ban đầu lần lượt là $-\pi/6$ và $-\pi/2$. Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ là

- A. $4\sqrt{3}$ cm. B. 4cm. C. $2\sqrt{2}$ cm. D. $2\sqrt{3}$ cm.

Bài 13: Cho hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình dao động lần lượt là $x_1 = 3\sqrt{3}\sin(5\pi t + \pi/2)$ cm, $x_2 = 9\sqrt{3}\sin(5\pi t - \pi/2)$ cm. Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động bằng

- A. $6\sqrt{3}$ cm. B. $\sqrt{3}$ cm. C. 0 cm. D. $3\sqrt{3}$ cm.

Bài 14: Một vật chịu đồng thời Hai tác nhân kích thích dao động với các dao động riêng phần mà Hai tác dụng ấy gây ra độc lập có phương trình là $x_1 = 3\cos(10\pi t - \pi/6)$ cm và $x_2 = 5\sin(10\pi t)$ cm. Dao động tổng hợp mà vật này thực hiện là dao động

- A. điều hoà với biên độ bằng 4,36 cm. B. điều hoà với biên độ bằng 7 cm.
C. điều hoà với biên độ bằng 7,73 cm. D. không điều hoà.

Bài 15: Phương trình dao động tổng hợp của 2 dao động thành phần cùng phương cùng tần số: $x_1 = 4\cos(10t - \pi/6)$ (cm); $x_2 = 4\cos(\omega t + \pi/2)$ (cm) là

- A. $x = 4\cos(10t + \pi/4)$ (cm). B. $x = 4\sqrt{2}\cos(10t + \pi/8)$ (cm).
C. $x = 4\sqrt{2}\cos(10t + \pi/4)$ (cm). D. $x = 4\cos(10t + \pi/6)$ (cm).

Bài 16: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = \sqrt{3}\cos(\omega t - \pi/2)$ cm, $x_2 = \cos(\omega t)$ cm. Phương trình dao động tổng hợp là

- A. $x = 2\cos(\omega t - \pi/3)$ cm. B. $x = 2\cos(\omega t + 2\omega/3)$ cm.
C. $x = 2\cos(\omega t + 5\pi/6)$ cm. D. $x = 2\cos(\omega t - \omega/6)$ cm.

Bài 17: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 0,5\sqrt{3}\cos(\omega t)$ cm; $x_2 = \cos(\omega t + \pi/2)$ cm; $x_3 = \cos(\omega t + 5\pi/6)$ cm. Biên độ dao động tổng hợp:

- A. 1,5 cm. B. 2 cm. C. 1 cm. D. 0,5 cm.

Bài 18: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 1,5\cos(\omega t)$ cm, $x_2 = 0,5\sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/2)$ cm, $x_3 = \sqrt{3}\cos(\omega t + 5\pi/6)$ cm. Biên độ dao động tổng hợp là:

- A. $\sqrt{3}$ cm. B. $(\sqrt{3}/3)$ cm. C. 72 cm. D. 2 cm.

Bài 19: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 4\sqrt{2}\cos(2t + \pi/4)$ cm, $x_2 = 4\cos(2t - \pi/2)$ cm, $x_3 = 5\cos(2t + \pi)$ cm. Biên độ dao động tổng hợp là

- A. 1cm. B. 2cm. C. $\sqrt{2}$ cm. D. $2\sqrt{2}$ cm.

Bài 20: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 4\cos(2\pi t + \pi/2)$ cm, $x_2 = 3\cos(2\pi t - \pi)$ cm, $x_3 = 8\cos(2\pi t - \pi/2)$ cm. Biên độ dao động tổng hợp là

- A. 5cm B. 2cm C. $\sqrt{2}$ cm. D. $2\sqrt{2}$ cm.

Bài 21: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 2\sqrt{3}\cos(2\pi t + \pi/3)$ cm, $x_2 = 4\cos(2\pi t + \pi/6)$ cm, $x_3 = 8\cos(2\pi t - \pi/2)$ cm. Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp (dạng cos) là:

- A. 12 (cm) và $\pi/3$. B. 16 (cm) và $\pi/6$.
C. 8 (cm) và $-\pi/6$. D. 6 (cm) và $-\pi/6$.

Bài 22: Có bốn dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có biên độ và pha ban đầu là $A_1 = 8$ cm; $A_2 = 6$ cm; $A_3 = 4$ cm; $A_4 = 2$ cm và $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \pi/2$; $\varphi_3 = \pi$; $\varphi_4 = 3\pi/2$. Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp là:

- A. $4\sqrt{2}$ (cm) và $\pi/4$. B. $4\sqrt{2}$ (cm) và $3\pi/4$.
C. $4\sqrt{3}$ (cm) và $-\pi/4$. D. $4\sqrt{3}$ (cm) và $-3\pi/4$.

Bài 23: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình lần lượt là $x_1 = 4\cos(0,1t - \pi/6)$ (cm) và $x_2 = 4\cos(0,1t - \pi/2)$ (cm) (t đo bằng mili giây). Tốc độ cực đại của vật là

- A. $2\sqrt{3}$ cm/s. B. $0,4\sqrt{3}$ cm/s. C. 2/2 cm/s. D. $4\sqrt{3}$ m/s.

Bài 24: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, có phương trình lần lượt là $x_1 = 2.\sin(10t - \pi/3)$ (cm); $x_2 = \cos(10t + \pi/6)$ (cm) (t đo bằng giây). Xác định vận tốc cực đại của vật.

- A. 5 (cm/s). B. 20 (cm). C. $10\sqrt{5}$ (cm/s). D. 10 (cm/s).

Bài 25: Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, hai dao động này có phương trình lần lượt là $x_1 = 3\cos(30t + \pi/4)$ cm và $x_2 = 4\cos(30t + 3\pi/4)$ cm (với t đo bằng giây). Tốc độ của vật khi qua vị trí cân bằng là

- A. 1,5 m/s. B. 0,3 m/s. C. 0,3 cm/s. D. 1,5cm/s.

Bài 26: Một vật đồng thời thực hiện hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có phương trình: $x_1 = 4\sin(8t + \pi/6)$ cm; $x_2 = 4\cos(8t)$ cm (t đo bằng giây). Tốc độ cực đại của vật là

- A. $32\sqrt{3}$ (cm/s) B. 32 (cm/s). C. 61,8 (cm/s). D. 16,6 (cm/s).

Bài 27: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 1,5\cos(5t)$ cm, $x_2 = 0,5\sqrt{3}\cos(5t + \pi/2)$ cm, $x_3 = \sqrt{3}\cos(5t + 5\pi/6)$ cm (t đo bằng giây). Vận tốc cực đại của vật

- A. $5\sqrt{2}$ cm/s. B. $(5\sqrt{3}/3)$ cm/s. C. $5\sqrt{3}$ cm/s. D. 15 cm/s.

Bài 28: Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương có phương trình dao động: $x_1 = 2\sqrt{3}\cos(2t + \pi/3)$ cm, $x_2 = 4\cos(2t + \pi/6)$ cm và $x_3 = 8\cos(2t - \pi/2)$ cm. Tốc độ cực đại của vật là

- A. 12 cm/s. B. 12 m/s. C. 16 cm/s. D. 16 m/s.

Bài 29: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 4\sqrt{2} \cos(5t - \pi/4)$ cm; $x_2 = 3\cos(5t + \pi/2)$ cm ; $x_3 = 5\cos(5t + \pi)$ cm. Tốc độ cực đại của vật là

- A. 10 (cm/s). B. $5\sqrt{2}$ (cm/s). C. $8\sqrt{2}$ (cm/s) D. 8 (cm/s).

Bài 30: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 2\sqrt{3} \cos(2\pi t + \pi/3)$ cm; $x_2 = 4\cos(2\pi t + \pi/6)$ cm ; $x_3 = 8\cos(2\pi t - \pi/2)$ cm. Dao động tổng hợp $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Tốc độ cực đại của vật và φ là

- A. 12π (cm/s) và $\pi/3$. B. 16π (cm/s) và $\pi/6$.
C. 16π (cm/s) và $-\pi/6$. D. 12π (cm/s) và $-\pi/6$.

Bài 31: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số 10Hz có biên độ lần lượt là 7 cm và 8 cm. Độ lệch pha của hai dao động là $\pi/3$ (rad). Vận tốc của dao động tổng hợp tại li độ $x = 6,5$ cm là:

- A. $\pm 13\pi\sqrt{3}$ cm/s. B. $\pm 65\pi\sqrt{3}$ cm/s. C. $\pm 130\pi\sqrt{3}$ cm/s. D. $\pm 6,5\pi\sqrt{3}$ cm/s.

Bài 32: Vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương có phương trình $x_1 = 8\cos(20t - \pi/3)$ cm và $x_2 = 3\cos(20t + \pi/3)$ cm (với t đo bằng giây). Tính tốc độ của vật khi nó ở vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 4 cm.

- A. $20\sqrt{33}$ cm/s. B. $5/3$ cm/s. C. 140 cm/s. D. $40\sqrt{10}$ cm/s.

Bài 33: Một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng O, dọc theo trục Ox có li độ thoả mãn phương trình: $x = 4\cos(10t + \pi/6) + 4\cos(10t + \pi/2)$ cm (t đo bằng giây). Tính tốc độ của vật khi nó ở vị trí có li độ 6 cm.

- A. $10\sqrt{3}$ cm/s B. $5\sqrt{3}$ cm/s C. 20cm/s D. $20\sqrt{3}$ cm/s

Bài 34: Một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng O, dọc theo trục Ox có li độ thoả mãn phương trình: $x = (4/\sqrt{3}) \cdot \cos(2\pi t + \pi/6) + (4/\sqrt{3}) \cdot \cos(2\pi t + \pi/2)$ (cm) (t đo bằng giây). Tốc độ của vật khi nó ở vị trí li độ $x = \sqrt{3}$ (cm).

- A. 12,6 cm/s. B. 13,6 cm/s. C. 14,6 cm/s. D. 15,6 cm/s.

Bài 35: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều, cùng phương cùng tần số: $x_1 = 3\sin 10t$ (cm); $x_2 = 4\cos 10t$ (cm) (với t đo bằng s). Gia tốc cực đại của vật là:

- A. 3 m/s^2 . B. 30 cm/s^2 . C. 4 m/s^2 . D. 500 cm/s^2 .

Bài 36: (CĐ–2010) Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương. Hai dao động này có phương trình lần lượt là $x_1 = 3\cos 10t$ (cm) và $x_2 = 4\sin(10t + \pi/2)$ (cm). Gia tốc của vật có độ lớn cực đại bằng

- A. 7 m/s^2 . B. 1 m/s^2 . C. $0,7 \text{ m/s}^2$. D. 5 m/s^2 .

Bài 37: Một vật có khối lượng 1 (kg) tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số góc 10 (rad/s) với các biên độ 3 (cm) và 4 (cm) và các pha ban đầu tương ứng $\pi/2$ và π . Tính cơ năng dao động.

- A. 0,15J B. 0,25 J. C. 125000 J. D. 0,125 J.

Bài 38: Dao động của một chất điểm có khối lượng 200 g là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là $x_1 = 5\cos 10t$ và $x_2 = 10\cos 10t$ (x_1 và x_2 tính bằng cm, t tính bằng s). Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của chất điểm bằng

- A. 0,225 J. B. 225 J. C. 112,5 J. D. 0,1125 J.

Bài 39: Một vật có khối lượng 1 (kg) tham gia đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số góc 100 (rad/s) với các biên độ 1,5 cm; $0,5\sqrt{3}$ cm; $\sqrt{3}$ cm và các pha ban đầu tương ứng 0; $\pi/2$; $5\pi/6$. Tính cơ năng dao động.

- A. 0,15 J. B. 2J. C. 15000 J. D. 1,5 J.

Bài 40: Một vật có khối lượng 1 (kg) tham gia đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương cùng tần số góc 10 (rad/s). Biên độ của 2 dao động là $A_1 = A_2 = \sqrt{3}$ cm. Pha ban đầu của 2 dao động là $\pi/6$ và $5\pi/6$. Cơ năng dao động của vật là

- A. 0,03 J B. 0,015 J. C. 150 J. D. 0,02 J.

Bài 41: Một vật có khối lượng 0,5 (kg) tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 3\cos(10t - \pi/3)$ cm; $x_2 = 3\cos(10t + \pi/6)$ cm (t đo bằng giây). Cơ năng dao động của vật là

- A. 0,25 (J). B. 0,025 (J). C. 0,045 (J). D. 450 (J).

Bài 42: Chất điểm có khối lượng $m_1 = 200$ gam dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng của nó với phương trình dao động $x_1 = \sin(5\pi t + \pi/6)$ (cm) (t đo bằng giây). Chất điểm có khối lượng $m_2 = 100$ gam dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng của nó với phương trình dao động $x_2 = 5\sin(\pi t - \pi/6)$ (cm) (t đo bằng giây). Tỷ số cơ năng trong quá trình dao động điều hoà của chất điểm m_1 so với chất điểm m_2 bằng

- A. 2. B. 1/2. C. 1. D. 1/5.

Bài 43: Vật có khối lượng $m = 100$ g thực hiện dao động tổng hợp của Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, với các phương trình là $x_1 = 5\cos(10t + \pi)$ (cm) và $x_2 = 10\cos(10t - \pi/3)$ (cm). Giá trị cực đại của lực tổng hợp tác dụng lên vật là:

- A. $50\sqrt{3}$ N. B. $5\sqrt{3}$ N. C. $0,5\sqrt{3}$ N. D. 5 N

Bài 44: Con lắc lò xo gồm vật nhỏ nặng 1 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà theo phương ngang, theo các phương trình: $x_1 = 5\sqrt{2}\cos 10t$ (cm) và $x_2 = 5\sqrt{2}\sin 10t$ (cm) (Gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, t đo bằng giây và lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$). Lực cực đại mà lò xo tác dụng lên vật là

- A. 10 N. B. 20N. C. 25N. D. 0,25 N.

Bài 45: Hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có phương trình $x_1 = 6\cos(10t + \pi/6)$ (cm) và $x_2 = 6\cos(10t + 5\pi/6)$ (cm). Tại thời điểm li độ dao động tổng hợp là 3m và đang giảm thì li độ của dao động thứ hai là bao nhiêu?

- A. 10 cm. B. 9 cm. C. 6cm. D. -3cm.

Bài 46: Hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có phương trình $x_1 = 6\cos(10t + \pi/3)$ (cm) và $x_2 = 8\cos(10t - \pi/6)$ (cm). Tại thời điểm li độ dao động tổng hợp là 8 cm và đang giảm thì li độ của dao động thứ hai là bao nhiêu?

- A. 10 cm. B. 9 cm. C. 8cm. D. 11cm.

Bài 47: Hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có phương trình $x_1 = 6\cos(10t + \pi/3)$ (cm) và $x_2 = 8\cos(10t - \pi/6)$ (cm). Tại thời điểm li độ dao động tổng hợp là 5 cm và đang giảm thì li độ của dao động thứ hai là bao nhiêu?

- A. 7,36 cm. B. 9 cm. C. 8 cm. D. 11cm.

Bài 48: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hoà cùng pha cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = A_1\cos(\omega t + \pi/2)$ (cm), $x_2 = A_2\cos(\omega t)$ (cm), $x_3 = A_3\cos(\omega t - \pi/2)$ (cm). Tại thời điểm t_1 các giá trị li độ $x_1(t_1) = -10\sqrt{3}$ cm, $x_2(t_1) = 15$ cm, $x_3(t_1) = 30\sqrt{3}$ cm. Thời điểm t_2 các giá trị li độ $x_1(t_2) = -20$ cm, $x_2(t_2) = 0$ cm, $x_3(t_2) = 60$ cm. Biên độ dao động tổng hợp là

- A. 50 cm. B. 60 cm. C. 40 cm. D. 40 73 cm

Bài 49: Hai dao động điều hoà (1) và (2) cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ 4 cm. Tại một thời điểm nào đó, dao động (1) có li độ $2\sqrt{3}$ cm, đang chuyển động ngược chiều dương, còn dao động (2) đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lúc đó, dao động tổng hợp của hai dao động trên có li độ bao nhiêu và đang chuyển động theo chiều nào?

- A. $x = 8$ cm và chuyển động ngược chiều dương.
B. $x = 0$ và chuyển động ngược chiều dương.

C. $x = 4\sqrt{3}$ cm và chuyển động theo chiều dương.

D. $x = 2\sqrt{3}$ cm và chuyển động theo chiều dương.

Bài 50: Hai dao động điều hòa (1) và (2) cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ 4 cm. Tại một thời điểm nào đó, dao động (1) có li độ $2\sqrt{3}$ cm, đang chuyển động theo chiều dương, còn dao động (2) đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Lúc đó, dao động tổng hợp của Hai dao động trên có li độ bao nhiêu và đang chuyển động theo chiều nào?

A. $x = 8$ cm và chuyển động ngược chiều dương.

B. $x = 0$ và chuyển động ngược chiều dương

C. $x = 2\sqrt{3}$ cm và chuyển động theo chiều âm.

D. $x = 2\sqrt{3}$ cm và chuyển động theo chiều dương.

Bài 51: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 4\sqrt{3} \cos 10\pi t$ cm; $x_2 = 4\sin 10\pi t$ cm. Chọn phương án SAI.

A. khi $x_1 = -4\sqrt{3}$ cm thì $x_2 = 0$.

B. khi $x_2 = 4$ cm thì $x_1 = 4\sqrt{3}$ cm.

C. khi $x_1 = 4\sqrt{3}$ cm thì $x_2 = 0$.

D. khi $x_1 = 0$ cm thì $x_2 = \pm 4$ cm.

Bài 52: Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, li độ x_1 và x_2 phụ thuộc thời gian như hình vẽ.

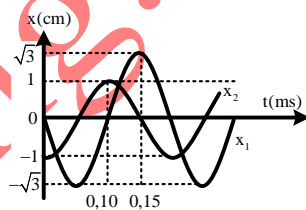
Phương trình dao động tổng hợp là

A. $x = 2\cos(\omega t + 2\pi/3)$ cm.

B. $x = 2\cos(\omega t - \pi/3)$ cm.

C. $x = 2\cos(\omega t + 5\pi/6)$ cm.

D. $x = 2\cos(\omega t - \pi/6)$ cm.



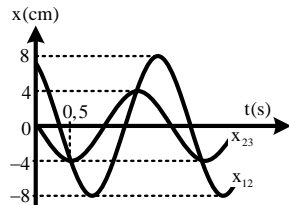
Bài 53: Cho ba dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = 2a\cos\omega t$ (cm); $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm) và $x_3 = a\cos(\omega t + \pi)$ (cm). Gọi $x_{12} = x_1 + x_2$ và $x_{23} = x_2 + x_3$. Biết đồ thị sự phụ thuộc x_{12} và x_{23}

A. $\varphi = 2\pi/3$.

B. $\varphi_2 = 5\pi/6$.

C. $\varphi_2 = \pi/6$.

D. $\varphi_2 = \pi/3$



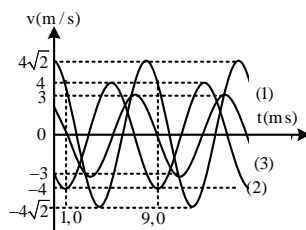
Bài 54. Ba chất điểm cùng dao động điều hòa dọc theo trục Ox xung quanh vị trí cân bằng O, cùng tần số (các chất điểm không va chạm nhau trong quá trình dao động). Đồ thị vận tốc của vận tốc của chất điểm phụ thuộc thời gian biểu diễn như hình vẽ. Tổng li độ của các chất điểm ở cùng một thời điểm có giá trị lớn nhất bằng

A. $2,5/\pi$ (cm).

B. $28/\pi$ (cm).

C. $2,8/\pi$ (cm).

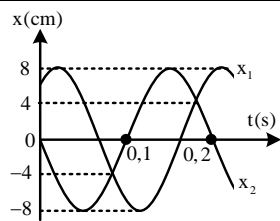
D. $25/\pi$ (cm).



Bài 55: Một chất điểm tham gia đồng thời Hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số, đồ thị phụ thuộc li độ x_1 và x_2 vào thời gian biểu diễn như trên hình vẽ.

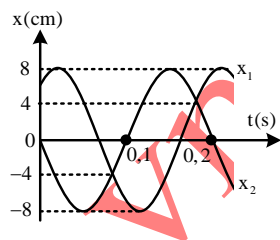
Phương trình dao động tổng hợp của 2 dao động là

- A. $x = 8\cos(10\pi t + \pi/4)$ (cm).
- B. $x = 8\sqrt{2}\cos(10\pi t + \pi/3)$ (cm).
- C. $x = 8\cos(10\pi t + \pi/6)$ (cm).
- D. $x = 8\sqrt{2}\cos(5\pi t + \pi/6)$ (cm).



Bài 56: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số, đồ thị phụ thuộc li độ x_1 và x_2 vào thời gian biểu diễn như trên hình vẽ. Phương trình dao động của $x = 3x_1 + 2x_2$ là

- A. $x = 16\cos(10\pi t + 0,19)$ (cm).
- B. $x = 8\sqrt{5}\cos(10\pi t + \pi/3)$ (cm).
- C. $x = 8\cos(5\pi t + \pi/6)$ (cm).
- D. $x = 8\sqrt{7}\cos(10\pi t + 0,19)$ (cm).



1.D	2.A	3.C	4.B	5.B	6.A	7.D	8.B	9.C	10.B
11.A	12.A	13.A	14.B	15.D	16.A	17.A	18.A	19.A	20.A
21.D	22.A	23.D	24.D	25.A	26.A	27.C	28.A	29.B	30.D
31.C	32.D	33.D	34.A	35.D	36.A	37.D	38.A	39.D	40.B
41.C	42.A	43.C	44.A	45.D	46.C	47.A	48.A	49.D	50.C
51.B	52.A	53.D	54.C	55.C	56.D				

Dạng 2. BÀI TOÁN NGƯỢC VÀ “BIẾN TƯỢNG” TRONG TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

1. Bài toán ngược trong tổng hợp dao động điều hòa

Nội dung bài toán: Cho biết các đại lượng trong dao động tổng hợp, yêu cầu tìm một số đại lượng trong các phương trình dao động thành phần.

Phương pháp giải:

$$\text{Từ công thức: } \begin{cases} x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1 = A\angle\varphi - A_1\angle\varphi_1 \\ x = x_1 + x_2 + x_3 \Rightarrow x_3 = x - x_1 - x_2 = A\angle\varphi - A_1\angle\varphi_1 - A_2\angle\varphi_2 \end{cases}$$

Ví dụ 1: (ĐH-2010) Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình li độ $x = 3\cos(\pi t - 5\pi/6)$ cm. Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = 5\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

- A. $x_2 = 8\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm).
- B. $x_2 = 2\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm).
- C. $x_2 = 2\cos(\pi t - 5\pi/6)$ (cm).
- D. $x_2 = 8\cos(\pi t - 5\pi/6)$ (cm).

Hướng dẫn

$$\text{Từ công thức: } x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1 = 3\angle -\frac{5\pi}{6} - 5\angle \frac{\pi}{6} = 8\angle -\frac{5\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

$\boxed{\text{Shift}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{4}$ (Để chọn đơn vị góc là radian)

$\boxed{\text{MODE}}\boxed{2}$ (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$$3\boxed{\text{Shift}}\boxed{(-)} - \frac{5\pi}{6} \boxed{-} 5\boxed{\text{Shift}}\boxed{(-)} \frac{\pi}{6} \quad (\text{Nếu màn hình máy tính sẽ hiển thị } 3\angle -\frac{5\pi}{6} - 5\angle \frac{\pi}{6})$$

Hướng dẫn

Biên độ được tính từ công thức:

$$W = \frac{m\omega^2 A}{2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = 0,03\sqrt{3}(\text{m}) = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

Mặt khác: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Rightarrow 9.3 = 36 + a^2 + 2.6.a.\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow a = 3(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo tham gia đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số góc $5\sqrt{2}$ (rad/s), có độ lệch pha bằng $2\pi/3$ và biên độ lần lượt là $A_1 = 4$ cm và A_2 . Biết độ lớn vận tốc của vật tại thời điểm động năng của vật bằng 2 lần thế năng là 20 cm/s. Biên độ A_1 bằng

- A. 4 cm. B. 6 cm. C. $2\sqrt{3}$ cm D. 2 cm.

Hướng dẫn

* Khi $W_d = 2W_t \Rightarrow \begin{cases} W = \frac{1}{3}W \\ W_d = \frac{2}{3}W \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{3}}\omega A \Rightarrow 20 = \sqrt{\frac{2}{3}}.5\sqrt{2}A \Rightarrow A = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \end{cases}$

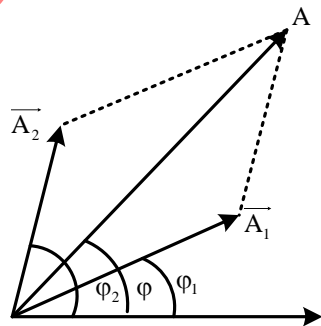
Mặt khác $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Rightarrow 4.3 = 4^2 + A_2^2 + 2.4A_2 \cos\frac{2\pi}{3} \Rightarrow A_2 = 2(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Chú ý: Khi liên quan đến độ lệch pha $(\varphi_2 - \varphi_1)$

hoặc $(\varphi - \varphi_1)$ hoặc $(\varphi - \varphi_2)$ dựa vào hệ thức véc tơ:

$$\begin{cases} \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \\ \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2 \text{ và bình phương hai vế} \\ \vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1 \end{cases}$$



Ví dụ 6: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số 4Hz và cùng biên độ 2 cm. Khi qua vị trí động năng của vật bằng 3 lần thế năng vật đạt tốc độ 24π (cm/s). Độ lệch pha giữa hai dao động thành phần bằng

- A. $\pi/6$. B. $\pi/2$. C. $\pi/3$. D. $2\pi/3$.

Hướng dẫn

Khi $W_d = 3W_t \Rightarrow \begin{cases} W_t = \frac{1}{4}W \\ W_d = \frac{3}{4}W \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}}\omega A \Rightarrow 24\pi = \sqrt{\frac{3}{4}}.8\pi A \Rightarrow A = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \end{cases}$

Mặt khác: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Rightarrow 12 = 2^2 + 2^2 + 2.2.2.\cos \Delta\varphi \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Ví dụ 7: Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Biên độ của dao động thứ nhất là $4\sqrt{3}$ cm và biên độ dao động tổng hợp bằng 4 cm. Dao động tổng hợp trễ pha $\pi/3$ so với dao động thứ hai. Biên độ của dao động thứ hai là

- A. 4cm B. 8cm. C. $10\sqrt{3}$ cm. D. $10\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Rightarrow \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2 \Rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \cos(\varphi - \varphi_2) \\ \Rightarrow 16.3 = 16 + A_2^2 - 2.4.A_2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} A_2 = 8(\text{cm}) \\ A_2 = -4(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.} \end{cases}$$

Ví dụ 8: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình: $x_1 = 4\cos(\omega t + \pi/3)$ cm, $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ cm. Phương trình dao động tổng hợp $x = 2\cos(\omega t + \varphi)$ cm. Biết $\varphi - \varphi_2 = \pi/2$. Cặp giá trị nào của A_2 và φ sau đây là đúng?

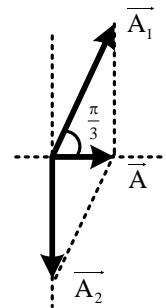
- A. $3/3$ cm và 0. B. $2/3$ cm và $\pi/4$. C. $3/3$ cm và $\pi/2$. D. $2\sqrt{3}$ cm và 0.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Rightarrow \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2 \Rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \cos(\varphi - \varphi_2) \\ \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Rightarrow \vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1 \Rightarrow A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 = 4 + A_2^2 - 2.4.A_2 \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow A_2 = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \\ 12 = 4 + 16 - 2.2.4 \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow \text{Chọn D}$$



Ví dụ 9: Hai dao động cùng phương lần lượt có phương trình $x_1 = A_1\cos(\pi t - \pi/2)$ (cm) và $x_2 = 6\cos(\pi t + \varphi)$ (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình $x = A\cos(\omega t - \pi/6)$ (cm). A có thể bằng

- A. 9 cm. B. 6 cm. C. 12 cm. D. 18 cm.

Hướng dẫn

Vì chưa biết pha ban đầu của x_2 nên từ $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ ta viết lại $\vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1$ rồi bình phương vô hướng hai vế:

$$A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow A_1^2 - AA_1 + (A^2 - 36) = 0$$

Vì cần tìm điều kiện của A nên ta xem phương trình trên là phương trình bậc 1 đối với ẩn A_1 . Điều kiện để phương trình này có nghiệm là:

$$\Delta = A^2 - 4(A^2 - 36) \geq 0 \Rightarrow 0 < A \leq 4\sqrt{3} \approx 6,9(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn B}$$

Chú ý: Nếu hai dao động cùng biên độ thì phương trình dao động tổng hợp:

$$x = x_1 + x_2 = a \cos(\omega t + \varphi_1) + a \cos(\omega t + \varphi_2) = 2a \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

Nếu cho biết phương trình dao động tổng hợp: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ thì ta đổi chiều suy ra

$$\begin{cases} \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \varphi \\ \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = ? \\ \varphi_2 = ? \end{cases}$$

Ví dụ 10: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương: $x_1 = 2\cos(4t + \varphi_1)$ (cm); $x_2 = 2\cos(4t + \varphi_2)$ (cm) với $0 \leq \varphi_2 - \varphi_1 \leq \pi$. Biết phương trình dao động tổng hợp $x = 2\cos(4t + \pi/6)$ (cm). Hãy xác định φ_1

- A. $\pi/6$. B. $-\pi/6$. C. $\pi/2$. D. 0.

Hướng dẫn

$$x = x_1 + x_2 = 4 \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \cos \left(4t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \right)$$

$$\text{Đổi chiều với } x = 2 \cos \left(4t + \frac{\pi}{6} \right) \xrightarrow{0 \leq \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \leq \frac{\pi}{2}} \begin{cases} \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \frac{\pi}{6} \\ \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Ví dụ 11: Một vật tham gia đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương: $x_1 = 2\cos\omega t$ (cm), $0 \leq \varphi_3, \varphi_2 \leq \pi$. Dao động tổng hợp của x_1 và x_2 có biên độ là 2 cm. Dao động tổng hợp của x_1 và x_3 có biên độ $2\sqrt{3}$ cm. Độ lệch pha giữa hai dao động x_2 và x_3 là

- A. $5\pi/6$. B. $\pi/3$. C. $\pi/2$. D. $2\pi/3$.

Hướng dẫn

$$x_{12} = x_1 + x_2 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\varphi_2}{2}}_1 \cdot \cos \left(4t + \frac{\varphi_2}{2} \right) \Rightarrow \cos \frac{\varphi_2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$x_{13} = x_1 + x_3 = \left(\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\varphi_3}{2}}_{2\sqrt{3}} \right) \cdot \cos \left(4t + \frac{\varphi_3}{2} \right) \Rightarrow \cos \frac{\varphi_3}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi_3 = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Chú ý: Khi cho biết A, φ_1 , φ_2 tìm điều kiện để $A_{1\max}$ hoặc $A_{2\max}$ ta viết lại:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow \begin{cases} A^2 = \underbrace{(A_2 - xA_1)^2}_0 + yA^2 \Rightarrow A_1 = \max \\ A^2 = \underbrace{(A_1 - xA_2)^2}_0 + yA_2^2 \Rightarrow A_2 = \max \end{cases}$$

Ví dụ 12 : Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình $x_1 = A_1 \cos(\omega t - \pi/6)$ (cm) và $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \pi/2)$ (cm) (t đo bằng giây). Dao động tổng hợp có phương trình $x = \sqrt{3} \cos(\omega t + \varphi)$ (cm). Trong số các giá trị hợp lý của A_1 và A_2 tìm giá trị của A_1 và φ để A_2 có giá trị cực đại.

- A. $A_1 = \sqrt{3}\text{cm}, \varphi = \pi/3$. B. $A_1 = 1 \text{ cm}, \varphi = \pi/3$.
C. $A_1 = 1 \text{ cm}, \varphi = \pi/3$. D. $A_1 = \sqrt{3}\text{cm}, \varphi = \pi/6$.

Hướng dẫn

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow 3 = A_1^2 + A_2^2 - A_1A_2 = \underbrace{\left(A_1 - \frac{A_2}{2}\right)^2}_0 + \underbrace{\frac{3A_2^2}{4}}_{\max}$$

$$\begin{cases} A_{2\max} = 2(\text{cm}) \\ A_1 - \frac{A_2}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1 = 1(\text{cm})$$

Phương pháp cộng số phức: $x = x_1 + x_2 = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2$

$$1 \angle -\frac{\pi}{6} + 2 \angle \frac{\pi}{2} = \sqrt{3} \angle \frac{1}{3} \pi \Rightarrow \text{Chọn B}$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

Shift **MODE** **4** (Để chọn đơn vị góc là radian)

MODE **2** (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$$1 \text{ **Shift** **(-)** } - \frac{\pi}{6} \text{ **+** } 2 \text{ **Shift** **(-)** } \frac{\pi}{2} \quad (\text{Màn hình máy tính sẽ hiển thị } 1 \angle -\frac{\pi}{6} + 2 \angle \frac{\pi}{2})$$

Shift **2** **3**

Màn hình sẽ hiện kết quả: $\sqrt{3} \angle \frac{1}{3} \pi$

Nghĩa là biên độ $A = \sqrt{3}$ cm và pha ban đầu $\varphi = \frac{\pi}{3}$ nên ta sẽ chọn B.

Cách 2: Ta coi phương trình bậc 2 đối với A_1 :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$A_1^2 - A_1A_2 + (A_2^2 - 3) = 0$$

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta = A_2^2 - 4(A_2^2 - 3) \geq 0 \Rightarrow A_2 \leq 2(\text{cm})$

$$\Rightarrow A_{2\max} = 2(\text{cm}) \Rightarrow A_1 = 1(\text{cm}) \Rightarrow \tan \varphi$$

Ví dụ 13: Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương $x_1 = a \cos(\omega t + \pi/3)$ (cm) và $x_2 = b \cos(\omega t - \pi/2)$ (cm) (t đo bằng giây). Biết phương trình dao động tổng hợp là $x = 8 \cos(\omega t + \varphi)$ (cm). Biên độ dao động b có giá trị cực đại khi φ bằng

A. $-\pi/3$.

B. $-\pi/6$.

C. $\pi/6$.

D. $5\pi/6$.

Hướng dẫn

Cách 1:

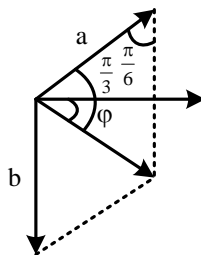
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow 8^2 = a^2 + b^2 - \sqrt{3}ab = \frac{b^2}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}b}{2} - a\right)^2$$

$$\begin{cases} b_{\max} = 16\text{cm} \\ \frac{\sqrt{3}b}{2} - a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 8\sqrt{3}\text{cm} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{6} \\ \varphi = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

Cách 2: Áp dụng định lý hàm số sin ta có:

$$\frac{8}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{b}{\sin \left(\frac{\pi}{3} + \varphi \right)} \Rightarrow b = 8 \frac{\sin \left(\frac{\pi}{3} + \varphi \right)}{\sin \frac{\pi}{6}}$$

b đạt cực đại khi $\sin \left(\frac{\pi}{3} + \varphi \right) = 1 \Rightarrow |\varphi| = \frac{\pi}{6}$ lấy dấu trừ.



Ví dụ 14: Hai dao động cùng phương lần lượt có phương trình $x_1 = A_1 \cos(7\pi t - \pi/6)$ (cm) và $x_2 = 8 \cos(\pi t + \pi/2)$ (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ (cm). Thay đổi A_1 cho đến khi biên độ A đạt giá trị cực tiểu thì φ bằng

- A. $-\pi/6$. B. $\pi/6$. C. $\pi/3$. D. 0.

Hướng dẫn

Cách 1:

$$A_{\min}^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = A_1^2 + 8^2 - 8A_1 = \underbrace{(A_1 - 4)^2}_0 + 48 \Rightarrow A_1 = 4 \text{ (cm)}$$

Phương pháp cộng số phức: $x = x_1 + x_2 = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2$

$$4 \angle -\frac{\pi}{6} + 8 \angle \frac{\pi}{2} = 4\sqrt{3} \angle \frac{1}{3} \pi \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Ví dụ 15: (THPTQG – 2017) Cho D_1, D_2 và D_3 là ba dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Dao động tổng hợp của D_1 và D_2 có phương trình $x_{12} = 3\sqrt{3} \cos(\omega t + \omega/2)$ (cm). Dao động tổng hợp của D_2 và D_3 có phương trình $x_{23} = 3 \cos \omega t$ (cm). Dao động D_1 ngược pha với dao động D_3 . Biên độ của dao động D_2 có giá trị nhỏ nhất là

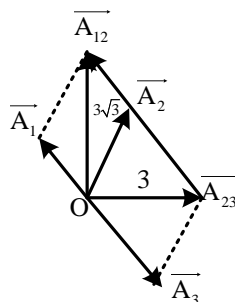
- A. 2,6 cm. B. 2,7 cm. C. 3,6 cm. D. 3,7 cm.

Hướng dẫn

* Đường cao của tam giác vuông $OA_{12}A_{23}$:

$$h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 3}{\sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2}} = 2,6 \text{ (cm)}$$

* Biên độ của D_2 có giá trị nhỏ nhất $A_{2\min} = h = 2,6$ cm
=> Chọn A.



Ví dụ 16: Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \pi/9)$ (cm) và $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi/2)$ (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là $x = 15 \cos(\omega t + \pi)$ (cm). Giá trị cực đại của $(A_1 + A_2)$ gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 25cm. B. 20 cm. C. 40 cm. D. 35 cm.

Hướng dẫn

Áp dụng định lý hàm số sin:

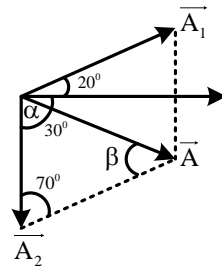
$$\frac{A}{\sin 70^\circ} = \frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} = \frac{A_1 + A_2}{\sin \alpha + \sin \beta}$$

$$= \frac{A_1 + A_2}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

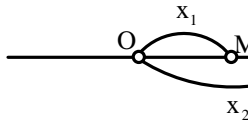
$$\Rightarrow A_1 + A_2 = \frac{A}{\sin 70^\circ} \cdot 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = \frac{15}{\sin 70^\circ} \cdot 2 \sin \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = 26,15 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \max = 26,15(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A}$$



2. “Biến tướng” trong tổng hợp dao động điều hoà



Về mặt toán học, thực chất của tổng hợp các dao động điều hoà là cộng các hàm sin, hàm cos (cộng các véc tơ hay cộng các số phức).

Vì $-\sin(\omega t + \varphi) = \sin(\omega t + \varphi + \pi)$ và $-\cos(\omega t + \varphi) = \cos(\omega t + \varphi + \pi)$ nên trừ các hàm sin, cos có thể xem như đó là biến tướng của tổng hợp dao động.

Giả sử hai chất điểm M, N dao động điều hoà cùng một trục Ox cùng vị trí cân bằng O và cùng tần số với phương trình lần lượt:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Tổng đại số: $\overline{OM} + \overline{ON}$ là:
$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \\ x = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 = A \angle \varphi \Rightarrow |x|_{\max} = A \end{cases}$$

Khoảng cách đại số \overline{MN} :
$$\begin{cases} \Delta x = x_2 - x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) - A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ \Delta x = A_2 \angle \varphi_2 - A_1 \angle \varphi_1 = b \angle \varphi \Rightarrow |\Delta x|_{\max} = b \end{cases}$$

Ví dụ 1: Hai điểm M và N cùng dao động điều hoà trên một trục x quanh điểm O với cùng tần số góc ω . Biên độ của M là $A\sqrt{3}$, của N là A. Dao động của M chậm pha hơn một góc $\pi/2$ so với dao động của N. Nhận xét nào sau đây là đúng:

A. Độ dài đại số MN biến đổi điều hoà với tần số góc ω , biên độ $2A$ và vuông pha với dao động của M.

B. Khoảng cách MN biến đổi điều hoà với tần số góc 2ω , biên độ $A\sqrt{3}$

C. Khoảng cách MN biến đổi điều hoà với tần số góc ω , biên độ $2A$ và lệch pha $5\pi/6$ với dao động của M.

D. Độ dài đại số MN biến đổi điều hoà với tần số góc 2ω , biên độ $A\sqrt{3}$ và vuông pha với dao động của N.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_2 = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ x_1 = A\sqrt{3} \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow \overline{MN} = x_2 - x_1 = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - A\sqrt{3} \cos \omega t$$

Để dùng máy tính cầm tay chọn $A = 1$: $1 < \frac{\pi}{2} - \sqrt{3} = 2 < \frac{5}{6}\pi \Rightarrow$ Chọn C.

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

Shift **MODE** **4** (Để chọn đơn vị góc là radian)

MODE **2** (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

(Màn hình máy tính sẽ hiển thị $1 < \frac{\pi}{2} - \sqrt{3}$)

Shift **2** **3** **=**

Màn hình sẽ hiện kết quả: $2 < \frac{5}{6}\pi$

Nghĩa là biên độ $2A$ và pha ban đầu $\frac{5\pi}{6}$ nên ta sẽ chọn C.

Ví dụ 2: Hai chất điểm M, N dao động điều hòa trên trục Ox, quanh điểm O, cùng biên độ A, cùng tần số, lệch pha góc φ . Khoảng cách MN

A. bằng $2A \cos \varphi$.

B. giảm dần từ $2A$ về 0.

C. tăng dần từ 0 đến giá trị $2A$.

D. biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t + \varphi) \\ x_1 = A \cos \omega t \end{cases}$$

Với bài toán này thì không thể dùng máy tính được nên ta dùng phương pháp trừ các hàm lượng giác:

$$\overline{MN} = x_2 - x_1 = A \cos(\omega t + \varphi) - A \cos \omega t = -2A \sin \frac{\varphi}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Bình luận: Khoảng cách MN cực tiểu bằng 0 khi $\sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) = 0$ và cực đại bằng $\left|2A \sin \frac{\varphi}{2}\right|$

$$\text{khi } \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) = \pm 1 \text{ nên } 0 \leq MN \leq \left|2A \sin \frac{\varphi}{2}\right|$$

Ví dụ 3: Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox, coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là: $x_1 = 4 \cos(4t + \pi/3)$ cm và $x_2 = 4\sqrt{2} \cos(4t + \pi/12)$ cm. Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là

A. 4cm

B. $4(\sqrt{2} - 1)$ cm.

C. $4(\sqrt{2} + 1)$ cm.

D. 6cm.

Hướng dẫn

A. $A_1 = 20 \text{ cm}$ và $\varphi_1 = \pi/2 \text{ rad}$.

B. $A_1 = 20 \text{ cm}$ và $\varphi_1 = \pi/4 \text{ rad}$.

C. $A_1 = 20\sqrt{3} \text{ cm}$ và $\varphi_1 = \pi/4 \text{ rad}$.

D. $A_1 = 20\sqrt{3} \text{ cm}$ và $\varphi_1 = \pi/2 \text{ rad}$,

Hướng dẫn

Vì vật (2) cách đều vật (1) và (3) (x_2 là đường trung bình của hình thang) nên ta có:

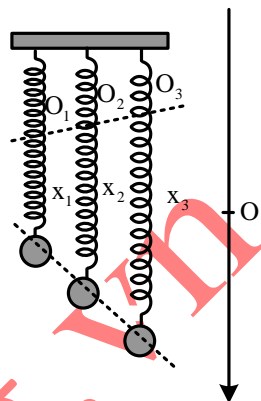
$$x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \Rightarrow x_1 = 2x_2 - x_3$$

$$\Rightarrow x_1 = 10 \cos\left(20t + \frac{\pi}{6}\right) - 10\sqrt{3} \cos\left(20t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Chuyển sang dạng phức:

$$10 \angle \frac{\pi}{6} - 10\sqrt{3} \angle -\frac{\pi}{3} = 20 \angle \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = 20 \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

MODE 2

$$10 \text{Shift} (-) \frac{\pi}{6} - 10\sqrt{3} \text{Shift} (-) - \frac{\pi}{3}$$

Shift 2 3 =

Hiện kết quả: $20 \angle \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Chọn A.

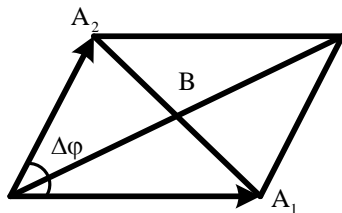
Bình luận: Bài toán này cũng là một kiểu biến tướng của tổng hợp dao động. Khi cho hai trong 3 dao động x_1 , x_2 và x_3 tìm được dao động còn lại.

3. Hai chất điểm dao động điều hòa trên 2 đường thẳng song song hoặc trong hai mặt phẳng song song có cùng vị trí cân bằng là ở gốc tọa độ

Nếu hai dao động điều hòa lệch pha nhau $\Delta\varphi$:

$$x_1 = A_1 \cos \omega t \text{ và } x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi) \text{ thì tổng li độ } x = x_2 + x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi) + A_1 \cos \omega t \text{ và hiệu li độ } \Delta x = x_2 - x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi) - A_1 \cos(\omega t + \varphi).$$

Gọi A và b lần lượt là biên độ dao động tổng hợp và khoảng cách cực đại giữa hai chất điểm thì:



$$\begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \\ B^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \end{cases} \text{ (như hình vẽ)}$$

A và B là hai đường chéo của hình bình hành!). Khi biết một số đại lượng trong số các đại lượng A, B, A_1 , A_2 và $\Delta\varphi$ thì sẽ tính được đại lượng còn lại.

Ví dụ 1: Hai chất điểm M và N, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M và N lần lượt là A_1 và A_2 ($A_1 > A_2$). Biên độ dao động tổng hợp của hai chất điểm là 7 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là $\sqrt{97}$ cm. Độ lệch pha của hai dao động là $2\pi/3$. Giá trị A_1 và A_2 lần lượt là

- A. 10 cm và 3 cm. B. 10 cm và 8 cm. C. 8 cm và 3 cm. D. 8 cm và 6 cm.

Hướng dẫn

Áp dụng công thức:
$$\begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \\ B^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 49 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{3} \\ 97 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 8(\text{cm}) \\ A_2 = 3(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Ví dụ 2: Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M và N đều là 6 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 6 cm. Độ lệch pha của hai dao động là

- A. $3\pi/4$. B. $2\pi/3$. C. $\pi/3$. D. $\pi/2$.

Hướng dẫn

Cách 1:

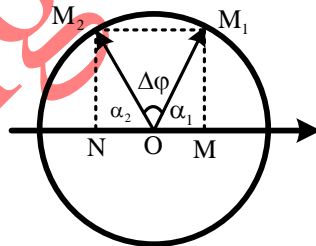
Áp dụng $B^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi$

$$6^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos \Delta\varphi \Rightarrow \cos \Delta\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Cách 2: Khoảng cách giữa hai chất điểm lớn nhất khi M_1M_2 //MN và tứ giác MM_1M_2M là hình chữ nhật

$$\Rightarrow M_1M_2 = MN = 6(\text{cm}) = OM_1 = OM_2 \Rightarrow \Delta OM_1M_2 \text{ đều}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



Quy trình giải nhanh:

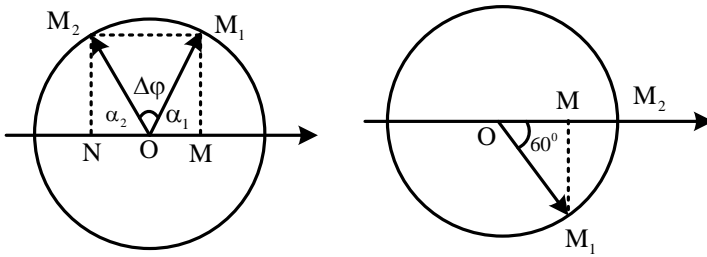
Khi cho biết biên độ dao động tổng hợp của hai chất điểm dao động là A thì độ lệch pha giữa hai dao động thành phần là: $\cos \Delta\varphi = \frac{A^2 - A_1^2 - A_2^2}{2A_1A_2}$

Khi cho biết khoảng cách cực đại giữa hai chất điểm là B thì độ lệch pha giữa hai dao động thành phần là: $\cos \Delta\varphi = \frac{A_1^2 + A_2^2 - B^2}{2A_1A_2}$

Nếu $t_1 = 0,3 + 0,0,6 = 0,3(\text{s})$ khi $k = 0$ (hai dao động vuông pha) thì $B = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = A$.

Nếu $\Delta\varphi > \frac{\pi}{2}$ thì $B > \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ và $B > A$

Nếu $\Delta\varphi < \pi/2 \Rightarrow B < \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ và $B < A$.



Cách 1: Khoảng cách hai chất điểm lớn nhất khi $M_1M_2 \parallel MN$ và tứ giác MM_1M_2N là hình chữ nhật $\Rightarrow M_1M_2 = MN = 6(\text{cm}) = OM_1 = OM_2 \Rightarrow \Delta OM_1M_2$ đều $\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$

$$W_{dm} = 3W_{tm} \Rightarrow \begin{cases} W_{tm} = \frac{1}{4}W_M \Rightarrow OM = \frac{A_1}{2} \Rightarrow \alpha_1 = 60^\circ \\ W_{dm} = \frac{3}{4}W_M \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 = 60^\circ \Rightarrow W_{tN} = \frac{1}{3}W_{dN} = \frac{1}{4}W_N \\ \alpha_2 = 0^\circ \Rightarrow W_{tN} = W_N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{W_{dm}}{W_{tN}} = \frac{\frac{3}{4}W_M}{\frac{1}{4}W_N} \\ \frac{W_{dm}}{W_{tN}} = \frac{\frac{3}{4}W_M}{W_N} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Cách 2: Áp dụng công thức: $\cos \Delta\varphi = \frac{A_1^2 + A_2^2 - B^2}{2A_1A_2} = \frac{6^2 + 6^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$.

Ta có thể chọn:
$$\begin{cases} x_1 = 6 \cos \omega t \text{ (cm)} \\ x_2 = 6 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Vì khối lượng, tần số góc và biên độ của các dao động thành phần bằng nhau nên cơ năng bằng nhau và bằng W .

Khi $W_{d1} = 3W_{t1} = 3W/4$ thì $x_1 = +A_1/2$ nên $\omega t = \pm\pi/3$ hoặc $\omega t = \pm 2\pi/3$.

Do đó, $x_2 = +A_2$ hoặc $x_2 = +A_2/2$; tức là $W_{t2} = \max = W$ hoặc $W_{t2} = W/4$.

Vì vậy, $W_{d1}/W_{t2} = 3/4$ hoặc $W_{d1}/W_{t2} = 3 \Rightarrow$ Chọn C.

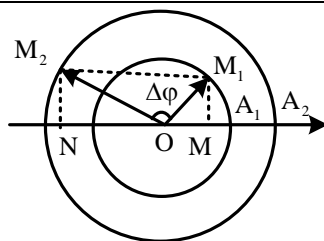
Chú ý: Khi hai dao động vuông pha nhau thì

1) Khoảng cách cực đại giữa hai chất điểm bằng biên độ dao động tổng hợp:

$$b = A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

2) Ở một thời điểm nào đó, dao động này có thể năng bằng động năng thì dao động kia cũng vậy nên tỉ số động năng bằng tỉ số thế năng và bằng tỉ số cơ năng.

Ví dụ 5: (ĐH–2012) Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là



A. 4/3.

B. 3/4.

C. 9/16.

D. 16/9.

Hướng dẫn

Cách 1: Khoảng cách giữa hai chất điểm lớn nhất khi $M_1M_2 \parallel MN$ và tứ giác MM_1M_2N là hình chữ nhật $\Rightarrow M_1M_2 = MN = 10(\text{cm})$

$$\Rightarrow \cos \Delta\varphi = \frac{(OM_1)^2 + (OM_2)^2 - (M_1M_2)^2}{2 \cdot OM_1 \cdot OM_2} = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$W_{dM} = W_{tM} = \frac{W_M}{2} \Rightarrow OM = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow W_{dN} = W_{tN} = \frac{W_N}{2}$$

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{0,5W_M}{0,5W_N} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Cách 2 : Khoảng cách giữa hai chất điểm ở thời điểm bất kì:

$$\underbrace{(6 \cos(\omega t + \varphi_1))}_{x_M} - \underbrace{(8 \cos(\omega t + \varphi_2))}_{x_N} = \underbrace{10 \cos(\omega t + \varphi_{12})}_{\Delta x}$$

Vì $6^2 + 8^2 = 10^2$ nên x_M vuông pha với x_N . Do đó $\frac{x_M^2}{A_1^2} + \frac{x_N^2}{A_2^2} = 1$

$$\text{Khi } W_{tM} = W_{dM} = \frac{W}{2} = \frac{m\omega^2 A_1^2}{4} \text{ thì } x_M = \pm A_1 \sqrt{2} \text{ từ đó suy ra } x_N = \pm A_2 \sqrt{2}$$

$$\text{hay } W_{tN} = W_{dN} = \frac{W_N}{2} = \frac{m\omega^2 A_2^2}{4}$$

$$\text{Tỉ số động năng của M và động năng của N: } \frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\text{Cách 3 : Áp dụng công thức: } \Delta\varphi = \frac{A_1^2 + A_2^2 - B^2}{2A_1A_2} = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

Hai dao động này vuông pha. ở một thời điểm nào đó, dao động này có thế năng bằng động năng thì dao động kia cũng vậy nên tỉ số động năng bằng tỉ số thế năng và bằng tỉ số cơ năng:

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{W_1}{W_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Ví dụ 6: Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là $x_1 = A_1 \cos \omega t$ (cm) và $x_2 = A_2 \sin \omega t$ (cm). Biết $64x_1^2 + 36x_2^2 = 49^2$ (cm²). Tại thời điểm t, vật thứ nhất đi qua vị trí có li độ $x_1 = 3$ cm với vận tốc $v_1 = -18$ cm/s. Khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng

A. $24\sqrt{3}$ cm/s.

B. $8\sqrt{3}$ cm/s.

C. 13,5 cm/s.

D. 24,5 cm/s.

Hướng dẫn

$$64x_1^2 + 36x_2^2 = 49^2 \text{ (cm}^2) \Rightarrow 64 \cdot 3^2 + 36 \cdot x_2^2 = 49^2 \Rightarrow |x_2| = \frac{5\sqrt{73}}{6} \text{ (cm)}$$

Đạo hàm hai vế phương trình $64x_1^2 + 36x_2^2 = 49^2 \Rightarrow 128x_1v_1 + 72x_2v_2 = 0$

$$\Rightarrow |v_2| = \left| \frac{16x_1v_1}{9x_2} \right| = 14,5 \text{ (cm/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Bình luận: Từ phương trình $ax_1^2 + bx_2^2 = c$

$$\Rightarrow \begin{cases} ax_1^2 + bx_2^2 = c \\ 2ax_1 + 2bx_2x_2' = 0 \Rightarrow ax_1v_1 + bx_2v_2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Cho } x_1, v_1} \begin{cases} |x_2| = ? \\ |v_2| = ? \end{cases}$$

Ví dụ 7: Hai chất điểm dao động điều hòa, cùng phương cùng tần số với li độ lần lượt là x_1 và x_2 . Li độ của hai chất điểm thỏa mãn điều kiện: $1,5x_1^2 + 2x_2^2 = 18 \text{ (cm}^2)$. Tính biên độ dao động tổng hợp của hai dao động trên.

- A. 5cm. B. 2 cm. C. 4 cm. D. 5,4cm.

Hướng dẫn

Từ $1,5x_1^2 + 2x_2^2 = 18 \text{ (cm}^2) \Rightarrow \left(\frac{x_1}{\sqrt{12}}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{3}\right)^2 = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 \perp x_2 \Rightarrow \Delta\phi = \frac{\pi}{2} \\ A_1 = \sqrt{12} \text{ (cm); } A_2 = 3 \text{ (cm)} \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{12 + 9} = \sqrt{21} \text{ (cm)}$$

Ví dụ 8: Ba chất điểm dao động điều hòa, cùng phương, cùng biên độ A, cùng vị trí cân bằng là gốc tọa độ nhưng tần số khác nhau. Biết rằng, tại mọi thời điểm li độ (khác không) và vận tốc (khác không) của các chất điểm liên hệ với nhau bằng biểu thức $\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = 3 \frac{x_3}{v_3}$. Tại thời điểm t, chất điểm 3 cách vị trí cân bằng là 3 cm thì đúng lúc này, hai chất điểm còn lại nằm đối xứng nhau qua gốc tọa độ và chúng cách nhau 8 cm. Giá trị A gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 3,2 cm. B. 3,5 cm. C. 4,5 cm. D. 5,4 cm.

Hướng dẫn

Đạo hàm theo thời gian hai vế hệ thức $\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = 3 \frac{x_3}{v_3}$ ta được:

$$\frac{x_1'v_1 - x_1v_1'}{v_1^2} + \frac{x_2'v_2 - x_2v_2'}{v_2^2} = 3 \frac{x_3'v_3 - x_3v_3'}{v_3^2} \text{ thay } \begin{cases} x'v = v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \\ xv' = x.a = -\omega^2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_1^2(A^2 - x_1^2) + \omega_1^2x_1^2}{\omega_1^2(A^2 - x_1^2)} + \frac{\omega_2^2(A^2 - x_2^2) + \omega_2^2x_2^2}{\omega_2^2(A^2 - x_2^2)} = 3 \frac{\omega_3^2(A^2 - x_3^2) + \omega_3^2x_3^2}{\omega_3^2(A^2 - x_3^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{A^2 - x_1^2} + \frac{1}{A^2 - x_2^2} = \frac{3}{A^2 - x_3^2} \xrightarrow{\substack{x_2^2 = x_1^2 = 4^2 \\ x_3^2 = 3^2}} \frac{1}{A^2 - 16} + \frac{1}{A^2 - 16} = \frac{3}{A^2 - 9}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{30} = 5,48 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Ví dụ 9: Ba chất điểm dao động điều hòa, cùng phương, cùng biên độ A, cùng vị trí cân bằng là gốc tọa độ nhưng tần số góc lần lượt là ω , 2ω và 3ω . Biết rằng, tại mọi thời điểm li độ (khác

không) và vận tốc (khác không) của các chất điểm liên hệ với nhau bằng biểu thức $\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = \frac{x_3}{v_3}$.

Tại thời điểm t, tốc độ của các chất điểm theo đúng thứ tự lần lượt là 12 cm/s, 15 cm/s và v_0 . Giá trị v_0 gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 16 cm/s. B. 19 cm/s. C. 45 cm/s. D. 54 cm/s.

Hướng dẫn

Đạo hàm theo thời gian hai vế hệ thức $\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = \frac{x_3}{v_3}$ ta được:

$$\frac{x_1'v_1 - x_1v_1'}{v_1^2} + \frac{x_2'v_2 - x_2v_2'}{v_2^2} = \frac{x_3'v_3 - x_3v_3'}{v_3^2}$$

Thay $\begin{cases} x'v = v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \\ xv' = x.a = -\omega^2x^2 = -\omega^2\left(A^2 + \frac{v^2}{\omega^2}\right) = -\omega^2A^2 + v^2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{v_1^2 + \omega_1^2 A^2 - v_1^2}{v_1^2} + \frac{v_2^2 + \omega_2^2 A^2 - v_2^2}{v_2^2} = \frac{v_3^2 + \omega_3^2 A^2 - v_3^2}{v_3^2} \Rightarrow \frac{\omega_1^2}{v_1^2} + \frac{\omega_2^2}{v_2^2} = \frac{\omega_3^2}{v_3^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12^2} + \frac{4}{15^2} = \frac{9}{v_3^2} \Rightarrow |v_3| = 19,08(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn B}$$

Chú ý: Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng tần số và vị trí cân bằng ở gốc tọa độ.

Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ x_0 , chúng chuyển động ngược chiều nhau

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = x_0 \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = ? \\ v_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) > 0 \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = x_0 \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = ? \\ v_2 = -\omega A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) < 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = |(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)| = ?$$

Hoặc $\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = x_0 \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = ? \\ v_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) < 0 \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = x_0 \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = ? \\ v_2 = -\omega A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) > 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = |(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)| = ?$

Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ x_0 , chúng chuyển động cùng chiều dương thì:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = x_0 \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = ? \\ v_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) > 0 \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = x_0 \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = ? \\ v_2 = -\omega A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) > 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = |(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)| = ?$$

Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ x_0 chúng chuyển động cùng chiều âm thì:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = ?$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = |(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)| = ?$$

$$\begin{cases} x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = ?$$

Ví dụ 10: Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là $A/\sqrt{3}$ còn của chất điểm thứ hai là A. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ $+A/2$, chúng chuyển động ngược chiều nhau. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

- A. $2\pi/3$. B. $\pi/3$. C. π . D. $\pi/2$.

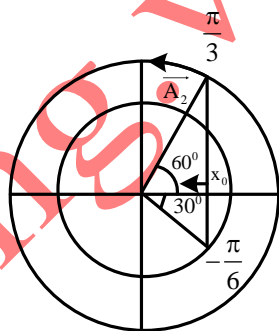
Hướng dẫn

Cách 1:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{A}{\sqrt{3}} \cos(\omega t + \varphi_1) = \frac{A}{2} \\ v_1 = -\frac{\omega A}{\sqrt{3}} \sin(\omega t + \varphi_1) > 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = -\frac{\pi}{6}$$

$$\begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t + \varphi_2) = \frac{A}{2} \\ v_1 = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_2) \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

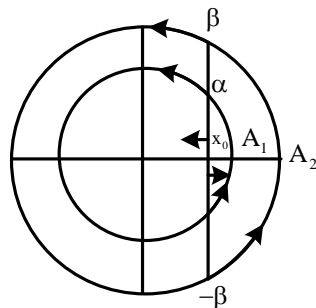


Cách 2: Gọi là phương pháp dùng VTLG kép:

+ Ta vẽ hai vòng tròn đồng tâm với bán kính lần lượt bằng biên độ của các dao động thành phần (nếu bán kính bằng nhau thì hai đường tròn trùng nhau).

+ Tại li độ gặp nhau ta vẽ đường thẳng vuông góc với trục x sẽ cắt mọi vòng tròn tại hai điểm với $\alpha = \arccos \frac{x_0}{A_1}$ và

$$\beta = \arccos \frac{x_0}{A_2}$$



Nếu khi gặp nhau hai chất điểm chuyển động cùng chiều (một ở nửa trên vòng tròn và một ở nửa dưới) thì độ lệch pha bằng $\Delta\varphi = |\beta + \alpha|$ còn nếu chuyển động ngược chiều (cùng ở nửa trên hoặc cùng ở nửa dưới vòng tròn) thì $\Delta\varphi = |\beta - \alpha|$

Ví dụ 11: Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là 4 cm còn của chất điểm thứ hai là 14,928 cm. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ 3,864 cm, chúng chuyển động cùng chiều nhau. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

- A. $2\pi/3$. B. $\pi/3$. C. π . D. $\pi/2$.

Hướng dẫn

Khi gặp nhau hai chất điểm chuyển động cùng chiều nên độ lệch pha:

$$\Delta\varphi = |\beta - \alpha| = \left| \arccos \frac{3,864}{14,928} - \arccos \frac{3,864}{4} \right| \approx 1,047 \approx \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

4. Hiện tượng trùng phùng và gặp nhau

4.1. Hiện tượng trùng phùng với hai con lắc có chu kì khác nhau nhiều

Giả sử hai con lắc bắt đầu dao động từ thời điểm $t = 0$. Sau khoảng thời gian Δt con lắc 1 thực hiện đúng n_1 dao động, con lắc 2 thực hiện đúng n_2 dao động:

$$\Delta t = n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \text{phân số tối giản} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = an \\ n_2 = bn \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = anT_1 = bnT_2, \Delta t_{\min} = aT_1 + bT_2 \text{ khi } n = 1$$

Ví dụ 1: Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 64 cm và 81 cm dao động nhỏ trong hai mặt phẳng song song. Lấy gia tốc trọng trường bằng $\pi^2 \text{ m/s}^2$. Hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều lúc $t = 0$. Xác định thời điểm gần nhất mà hiện tượng trên tái diễn.

- A. 14,4 s. B. 16 s. C. 28,8 s. D. 7,2 s.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 1,6(s) \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} = 1,8(s) \end{cases} \Rightarrow \Delta t = n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1,8}{1,6} = \frac{9}{8} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 9n \\ n_2 = 8n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 14,4n \Rightarrow \Delta t_{\min} = 14,4(s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Ví dụ 2: Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 64 cm và 81 cm dao động nhỏ trong hai mặt phẳng song song. Lấy gia tốc trọng trường bằng $\pi^2 \text{ m/s}^2$. Hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều lúc $t = 0$. Gọi t_1 và t_2 lần lượt là thời điểm gần nhất mà cùng đi qua vị trí cân bằng cùng chiều và cùng qua vị trí cân bằng ngược chiều. Giá t_1 và t_2 lần lượt là

- A. 14,4 s và 7,2 s. B. 7,2 s và 14,4 s. C. 28,8 s và 7,2 s. D. 7,2 s và 28,8 s.

Hướng dẫn

Gọi t là các thời điểm mà hai vật dao động cùng qua vị trí cân bằng:

$$t = n_1 \cdot \frac{T_1}{2} = n_2 \cdot \frac{T_2}{2} = 0,8n_1 = 0,9n_2 (s) \text{ (với } n_1 \text{ và } n_2 \text{ là các số nguyên dương).}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{0,9}{0,8} = \frac{9}{8} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 9n \\ n_2 = 8n \end{cases} \Rightarrow t = 0,8 \cdot 9n = 0,9 \cdot 8n = 7,2n (s) \text{ (với } n = 1; 2; 3 \dots)$$

Khi n chẵn thì cả hai chất điểm cùng qua vị trí cân bằng cùng chiều nhau, còn n lẻ thì hai chất điểm cùng qua vị trí cân bằng ngược chiều nhau $\begin{cases} t_1 = 7,2 \cdot 2 = 14,4(s) \\ t_2 = 7,2 \cdot 1 = 7,2(s) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

Ví dụ 3: Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 64 cm và 81 cm dao động nhỏ trong hai mặt phẳng song song. Lấy gia tốc trọng trường bằng $\pi^2 \text{ m/s}^2$. Hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều lúc $t = 0$. Đến thời điểm $t = 110$ s thì số lần mà cả hai vật dao động cùng đi qua vị trí cân bằng nhưng ngược chiều nhau là

- A. 7 lần. B. 8 lần. C. 15 lần. D. 14 lần.

Hướng dẫn

Gọi t là các thời điểm mà hai vật dao động cùng qua vị trí cân bằng:

$$t = n_1 \frac{T_1}{2} = n_2 \frac{T_2}{2} = 0,8n_1 = 0,9n_2 \text{ (s) (với } n_1 \text{ và } n_2 \text{ là các số nguyên dương)}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{0,9}{0,8} = \frac{9}{8} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 9n \\ n_2 = 8n \end{cases} \Rightarrow t = 0,8.9n = 0,9.8n = 7,2n \text{ (s) (với } n = 1;2;3)$$

Khi n chẵn thì cả hai chất điếm cùng qua vị trí cân bằng cùng chiều nhau, còn n lẻ thì hai chất điếm cùng qua vị trí cân bằng ngược chiều nhau.

Từ điều kiện $0 < t \leq 110\text{s} \Rightarrow 0 < n \leq 15,28 \Rightarrow n = 1; 2; \dots; 15 \Rightarrow$ Trong có 8 giá trị lẻ của $n \Rightarrow$ Chọn B.

4.2. Hiện tượng trùng phùng với hai con lắc có chu kì xấp xỉ nhau

Hai con lắc có chu kì xấp xỉ nhau T_1 và T_2 (giả sử $T_2 < T_1$) bắt đầu dao động từ một thời điểm $t = 0$, sau khi con lắc thứ hai thực hiện một dao động thì con lắc thứ nhất còn “1 chút” nữa mới được một dao động. Sẽ tồn tại một khoảng thời gian Δt để con lắc thứ hai hơn con lắc thứ nhất đúng một

$$\text{dao động: } \frac{\Delta t}{T_2} - \frac{\Delta t}{T_1} = 1 \Leftrightarrow \frac{\Delta t}{T_{be}} - \frac{\Delta t}{T_{lon}} = 1 \Rightarrow \Delta t = \frac{T_{lon} \cdot T_{be}}{T_{lon} - T_{be}}$$

Ví dụ 1: Một con lắc đơn A dao động nhỏ với T_A trước mặt một con lắc đồng hồ gỗ giầy B với chu kì $T_B = 2$ (s). Con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A một chút ($T_A > T_B$) nên có những lần hai con lắc chuyển động cùng chiều và trùng với nhau tại vị trí cân bằng của chúng (gọi là những lần trùng phùng). Quan sát cho thấy hai lần trùng phùng kế tiếp cách nhau 60 (s). Chu kỳ dao động của con lắc đơn A là

- A. 2,066 (s). B. 2,169 (s). C. 2,069 (s). D. 2,079 (s).

Hướng dẫn

Sau khoảng thời gian $\Delta t = 60$ (s) con lắc B hơn con lắc A đúng một dao động:

$$\frac{\Delta t}{T_B} - \frac{\Delta t}{T_A} = 1 \Rightarrow \frac{60}{2} - \frac{60}{T_A} = 1 \Rightarrow T_A = 2,069 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Ví dụ 2: Hai con lắc đơn giống hệt nhau, sợi dây mảnh dài bằng kim loại, vật nặng có khối lượng riêng D . Con lắc thứ nhất dao động nhỏ trong bình chân không thì chu kì dao động là T_0 , con lắc thứ hai dao động trong bình chứa một chất khí có khối lượng riêng rất nhỏ $\rho = \varepsilon D$. Hai con lắc đơn bắt đầu dao động cùng một thời điểm $t = 0$, đến thời điểm t_0 thì con lắc thứ nhất thực hiện được hơn con lắc thứ hai đúng 1 dao động. Chọn phương án đúng.

- A. $\varepsilon t_0 = 4T_0$. B. $2\varepsilon t_0 = T_0$. C. $\varepsilon t_0 = T_0$. D. $\varepsilon t_0 = 2T_0$.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_0}} \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_0 - \frac{\rho g_0}{D}}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_0}{T} = \sqrt{1 - \varepsilon} \approx \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

Sau khoảng thời gian t_0 con lắc 1 hơn con lắc 2 đúng một dao động:

$$\frac{t_0}{T_0} - \frac{t_0}{T} = 1 \Rightarrow \frac{t_0}{T_0} - \frac{t_0}{T_0} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) = 1 \Rightarrow t_0 = \frac{2T_0}{\varepsilon} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

4.3. Hiện tượng gặp nhau của hai con lắc

Hai dao động điều hòa cùng phương Ox cùng biên độ và cùng vị trí cân bằng O với phương hình lần lượt là: $x_1 = A \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$, $x_2 = A \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$. Để tìm các thời điểm gặp nhau có thể: giải phương trình $x_1 = x_2$ hoặc dùng vòng tròn lượng giác.

Khi giải phương trình $x_1 = x_2$ ta được hai họ nghiệm:

$$\begin{cases} (\omega_2 t + \varphi_2) + (\omega_1 t + \varphi_1) = k.2\pi \\ (\omega_2 t + \varphi_2) - (\omega_1 t + \varphi_1) = \ell.2\pi \end{cases} \text{ nếu } \omega_2 > \omega_1$$

Hoặc:
$$\begin{cases} (\omega_1 t + \varphi_1) + (\omega_2 t + \varphi_2) = k.2\pi \\ (\omega_1 t + \varphi_1) - (\omega_2 t + \varphi_2) = \ell.2\pi \end{cases} \text{ (nếu } \omega_2 < \omega_1)$$

Trong đó, k và ℓ là các số nguyên sao cho $t > 0$. Thời điểm lần đầu tiên ứng với giá trị $t > 0$ và nhỏ nhất (thông thường ứng với $k, \ell = 0$ hoặc 1)

Ví dụ 1: Tại thời điểm ban đầu, hai chất điểm cùng đi qua gốc O theo chiều dương, thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có cùng biên độ nhưng có tần số góc lần lượt là $5\pi/6$ rad/s và $2,5\pi$ rad/s. Thời điểm đầu tiên, thời điểm lần thứ 2013, thời điểm lần thứ 2014 và thời điểm lần thứ 2015 hai chất điểm đó gặp nhau lần lượt là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Cách 1: Phương trình dao động của các chất điểm:
$$\begin{cases} x_1 = A \cos\left(\frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = A \cos\left(2,5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Để tìm các thời điểm gặp nhau ta giải phương trình $x_1 = x_2$ hay:

$$\cos\left(2,5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2}\right)$$

Phương trình này có hai họ nghiệm:
$$\begin{cases} \left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = -\left(\frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2}\right) + k.2\pi \\ \left(2,5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = +\left(\frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2}\right) + \ell.2\pi \end{cases} \text{ (trong đó k và } \ell \text{ là các}$$

số nguyên sao cho $t > 0$)
$$\Rightarrow \begin{cases} t = 0,3 + k.0,6 \text{ (s)} \text{ (k = 0, 1, 2, \dots)} \\ t = \ell.1,2 \text{ (s)} \text{ (}\ell = 1, 2) \end{cases}$$

Lần 1: $t_1 = 0,3 + 0.0,6 = 0,3$ (s) khi $k = 0$

Lần 2: $t_2 = 0,3 + 1.0,6 = 0,9$ (s) khi $k = 1$

Lần 3: $t_3 = 1,2.1 = 1,2$ (s) khi $\ell = 1$

Lần 4: $t_4 = 0,3 + 2.0,6 = 1,5$ (s) khi $k = 2$

Lần 5: $t_5 = 0,3 + 3.0,6 = 2,1$ (s) khi $k = 3$

Lần 6: $t_6 = 1,2.2 = 2,4$ (s) khi $\ell = 2$

.....

Lần 3n: $t_{3n} = 1,2n$ (s) khi $\ell = n$

+ Lần $3n + 1$: $t_{3n+1} = t_{3n} + 0,3$ (s)

+ Lần $3n + 2$: $t_{3n+2} = t_{3n} + 0,9$ (s)

Suy ra:

Lần 2013 = 3.671: $t_{3.671} = 1,2.671 = 805,2$ (s)

Lần 2014 = 3.671 + 1: $t_{2014} = t_{2013} + 0,3 = 805,5$ (s)

Lần 2015 = 3.671 + 2: $t_{2015} = t_{2013} + 0,9 = 806,1$ (s)

Cách 2: Viết phương trình dạng sin: $\begin{cases} x_1 = A \sin \frac{5\pi t}{6} \\ x_2 = A \sin 2,5\pi t \end{cases}$ Giải phương trình $x_1 = x_2$ hay

$\sin 2,5\pi t = \sin \frac{5\pi t}{6}$ ta được hai họ nghiệm: $\begin{cases} 2,5\pi t = \pi - \frac{5\pi t}{6} + k2\pi \\ 2,5\pi t = \frac{5\pi t}{6} + \ell.2\pi \end{cases}$

Từ đó suy ra: $\begin{cases} t = 0,3 + k.0,6 \text{ (s)} \text{ (} k = 0,1,2,\dots \text{)} \\ t = \ell.1,2 \text{ (s)} \text{ (} \ell = 1,2 \text{)} \end{cases}$

Cách 3: Dùng vòng tròn lượng giác biểu diễn các dao động điều hòa dưới dạng hàm cos:

$\begin{cases} x_1 = 4 \cos \left(\frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) \\ x_2 = A \cos \left(2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$

Hai chất điểm gặp nhau khi tổng số pha hoặc hiệu số pha bằng một số nguyên lần 2π :

$\begin{cases} \left(2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) + \left(\frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = k.2\pi \\ \left(2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) - \left(\frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = \ell.2\pi \end{cases}$ Từ đó suy ra: $\begin{cases} t = 0,3 + k.0,6 \text{ (s)} \text{ (} k = 0,1,2,\dots \text{)} \\ t = \ell.1,2 \text{ (s)} \text{ (} \ell = 1,2,\dots \text{)} \end{cases}$

Kinh nghiệm:

Nếu $\omega_2 > \omega_1$ giải hai phương trình: $\begin{cases} (\omega_2 t + \varphi_2) + (\omega_1 t + \varphi_1) = k.2\pi \\ (\omega_2 t + \varphi_2) - (\omega_1 t + \varphi_1) = \ell.2\pi \end{cases}$

Nếu $\omega_1 > \omega_2$ giải hai phương trình $\begin{cases} (\omega_1 t + \varphi_2) + (\omega_2 t + \varphi_1) = k.2\pi \\ (\omega_1 t + \varphi_2) - (\omega_2 t + \varphi_1) = \ell.2\pi \end{cases}$

Ví dụ 2: Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox (O là vị trí cân bằng) có cùng biên độ A nhưng có tần số lần lượt là $f_1 = 3$ Hz và $f_2 = 6$ Hz. Lúc đầu, cả hai chất điểm đều qua li độ A/2 theo chiều âm. Thời điểm lần đầu tiên các chất điểm đó gặp nhau là

A. $t = 2/27$ s.

B. $t = 1/3$ s.

C. $t = 1/9$ s.

D. $t = 1/27$ s.

Hướng dẫn

$\omega_1 = 2f_1 = 6\pi$ (rad/s); $\omega_2 = 2f_2 = 12\pi$ (rad/s)

Phương trình dao động của chất điểm: $\begin{cases} x_1 = A \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \\ x_2 = A \cos \left(12\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \end{cases}$

Giải phương trình:
$$\begin{cases} \left(12\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + \left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = k \cdot 2\pi \\ \left(12\pi t + \frac{\pi}{3}\right) - \left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = \ell \cdot 2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{27} + k \cdot \frac{1}{9} \text{ (s)} (t > 0 \Rightarrow k = 1, 2, 3, \dots) \\ t = \ell \cdot \frac{1}{3} \text{ (s)} (t > 0) \Rightarrow \ell = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

Lần 1: $t = -\frac{1}{27} + 1 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{27}$ (s) khi $k = 1$

Chú ý: Nếu $\varphi_1 = \varphi_2 = -\alpha$ (với $0 < \alpha < \pi/2$) thì lần đầu tiên là ứng với:

$$(\omega_2 t - \alpha) + (\omega_1 t - \alpha) = 0 \Rightarrow t = \frac{2\alpha}{\omega_2 + \omega_1}$$

* Xuất phát cùng chiều dương tại $x = 0$: $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

* Xuất phát cùng chiều dương tại $x = \pm \frac{A}{2}$: $\alpha = \frac{\pi}{3}$

* Xuất phát cùng chiều dương tại $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$: $\alpha = \frac{\pi}{4}$

* Xuất phát cùng chiều dương tại $x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$: $\alpha = \frac{\pi}{6}$

Ví dụ 3: Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 81 cm và 49 cm được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời truyền cho chúng các vận tốc cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Gọi Δt là khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau. Giá trị Δt gần giá trị nào nhất:

A. 2,36s.

B. 8,12s.

C. 0,45s.

D. 0,39s.

Hướng dẫn

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{\ell_1}} = \frac{10\pi}{9} \text{ (rad/s)}; \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{\ell_2}} = \frac{10\pi}{7} \text{ (rad/s)}$$

Cách 1: Vì $|\alpha| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{2|\alpha|}{\omega_2 + \omega_1} = \frac{\pi}{\frac{10\pi}{9} + \frac{10\pi}{7}} \approx 0,39 \text{ (s)} \Rightarrow$ Chọn D.

Cách 2: Hai sợi dây song song thì $x_1 = x_2$ hay:

$$A \sin \omega_2 t = A \sin \omega_1 t \Rightarrow \omega_2 t = \pi - \omega_1 t \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_2 + \omega_1} \approx 0,39 \text{ (s)}$$

Chú ý: Nếu $(\omega_2 + \omega_1)$ là bội số của $(\omega_2 - \omega_1)$ hoặc ω_2 hoặc ω_1 thì có thể xảy ra hai họ nghiệm nhập thành một họ nghiệm.

Ví dụ 4: Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox (O là vị trí cân bằng) có cùng biên độ A nhưng có tần số lần lượt là $f_1 = 3 \text{ Hz}$ và $f_2 = 6 \text{ Hz}$. Lúc đầu, cả hai chất điểm đều qua li độ $A/2$ nhưng chất điểm 1 theo chiều âm chất điểm 2 theo chiều dương. Tìm các thời điểm hai chất điểm gặp nhau. Tìm tỉ số vận tốc của chất điểm 1 và chất điểm 2 chỉ gặp nhau lần thứ 26.

Hướng dẫn

Phương trình dao động của các chất điểm:
$$\begin{cases} x_1 = A \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \\ x_2 = A \cos\left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Giải phương trình: $x_1 = x_2$ hay $\cos\left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

$$\left\{ \left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right) - \left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = k.2\pi \Rightarrow t = \frac{1}{9} + k \frac{3}{9} (t > 0 \Rightarrow k = 0, 1, 2, \dots) \right.$$

$$\left\{ \left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right) + \left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = \ell.2\pi \Rightarrow t = \ell \frac{1}{9} (t > 0 \Rightarrow \ell = 1, 2, 3, \dots) \right.$$

Họ nghiệm thứ 1 nằm trong họ nghiệm thứ 2 nên có thể viết nhập lại thành một họ nghiệm:

$$t = \frac{n}{9} (s):$$

+ Lần 1: $t_1 = \frac{1}{9} (s)$ khi $n = 1$

+ Lần 2: $t_2 = \frac{2}{9} (s)$ khi $n = 2$

+ Lần 26: $t_{25} = \frac{26}{9} (s)$ khi $n = 29$

Tỉ số vận tốc của chất điểm 1 và chất điểm 2 khi gặp nhau lần thứ 26:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} = \frac{-6\pi A \sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)}{-6\pi A \sin\left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right)} \xrightarrow{t = \frac{26}{9} (s)} \frac{v_1}{v_2} = -\frac{1}{2}$$

Chú ý: Nếu hai dao động điều hòa cùng phương cùng biên độ, cùng vị trí cân bằng và cùng tần số $x_1 = A \cos(\omega t + \varphi_1)$, $x_2 = A \cos(\omega t + \varphi_2)$ thì phương trình $x_1 = x_2$ chỉ có một họ nghiệm:

$$(\omega t + \varphi_1) + (\omega t + \varphi_2) = k.2\pi$$

Lúc đó: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_1)}{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_2)} = \frac{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_1)}{-\omega A \sin[k.2\pi - (\omega t + \varphi_1)]} = -1$

Trong một chu kỳ chúng gặp nhau 2 lần và trong n chu kỳ gặp nhau $2n$ lần.

Ví dụ 5: Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình lần lượt là $x_1 = A \cos(\pi t + \pi/2)$ và $x_2 = A \cos(\pi t + \pi/6)$. Tìm thời điểm lần 2017 hai chất điểm đó gặp nhau và tính tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 khi đó.

A. $t = 0,3$ s và $v_1/v_2 = 2$.

B. $t = 6050/3$ s và $v_1/v_2 = -1$.

C. $t = 6038/3$ s và $v_1/v_2 = -1$.

D. $t = 2/3$ s và $v_1/v_2 = -2$.

Hướng dẫn

Tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + \left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = k.2\pi \Rightarrow t = -\frac{1}{3} + k (k = 1, 2, 3, \dots)$$

Lần thứ 2017 ứng với $k = 2017$ nên $t_{2017} = -\frac{1}{3} + 2017 = \frac{6050}{3}$ (s)

Tỉ số vận vận tốc của vật 1 và của vật 2: $\frac{v_1}{v_2} = -1 \Rightarrow$ Chọn B.

Ví dụ 6: Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, với cùng biên độ nhưng tần số lần lượt là 3 (Hz) và 6 (Hz). Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi gặp nhau tỉ số tốc độ của chất điểm thứ nhất với tốc độ của chất điểm thứ hai là

A. 3 : 2.

B. 2 : 3.

C. 1 : 2.

D. 2 : 1.

Hướng dẫn

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1 \sqrt{A^2 - x_1^2}}{\omega_2 (A^2 - x_2^2)} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 7. Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình lần lượt là $x_1 = A \cos 4\pi t$ và $x_2 = 0,5A \cos 4\pi t$. Tìm thời điểm đầu tiên hai chất điểm gặp nhau và tính tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 khi đó:

A. $t = 0,125$ s và $v_1/v_2 = 2$.

B. $t = 0,2$ s và $v_1/v_2 = -1$.

C. $t = 0,4$ s và $v_1/v_2 = -1$.

D. $t = 0,5$ s và $v_1/v_2 = -2$.

Hướng dẫn

$$x_1 = x_2 \Rightarrow A \cos 4\pi t = 0,5A \cos 4\pi t \Rightarrow \cos 4\pi t = 0 \Rightarrow 4\pi t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_{\min} = \frac{1}{8} \text{ (s)}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{-\omega A \sin 4\pi t}{-\omega 0,5A \sin 4\pi t} = 2 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

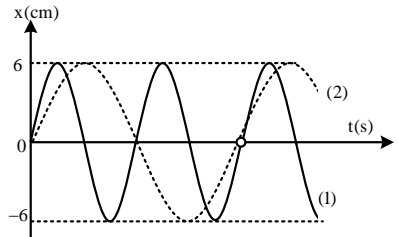
Ví dụ 8: (QG – 2015) Đồ thị li độ theo thời gian của chất điểm 1 (đường 1) và chất điểm 2 (đường 2) như hình vẽ, tốc độ cực đại của chất điểm 2 là 4π (cm/s). Không kể thời điểm $t = 0$, thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ 5 là

A. 4,0 s.

B. 3,25 s.

C. 3,75 s.

D. 3,5 s.



Hướng dẫn

Biên độ: $A_1 = A_2 = 6$ cm.

Tốc độ cực đại của chất điểm 2: $v_{\max 2} = \omega_2 A_2 = \frac{2\pi}{T_2} A_2 \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T_2} \cdot 6$

$$\Rightarrow T_2 = 3 \text{ (s)} \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2} = 1,5 \text{ (s)}$$

Cách 1:

Phương trình dao động của các chất điểm:
$$\begin{cases} x_1 = 6 \sin 2\omega_2 t \\ x_2 = 6 \sin \omega_2 t \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_1=x_2} 6 \sin 2\omega_2 t = 6 \sin \omega_2 t \Rightarrow \begin{cases} 2\omega_2 t = \omega_2 t + k2\pi \\ 2\omega_2 t = \pi - \omega_2 t + \ell.2\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = k \cdot \frac{2\pi}{\omega_2} = 3k \text{ (s)} (k = 1, 2, \dots) : \text{Ho 1} \\ t = \frac{\pi}{3\omega_2} + \ell \cdot \frac{2\pi}{3\omega_2} = 0,5 + \ell \text{ (s)} (\ell = 0; 2, \dots) : \text{Ho 2} \end{cases}$$

$$\ell = 0 \Rightarrow t_1 = 0,5 + 0 = 0,5 \text{ (s)} \text{ (thuộc họ 1)}$$

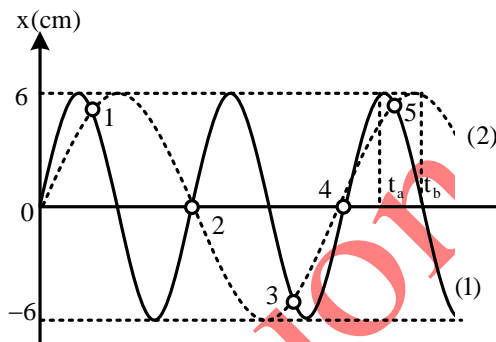
$$\ell = 1 \Rightarrow t_2 = 0,5 + 1 = 1,5 \text{ (s)} \text{ (thuộc họ 1)}$$

$$\ell = 2 \Rightarrow t_3 = 0,5 + 2 = 2,5 \text{ (s)} \text{ (thuộc họ 1)}$$

$$k = 1 \Rightarrow t_4 = 3 \cdot 1 = 3 \text{ (s)} \text{ (thuộc họ 2)}$$

$$\ell = 3 \Rightarrow t_5 = 0,5 + 3 = 3,5 \text{ (s)} \text{ (thuộc họ 1)}$$

Cách 2:



Thời điểm gặp nhau lần thứ 5 nằm giữa hai thời điểm $t_a = 9T_1/4 = 3,375 \text{ s}$ và $t_b = 5T_2/4 = 3,75 \text{ s}$
 \Rightarrow Loại trừ 4 phương án \Rightarrow Chọn D.

Chú ý: Giả sử ở thời điểm t_0 , hai con lắc có chu kỳ bằng nhau gặp nhau ở li độ x_1 , sau nửa chu kỳ thì li độ của chúng đều đổi dấu, tức là sẽ gặp nhau ở li độ $-x_1$.

Do đó:

* Khoảng thời gian hai lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là $\frac{T}{2}$

* Khoảng thời gian n lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là $\Delta t = (n-1) \frac{T}{2}$

Ví dụ 9: Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 10 (g), độ cứng lò xo $100\pi^2 \text{ N/m}$ dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là

A. 0,03 (s).

B. 0,02 (s).

C. 0,04 (s).

D. 0,01 (s).

Hướng dẫn

Khoảng thời gian 3 lần liên tiếp: $(3-1) \frac{T}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,02 \text{ (s)} \Rightarrow$ Chọn B.

Ví dụ 10: Cho hai chất điểm dao động điều hòa cùng phương, cùng chu kỳ $T = 2 \text{ s}$. Khi chất điểm thứ nhất có vận tốc cực đại thì chất điểm thứ 2 đang đi qua vị trí có li độ bằng nửa giá trị cực đại theo chiều dương. Tìm khoảng thời gian trong một chu kỳ để $x_1 x_2 < 0$ (với x_1 và x_2 lần lượt là li độ của vật 1 và vật 2).

A. 1/3 s.

B. 2/3.

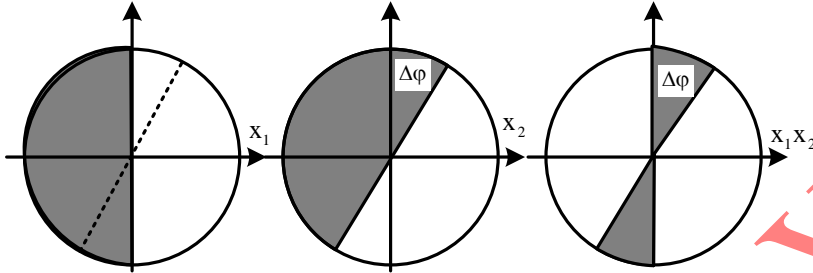
C. 0,5 s.

D. 0,6 s.

Hướng dẫn

Bài toán tổng quát:
$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos \omega t \\ x_2 = A_2 \cos (\omega t + \Delta\varphi) \end{cases}$$

Dấu của $x_1 x_2$ và $x_1 x_2$ được biểu diễn như hình vẽ



Phần gạch chéo là phần không âm và không gạch chéo là phần dương. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để $x_1 x_2 < 0$ (ứng với góc quét $2\Delta\varphi$) là: $t_{<0} = 2 \frac{\Delta\varphi}{\omega}$

Áp dụng cho bài toán:
$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos \left(\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \\ x_2 = A_2 \cos \left(\pi t - \frac{\pi}{3} \right) \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$$

Khoảng thời gian trong 1 chu kỳ để $x_1 x_2 < 0$ là: $t_{<0} = 2 \frac{\Delta\varphi}{\omega} = 2 \cdot \frac{\pi/6}{\pi} = \frac{1}{3} \text{ (s)} \Rightarrow$ Chọn A.

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN
PHẦN 1**

Bài 1: Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ $x = 3\cos(\pi t - 5\pi/6)$ (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = \cos(\pi t + \pi/6)$ (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

- A. $x_2 = 4\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm).
- B. $x_2 = 2\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm).
- C. $x_2 = 4\cos(\pi t - 5\pi/6)$ (cm).
- D. $x_2 = 2\cos(\pi t - 5\pi/6)$ (cm).

Bài 2: Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ $x = 6\cos(\pi t + \pi/3)$ (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = 6\cos(\pi t)$ (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

- A. $x_2 = 6\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm).
- B. $x_2 = 6\cos(\pi t + 2\pi/3)$ (cm).
- C. $x_2 = 3\sqrt{3} \cos(\pi t + \pi/6)$ (cm).
- D. $x_2 = 3\sqrt{3} \cos(\pi t + 2\pi/3)$ (cm).

Bài 3: Dao động tổng hợp của Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ $x = 6\cos(\pi t + \pi/3)$ (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = 3\cos(\pi t)$ (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

- A. $x_2 = 3\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm).
- B. $x_2 = 3\cos(\pi t + \pi/6)$ (cm).
- C. $x_2 = 3\sqrt{3} \cos(\pi t + \pi/2)$ (cm).
- D. $x_2 = 3\sqrt{3} \cos(\pi t - \pi/2)$ (cm).

Bài 4: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình: $x_1 = 10\sqrt{3}\cos(\omega t - \pi/3)$ cm, $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ cm. Phương trình dao động tổng hợp $x = 10\cos(\omega t + \pi/6)$ cm. Cặp giá trị nào của A_2 và φ_2 sau đây là **đúng**?

- A. 20 cm và $\pi/2$. B. 10 cm và $\pi/2$. C. 20 cm và $\pi/4$. D. 10 cm và $\pi/4$.

Bài 5: Cho hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số : $x = a\cos(100\pi t + \varphi)$ (cm,s); $x_2 = 6\cos(100\pi t - \pi/6)$ (cm, s). Dao động tổng hợp $x = x_1 + x_2 = 6\sqrt{3}\cos(100\pi t)$ (cm, s). Giá trị của a và φ là

- A. 6 cm ; $-\pi/3$ rad. B. 6 cm ; $\pi/6$ rad.

- C. 6 cm; $\pi/3$ rad. 0. D. $6\sqrt{3}$ cm; $2\pi/3$ rad.

Bài 6: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình của dao động thứ nhất là $x_1 = 6\cos(0,25\pi t - \pi/6)$ (cm) và phương trình của dao động tổng hợp là $x = 6\sqrt{3}\cos(0,25\pi t - \pi/3)$ (cm) thì phương trình của dao động thành phần thứ hai là

- A. $x_2 = 8\cos(0,25\pi t - \pi/3)$ (cm). B. $x_2 = 4\cos 0,25\pi t$ (cm).

- C. $x_2 = 6\cos(0,25\pi t - \pi/2)$ (cm). D. $x_2 = 6\sqrt{3}\cos(0,25\pi t - \pi/2)$ (cm).

Bài 7: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số. Biết phương trình dao động của vật 1 là $x_1 = 8\sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/6)$ (cm) và phương trình dao động tổng hợp $x = 16\sqrt{3}\cos(\omega t - \pi/6)$ (cm), (t đo bằng giây). Phương trình dao động của vật 2 là.

- A. $x_2 = 24\cos(\omega t - \pi/3)$ (cm). B. $x_2 = 24\cos(\omega t - \pi/6)$ (cm).

- C. $x_2 = 8\cos(\omega t + \pi/6)$ (cm). D. $x_2 = 8\cos(\omega t + \pi/3)$ (cm).

Bài 8: Dao động tổng hợp của Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ $x = 5\sqrt{3}\cos(10\pi t + \pi/3)$ (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = 5\cos(10\pi t + \pi/6)$ (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

- A. $x_2 = 10\cos(10\pi t + \pi/6)$ (cm). B. $x_2 = 5\sqrt{3}\cos(10\pi t + \pi/6)$ (cm).

- C. $x_2 = 5\cos(10\pi t + \pi/2)$ (cm). D. $x_2 = 3,66\cos(10\pi t + \pi/6)$ (cm).

Bài 9: Ba dao động điều hòa cùng phương: $x_1 = 10\sin\omega t$ (cm), $x_2 = 12\cos(10t + \pi/6)$ (cm) và $x_3 = A_3\cos(10t + \varphi_3)$ (cm). Biết dao động tổng hợp của ba dao động trên có phương trình là $x = 6\sqrt{3}\cos 10t$ (cm), tìm biên độ A_3 của dao động thành phần x_3 .

- A. 6cm. B. $6\sqrt{3}$ cm C. 10cm. D. 18 cm.

Bài 10: Hai chất điểm M và N dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là: $x_1 = 10\cos(4\pi t + \pi/3)$ cm và $x_2 = 10\sqrt{2}\cos(4\pi t + \pi/12)$ cm. Khoảng cách đại số MN biến thiên theo phương trình

- A. $\Delta x = 10\cos(4\pi t - \pi/6)$ (cm). B. $\Delta x = 10\sqrt{2}\cos(4\pi t - \pi/6)$ (cm).

- C. $\Delta x = 10\cos(4\pi t + 5\pi/6)$ (cm). D. $\Delta x = 10\sqrt{2}\cos(4\pi t + 5\pi/6)$ (cm).

Bài 11: Hai chất điểm M và N dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là: $x_1 = 10\cos(4\pi t + \pi/3)$ cm và $x_2 = 10\sqrt{2}\cos(4\pi t + \pi/12)$ cm. Hai chất điểm cách nhau 5 cm ở thời điểm lần thứ 2 kể từ lúc $t = 0$ là

- A. 11/24 s. B. 1/9 s. C. 1/8 s. D. 5/24 s.

Bài 12: Hai chất điểm M và N dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là: $x_1 = 10\cos(4\pi t + \pi/3)$ cm và $x_2 = 10\sqrt{2}\cos(4\pi t + \pi/12)$ cm. Hai chất điểm cách nhau 5 cm ở thời điểm lần thứ 2011 kể từ lúc $t = 0$ là

A. 2011/8 s. t

B. 6035/24 s.

C. 2009/8 s.

D. 6029/24 s.

Bài 13: Hai chất điểm dao động điều hòa cùng trên một trục Ox cùng tần số và cùng vị trí cân bằng, phương trình dao động lần lượt là $x_1 = 3\cos(2\pi t - \pi)$ cm và $x_2 = 3\cos(2\pi t - 2\pi/3)$ cm. Khoảng thời gian nhỏ nhất kể từ lúc hai vật cách nhau cực đại đến lúc hai vật cách nhau bằng 1,5 cm là bao nhiêu.

A. 1/6 s.

B. 1/24 s.

C. 1/8 s.

D. 1/12 s.

Bài 14: Ba con lắc lò xo 1, 2, 3 đặt thẳng đứng cách đều nhau theo thứ tự 1, 2, 3. Ở vị trí cân bằng ba vật có cùng độ cao. Chọn trục Ox có phương thẳng đứng, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng thì phương trình dao động lần lượt là $x_1 = 3\cos(20\pi t + \pi/2)$ (cm), $x_2 = 1,5\cos(20\pi t)$ (cm) và $x_3 = A_3\cos(20\pi t + \varphi_3)$ (cm). Để ba vật dao động của ba con lắc luôn luôn nằm trên một đường thẳng thì

A. $A_3 = 3\sqrt{2}$ cm và $\varphi_3 = \pi/4$ rad.

B. $A_3 = 3\sqrt{2}$ cm và $\varphi_3 = -\pi/4$ rad.

C. $A_3 = 1,5\sqrt{5}$ cm và $\varphi_3 = -2,03$ rad.

D. $A_3 = 1,5\sqrt{5}$ cm và $\varphi_3 = 1,12$ rad.

Bài 15: Ba con lắc lò xo 1, 2, 3 đặt thẳng đứng cách đều nhau theo thứ tự 1, 2, 3. Vị trí cân bằng của ba vật dao động cùng nằm trên một đường thẳng. Chọn trục Ox có phương thẳng đứng, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng thì phương trình dao động lần lượt là $x_1 = 3\cos(20\pi t + \pi/4)$ (cm), $x_2 = 1,5\cos(20\pi t - \pi/4)$ (cm) và $x_3 = A_3\cos(20\pi t + \varphi_3)$ (cm). Để ba vật dao động của ba con lắc luôn luôn nằm trên một đường thẳng thì

A. $A_3 = 3\sqrt{2}$ cm và $\varphi_3 = -\pi/2$ rad.

B. $A_3 = 3\sqrt{2}$ cm và $\varphi_3 = -\pi/4$ rad.

C. $A_3 = 1,5\sqrt{5}$ cm và $\varphi_3 = -\pi/2$ rad.

D. $A_3 = 1,5\sqrt{5}$ cm và $\varphi_3 = 1,12$ rad.

Bài 16: Có 3 lò xo cùng độ dài tự nhiên, có độ cứng lần lượt là $k_1 = k$, $k_2 = 2k$, $k_3 = 4k$. Ba lò xo được treo cùng trên một mặt phẳng thẳng đứng tại 3 điểm A, B, C trên cùng đường thẳng nằm ngang với $AB = BC$. Lần lượt treo vào lò xo 1 và 2 các vật có khối lượng $m_1 = m$ và $m_2 = 2m$, từ vị trí cân bằng nâng vật m_1 , m_2 lên những đoạn $A_1 = a$ và $M = 2a$. Hỏi phải treo vật m_3 ở lò xo thứ 3 có khối lượng bao nhiêu theo m và nâng vật m_3 đến độ cao A_3 bằng bao nhiêu theo a để khi đồng thời thả nhẹ cả ba vật thì trong quá trình dao động cả ba vật luôn thẳng hàng?

A. $m_3 = 1,5m$ và $A_3 = 1,5a$.

B. $m_3 = 4m$ và $A_3 = 3a$.

C. $m_3 = 3m$ và $A_3 = 4a$.

D. $m_3 = 4m$ và $A_3 = 4a$.

Bài 17: Hai điểm M_1 và M_2 cùng dao động điều hòa trên một trục x quanh điểm O với cùng tần số f . Biên độ của M_1 là 4, của M_2 là 2A. Dao động của M_1 chậm pha hơn một góc $\varphi = \pi/3$ so với dao động của M_2 . Dao động tổng hợp của M_1 và M_2 ($OM_1 + OM_2$) có biên độ là

A. $A\sqrt{7}$.

B. $A\sqrt{3}$.

C. $A\sqrt{2}$.

D. 2A

Bài 18: Hai điểm M_1 và M_2 cùng dao động điều hòa trên một trục x quanh điểm O với cùng tần số f . Biên độ của M_1 là A, của M_2 là 2A. Dao động của M_1 chậm pha hơn một góc $\varphi = \pi/3$ so với dao động của M_2 . Nhận xét nào sau đây là **đúng**:

A. Độ dài đại số M_1M_2 biến đổi điều hòa với tần số f biên độ $A\sqrt{3}$ và vuông pha với dao động của M_1 .

B. Khoảng cách M_1M_2 biến đổi điều hòa với tần số $2f$ biên độ $A\sqrt{3}$.

C. Khoảng cách M_1M_2 biến đổi điều hòa với tần số f , biên độ A và lệch pha $\pi/6$ với dao động của M_2 .

D. Độ dài đại số M_1M_2 biến đổi điều hòa với tần số $2f$, biên độ $A\sqrt{3}$ và vuông pha với dao động của M_2 .

Bài 19: Hai chất điểm M_1 , M_2 dao động điều hòa trên trục Ox, xung quanh gốc O với cùng tần số f , biên độ dao động của M_1 là 3 cm, của M_2 là 4 cm và dao động của M_2 sớm pha so với dao động của M_1 là $\pi/2$. Khi khoảng cách giữa M_1 và M_2 là 5 cm thì M_1 và M_2 cách gốc tọa độ lần lượt là

A. 3,2 cm và 1,8 cm.

B. 1,8 cm và 3,2 cm.

C. 2,14 cm và 2,86 cm.

D. 2,86 cm và 2,14 cm.

Bài 20: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi)$ (cm), dao động thứ hai có phương trình li độ $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm). Biết $3x_1^2 + x_2^2 = 12 \text{ cm}^2$. Khi dao động thứ nhất có li độ 1 cm và tốc độ 12 cm/s thì dao động thứ hai có tốc độ bằng

A. 3 cm/s.

B. 4 cm/s.

C. 9 cm/s.

D. 12 cm/s.

Bài 21: Dao động của chất điểm là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ cm, dao động thứ hai có phương trình li độ $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm). Biết $3x_1^2 + x_2^2 = 11 \text{ cm}^2$. Khi dao động thứ nhất có li độ 1 cm và tốc độ 12 cm/s thì dao động hai có tốc độ bằng

A. 3 cm/s.

B. 4 cm/s.

C. 9 cm/s.

D. 12 cm/s.

Bài 22: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = a \cos(20t + \pi/6)$ cm; $x_2 = 3 \cos(20t + 5\pi/6)$ cm. Biết rằng vận tốc cực đại của vật bằng 140 cm/s. Biên độ a có giá trị là :

A. 6 cm.

B. 8 cm.

C. 4 cm.

D. 10 cm.

Bài 23: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 4 \cos(10t + \pi/4)$ cm; $x_2 = A_2 \sin(10t - \pi/4)$ cm. Biết rằng vận tốc cực đại của vật bằng 50 cm/s. Biên độ A_2 có giá trị là

A. 3 cm.

B. 8 cm.

C. 4 cm.

D. 9 cm.

Bài 24: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số: $x_1 = 4 \cos(10t + \pi/2)$ cm, $x_2 = a \cdot \cos(10t - \pi/6)$ cm, t tính bằng giây. Biết gia tốc cực đại của vật là $4\sqrt{3}$ (m/s^2). Tính a.

A. 6 cm.

B. 8 cm.

C. 4 cm.

D. 10 cm.

Bài 25: Một vật nặng 1 (kg) tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số và có dạng như sau: $x_1 = 4 \cos(5t - \pi/2)$ cm, $x_2 = a \cdot \cos(5t + \pi)$ cm (t tính bằng giây). Biết cơ năng dao động của vật 0,08 J. Hãy xác định a

A. 4 cm

B. $4\sqrt{2}$ cm

C. $4\sqrt{3}$ cm

D. 8 cm

Bài 26: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số và có dạng như sau: $x_1 = 3 \cos(\pi)$ cm, $x_2 = a \cdot \cos(\pi + \pi/2)$ cm (t đo bằng s). Biết biên độ dao động tổng hợp 5 cm. Hãy xác định a.

A. 2,5 cm.

B. 3 cm.

C. 4 cm.

D. 1 cm.

Bài 27: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số và có dạng như sau: $x_1 = 6 \cdot \cos(8t + \pi/4)$ (cm); $x_2 = a \cdot \cos(8t - \pi/4)$ (cm). Biết biên độ dao động tổng hợp 10 cm. Giá trị a bằng

A. 8 cm.

B. 9 cm.

C. 5 cm.

D. 3 cm.

Bài 28: Một con lắc lò xo tham gia đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số góc $5\sqrt{2}$ (rad/s), có độ lệch pha bằng $2\pi/3$ và biên độ lần lượt là $A_1 = 4$ cm và A_2 . Biết độ lớn vận tốc của vật tại thời điểm động năng của vật bằng thế năng là 20 cm/s. Biên độ A_2 bằng

A. 4 cm.

B. 6 cm.

C. $4\sqrt{3}$ cm.

D. $\sqrt{3}$ cm.

Bài 29: Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ a là một dao động có biên độ $a\sqrt{2}$ thì 2 dao động thành phần có độ lệch pha là:

A. $\pi/2$

B. $\pi/4$.

C. 0.

D. π .

Bài 30: Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ a là một dao động có biên độ cũng bằng a thì 2 dao động thành phần có độ lệch pha là:

A. $\pi/2$.

B. $\pi/4$.

C. $\pi/3$.

D. $2\pi/3$.

Bài 31: Khi tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có biên độ thành phần 4 cm và $4\sqrt{3}$ cm được biên độ tổng hợp là 8 cm. Hai dao động thành phần đó

- A. cùng pha. B. lệch pha $\pi/3$. C. lệch pha $\pi/2$. D. lệch pha $\pi/3$.

Bài 32: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số 4 Hz và cùng biên độ 2 cm. Khi qua vị trí cân bằng vật đạt tốc độ $16\pi\sqrt{3}$ (cm/s). Độ lệch pha giữa hai dao động thành phần bằng

- A. $\pi/6$. B. $\pi/2$. C. $\pi/3$. D. $2\pi/3$.

Bài 33: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, có biên độ lần lượt là a và 2a. Biên độ của dao động tổng hợp là $a\sqrt{7}$. Độ lệch pha của hai dao động nói trên là

- A. $\pi/2$. B. $\pi/4$. C. $\pi/6$. D. $\pi/3$.

Bài 34: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng trục Ox có phương trình: $x_1 = 4\cos(\omega t + \pi/3)$ cm, $x_2 = 3\cos(\omega t + \varphi_2)$ cm. Phương trình dao động tổng hợp $x = 5\cos(\omega t + \varphi)$ cm. Giá trị $\cos(\varphi - \varphi_2)$ bằng

- A. $0,5\sqrt{3}$. B. 0,6. C. 0,5. D. 0,8.

Bài 35: Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số. Biên độ của dao động thứ nhất và dao động tổng hợp bằng nhau và bằng 10 cm, dao động tổng hợp lệch pha $\pi/3$ so với dao động thứ nhất. Biên độ của dao động thứ hai là

- A. 5cm. B. 10cm. C. $10\sqrt{3}$ cm. D. $10\sqrt{2}$ cm.

Bài 36: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình: $x_1 = \sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/6)$ cm, $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ cm. Phương trình dao động tổng hợp $x = 2\cos(\omega t + \varphi)$ cm. Biết $\varphi - \varphi_2 = -\pi/3$. Cặp giá trị nào của A_2 và φ sau đây là **đúng**?

- A. $3\sqrt{3}$ cm và 0. B. 1 cm và $2\pi/3$. C. 1 cm và $\pi/3$. D. $2\sqrt{3}$ cm và 0.

Bài 37: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình: $x_1 = 2\sqrt{3}\sin\omega t$ cm, $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ cm. Phương trình dao động tổng hợp $x = 2\cos(\omega t + \varphi)$ cm. Biết $\varphi_2 - \varphi = \pi/3$. Cặp giá trị nào của A_2 và φ_2 sau đây là **đúng**?

- A. $\pi/6$. B. $-\pi/6$. C. $\pi/2$. D. 0.

Bài 39: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương: $x_1 = 2\cos(\omega t + \varphi_1)$ (cm); $x_2 = 2\cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm) với $0 \leq \varphi_2 - \varphi_1 \leq \pi$. Biết phương trình dao động tổng hợp $x = 2\sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/6)$ (cm). Hãy xác định φ_1 .

- A. $\pi/6$. B. $-\pi/6$. C. $\pi/2$. D. 0.

Bài 40: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương: $x_1 = 2\cos(\omega t + \varphi_1)$ (cm); $x_2 = 2\cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm) với $0 \leq \varphi_2 - \varphi_1 \leq \pi$. Biết phương trình dao động tổng hợp $x = 2\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi/3)$ (cm). Hãy xác định φ_1 .

- A. $\pi/6$. B. $-\pi/6$. C. $\pi/2$. D. $\pi/12$.

Bài 41: Một vật tham gia đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương: $x_1 = 2\cos\omega t$ (cm), $x_2 = 2\cos(\omega t + \varphi_2)$ (cm) và $x_3 = 2\cos(\omega t + \varphi_3)$ (cm) với $\varphi_3 \neq \varphi_2$ và $-\pi \leq \varphi_3, \varphi_2 \leq \pi$. Dao động tổng hợp của x_1 và x_2 cũng như của x_1 và x_3 đều có biên độ bằng 2 cm. Độ lệch pha giữa hai dao động x_2 và x_3 là

- A. $3\pi/2$ B. $\pi/3$. C. $\pi/2$. D. $4\pi/3$.

Bài 42: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình $x_1 = A_1\cos(\omega t - \pi/6)$ (cm) và $x_2 = A_2\cos(\omega t + \pi/2)$ (cm) (t đo bằng giây). Dao động tổng hợp có biên độ 73 cm. Để biên độ A_1 có giá trị cực đại thì A_2 có giá trị

- A. $\sqrt{3}$ cm. B. 1 cm C. 2cm. D. $2\sqrt{3}$ cm.

Bài 43: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình $x_1 = A_1 \cos(\omega t - \pi/6)$ (cm) và $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi)$ (cm) (t đo bằng giây). Dao động tổng hợp có biên độ 9 cm. Để biên độ A_2 có giá trị cực đại thì A_1 có giá trị

- A. $9\sqrt{3}$ cm. B. 18cm. C. $5\sqrt{3}$ cm. D. $6\sqrt{3}$ cm.

Bài 44: Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương $x_1 = a \cos(\omega t + \pi/3)$ (cm) và $x_2 = b \cos(\omega t - \pi/2)$ (cm) (t đo bằng giây). Biết phương trình dao động tổng hợp là $x = 5 \cos(\omega t + \varphi)$ (cm). Biên độ dao động b có giá trị cực đại khi a bằng

- A. $5\sqrt{3}$ cm. B. 10 cm. C. $5\sqrt{2}$ cm. D. $2,5\sqrt{2}$ cm.

Bài 45: Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, có biên độ $A_1 = 10$ cm, pha ban đầu $\varphi_1 = \pi/6$ và có biên độ A_2 , pha ban đầu $\varphi_2 = -\pi/2$. Biên độ A_2 thay đổi được. Biên độ dao động tổng hợp A của hai dao động trên có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A. 5 73 cm. B. 20 cm. C. 5 cm. D. 6 73 cm.

Bài 46: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \pi/3)$ (cm) và $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi/4)$ (cm). Biết phương trình dao động tổng hợp là $x = 10 \cos(\omega t + \varphi)$ (cm). Khi A_2 có giá trị cực đại thì φ có giá trị

- A. $-\pi/3$. B. $-\pi/6$. C. $\pi/6$. D. $5\pi/6$.

Bài 47: Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là $A/\sqrt{3}$ còn của chất điểm thứ hai là A. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ $+A/2$, chúng đều chuyển động theo chiều dương. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

- A. $2\pi/3$. B. $\pi/6$. C. π . D. $\pi/2$.

Bài 48: Có hai vật dao động điều hoà cùng biên độ A, cùng tần số trên hai đường thẳng song song cạnh nhau và cùng song song với trục Ox. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Biết rằng chúng gặp nhau khi chuyển động ngược chiều nhau qua vị trí có li độ $0,5\sqrt{3}$ A. Độ lệch pha hai dao động là:

- A. $\pi/4$. B. $\pi/3$. C. $\pi/6$. D. $2\pi/3$.

Bài 49: Có hai vật dao động điều hoà cùng biên độ A, cùng tần số trên hai đường thẳng song song cạnh nhau và cùng song song với trục Ox. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Biết rằng chúng gặp nhau khi chuyển động ngược chiều nhau qua vị trí có li độ $0,5\sqrt{2}$ A. Độ lệch pha hai dao động là

- A. $\pi/2$. B. $\pi/3$. C. $\pi/6$. D. $2\pi/3$.

Bài 50: Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, với cùng biên độ và tần số. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Biết rằng khi đi ngang qua nhau, hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau và đều có độ lớn của li độ bằng một nửa biên độ. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

- A. $\pi/2$. B. $\pi/3$. C. π . D. $2\pi/3$.

Bài 51: Hai con lắc đơn treo cạnh nhau có chu kỳ dao động nhỏ là 2,4 s và 1,8 s. Kéo hai con lắc lệch một góc nhỏ như nhau rồi đồng thời buông nhẹ thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này sau thời gian ngắn nhất

- A. 4,8 s. B. 12/11 s. C. 7,2 s. D. 18 s.

Bài 52: Hai con lắc đơn treo cạnh nhau có chu kỳ dao động nhỏ là 4 s và 4,8 s. Kéo Hai con lắc lệch một góc nhỏ như nhau rồi đồng thời buông nhẹ thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này sau thời gian ngắn nhất

- A. 8,8 s. B. 12/11 s. C. 6,248 s. D. 24 s.

Bài 53: Hai con lắc đặt cạnh nhau song song với nhau trên mặt phẳng ngang có chu kỳ dao động lần lượt là 1,4 s và 1,8 s. Kéo hai con lắc ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn như nhau rồi đồng thời buông nhẹ thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này sau thời gian ngắn nhất

- A. 8,8 s B. 12,6s C. 6,248 s. D. 24 s.

Bài 54: Hai con lắc đặt gần nhau dao động bé với chu kỳ lần lượt là 1,5 (s) và 2 (s) trên 2 mặt phẳng song song. Tại thời điểm t nào đó cả hai đi qua vị trí cân bằng theo cùng chiều. Thời gian ngắn nhất để hai hiện tượng trên lặp lại là

- A. 3 (s). B. 4 (s). C. 12 (s). D. 6 (s).

Bài 55: Hai con lắc có chiều dài khác nhau được kéo lệch về cùng một phía với cùng góc lệch rồi thả nhẹ để cho chúng dao động điều hòa với tần số lần lượt $f_1 = 5/3$ Hz và $f_2 = 1,25$ Hz. Sau thời gian ngắn nhất là bao nhiêu thì hai con lắc lại ở cùng vị trí ban đầu

- A. 3 (s). B. 4,8 (s). C. 2 (s). D. 2,4 (s).

Bài 56: Tại thời điểm ban đầu, hai chất điểm cùng đi qua gốc O theo chiều dương, thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có cùng biên độ nhưng có chu kỳ lần lượt là $T_1 = 1,2$ s và $T_2 = 0,8$ s. Thời điểm đầu tiên hai chất điểm đó gặp nhau là

- A. $t = 0,24$ s. B. $t = 0,72$ s. C. $t = 0,48$ s. D. $t = 0,96$ s.

Bài 57: Tại thời điểm ban đầu, hai chất điểm cùng đi qua gốc O theo chiều dương, thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có cùng biên độ nhưng có chu kỳ lần lượt là $T_1 = 1,2$ s và $T_2 = 0,8$ s. Thời điểm lần thứ hai mà hai chất điểm đó gặp nhau là

- A. $t = 0,24$ s. B. $t = 0,72$ s. C. $t = 0,48$ s. D. $t = 0,96$ s.

Bài 58: Tại thời điểm ban đầu, hai chất điểm cùng đi qua gốc O theo chiều dương, thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có cùng biên độ nhưng có chu kỳ lần lượt là $T_1 = 0,8$ s và $T_2 = 2,4$ s. Thời điểm đầu tiên hai chất điểm đó gặp nhau là

- A. $t = 0,3$ s. B. $t = 1,2$ s. C. $t = 0,4$ s. D. $t = ,5$ s.

Bài 59: Tại thời điểm ban đầu, hai chất điểm cùng đi qua gốc O theo chiều dương, thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có cùng biên độ nhưng với tần số góc lần lượt là $\pi/6$ (rad/s) và $\pi/3$ (rad/s). Thời điểm đầu tiên hai chất điểm đó gặp nhau là

- A. $t = 0,3$ s. B. $t = 2$ s. C. $t = 12$ s. D. $t = 0,5$ s.

Bài 60: Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox (O là vị trí cân bằng có cùng biên độ A nhưng có tần số lượt là $f_1 = 3$ Hz và $f_2 = 6$ Hz. Lúc đầu, cả hai chất điểm đều qua li độ $A/2$ theo chiều dương. Thời điểm lần thứ 2 các chất điểm đó gặp nhau là

- A. $t = 0,24$ s. B. $t = 1/9$ s. C. $t = 4/27$ s. D. $t = 1/3$ s.

Bài 61: Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox (O là vị trí cân bằng) có cùng biên độ A nhưng có tần số lần lượt là $f_1 = 3$ Hz và $f_2 = 6$ Hz. Lúc đầu, cả hai chất điểm đều qua li độ $A/2$ nhưng chất điểm 2 theo chiều âm chất điểm 1 theo chiều dương. Thời điểm lần đầu tiên các chất điểm đó gặp nhau là

- A. $t = 2/27$ s. B. $t = 2/9$ s. C. $t = 1/9$ s. D. $t = 1/27$ s.

Bài 62: Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình lần lượt là $x_1 = A\cos(\pi t + \pi/2)$ và $x_2 = A\cos(\pi t + \pi/6)$. Tìm thời điểm đầu tiên hai chất điểm đó gặp nhau và tính tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 khi đó.

- A. $t = 0,3$ s và $v_1/v_2 = 2$. B. $t = 2/3$ s và $v_1/v_2 = -1$.
C. $t = 0,4$ s và $v_1/v_2 = -1$. D. $t = 2/3$ s và $v_1/v_2 = -2$.

Bài 63: Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình lần lượt là $x_1 = A\cos(3\pi t + \pi/2)$ và $x_2 = A\cos(3\pi t + \pi/6)$. Tìm thời điểm đầu tiên hai chất điểm đó gặp nhau và tính tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 khi đó.

- A. $t = 0,3$ s và $v_1/v_2 = 2$. B. $t = 2/9$ s và $v_1/v_2 = -1$.
C. $t = 0,4$ s và $v_1/v_2 = -1$. D. $t = 2/9$ s và $v_1/v_2 = -2$.

Bài 64: Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, với cùng biên độ nhưng chu kì lần lượt là 3 (s) và 6 (s). Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi gặp nhau tỉ số tốc độ của chất điểm thứ nhất với tốc độ của chất điểm thứ hai là

- A. 3:2. B. 2:3. C. 1:2. D. 2:1.

Bài 65: Hai chất điểm dao động điều hoà trên một đường thẳng, cùng vị trí cân bằng, cùng biên độ, có tần số $f_1 = 2$ Hz và $f_2 = 4$ Hz. Khi hai chất điểm gặp nhau có tốc độ dao động tương ứng là v_1 và v_2 , tỉ số v_1/v_2 bằng

- A. 4. B. 2. C. 1/4. D. 1/2.

Bài 66: Hai con lắc lò xo nằm ngang có chu kì $T_1 = T_2/2$. Kéo lệch các vật nặng tới vị trí cách các vị trí cân bằng của chúng một đoạn A như nhau và đồng thời thả cho chuyển động không vận tốc ban đầu. Khi khoảng cách từ vật nặng của các con lắc đến vị trí cân bằng của chúng đều là b ($0 < b < A$) thì tỉ số số độ lớn vận tốc của vật thứ nhất và vật thứ hai là

- A. $\sqrt{2}$:2. B. 2: $\sqrt{2}$. C. 1:2. D. 2:1.

Bài 67: Hai con lắc đơn giống hệt nhau dao động điều hoà với chu kì 2 (s) trong hai mặt phẳng song song đối diện nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết ở thời điểm $t = 1$ (s) hai vật gặp nhau và chúng chuyển động ngược chiều nhau. Thời điểm tiếp theo hai vật lại gặp nhau là

- A. $t = 2$ (s). B. $t = 3$ (s). C. $t = 4$ (s). D. $t = 5$ (s).

Bài 68: Hai chất điểm dao động điều hoà với chu kỳ T, lệch pha nhau $\pi/3$ với biên độ lần lượt là A và 2A, trên hai trục tọa độ song song cùng chiều, gốc tọa độ nằm trên đường vuông góc chung. Khoảng thời gian nhỏ nhất giữa hai lần chúng ngang nhau là

- A. T/2. B. T. C. T/3. D. T/4.

Bài 69: Hai con lắc lò xo giống nhau cùng có khối lượng vật nặng $m = 10$ g, độ cứng lò xo là $k = \pi^2$ N/cm, dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở cùng gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ hai lớn gấp ba lần biên độ của con lắc thứ nhất. Biết rằng lúc hai vật gặp nhau chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa hai lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là

- A. 0,02 (s). B. 0,04 (s). C. 0,03 (s). D. 0,01 (s).

Bài 70: Hai chất điểm M_1 và M_2 cùng dao động trên trục Ox, quanh vị trí cân bằng O theo các phương trình: $x_1 = A \cos 2\pi ft$ và $x_2 = A \cos(2\pi ft + \pi)$. Trong 5 chu kì đầu tiên chúng gặp nhau bao nhiêu lần

- A. 5 lần. B. 10 lần. C. 20 lần. D. 40 lần.

Bài 71: Hai con lắc có chu kì xấp xỉ nhau $T_1 = 2,1$ s và $T_2 = 2,0$ s bắt đầu dao động từ một thời điểm $t = 0$. Hỏi sau một khoảng thời gian ngắn nhất Δt bằng bao nhiêu thì con lắc có chu kì T thực hiện được đúng n dao động và con lắc có chu kì T' thực hiện được đúng n + 1 dao động?

- A. 4,2 (s). B. 42 (s). C. 35 (s). D. 40 (s).

Bài 72: Cho một con lắc đơn A dao động cạnh một con lắc đồng hồ B có chu kì 2 (s), con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A một chút. Quan sát cho kết quả cứ sau những khoảng thời gian liên tiếp bằng nhau 34 giây, 2 con lắc đều đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Hãy tính chu kì dao động của con lắc A.

- A. 2,8 (s). B. 2,125 (s). C. 2,7 (s). D. 1,889 (s).

Bài 73: Hai con lắc có chu kì xấp xỉ nhau $T = 2,001$ s và $T' = 2,002$ s bắt đầu dao động từ một thời điểm $t = 0$. Hỏi sau một khoảng thời gian ngắn nhất Δt bằng bao nhiêu thì con lắc có chu kì T thực hiện được đúng n + 1 dao động và con lắc có chu kì T' thực hiện được đúng n dao động?

- A. 360 (s). B. 4006,002 (s). C. 3500 (s). D. 3000 (s).

Bài 74: Hai con lắc lò xo có chu kì lần lượt là $T_1, T_2 = 2,9$ (s), cùng bắt đầu dao động vào thời điểm $t = 0$, đến thời điểm $t = 87$ s thì con lắc thứ nhất thực hiện được đúng n dao động và con lắc thứ hai thực hiện được đúng $n + 1$ dao động. Tính T_1 .

- A. 2,8 (s). B. 3,0 (s). C. 2,7 (s). D. 3,1 (s).

Bài 75: Một con lắc đơn A dao động nhỏ với T_A trước mặt một con lắc đồng hồ gõ giây B với chu kì $T_B = 2$ (s). Con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A một chút ($T_A > T_B$) nên có những lần hai con lắc chuyển động cùng chiều và trùng với nhau tại vị trí cân bằng của chúng (gọi là những lần trùng phùng). Quan sát cho thấy hai lần trùng phùng liên tiếp cách nhau 590 (s). Chu kỳ dao động của con lắc đơn A là

- A. 2,0606 (s). B. 2,1609 (s). C. 2,0068 (s). D. 2,0079 (s).

Bài 76: Cho Hai con lắc lò xo A và B dao động điều hoà trên hai đường thẳng song song với nhau. Ban đầu kéo vật nặng của hai con lắc về cùng một phía một đoạn bằng nhau rồi buông nhẹ cùng một lúc. Con lắc B dao động chậm hơn con lắc A một chút và sau 5 phút 14 giây người ta mới quan sát thấy Hai vật nặng lại hùng nhau ở vị trí ban đầu. Nếu chu kì dao động của con lắc A là 0,628 (s) chu kì của B là

- A. 0,630 (s). B. 0,627 (s). C. 0,626 (s). D. 0,629 (s).

Bài 77: Hai con lắc lò xo giống hệt nhau dao động điều hoà trên mặt phẳng nằm ngang, dọc theo Hai đường thẳng song song cạnh nhau và song song với trục Ox. Biên độ của con lắc 1 là $A_1 = 4$ cm, con lắc 2 là $A_2 = 4\sqrt{3}$ cm. Con lắc 2 dao động sớm pha hơn con lắc 1 và trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật dọc theo trục Ox là 4 cm. Khi động năng của con lắc 1 cực tiểu thì động năng con lắc thứ 2 bằng

- A. 1/4 giá trị cực đại. B. 3/4 giá trị cực đại.
C. 2/3 giá trị cực đại. D. 1/2 giá trị cực đại.

Bài 78: Hai con lắc lò xo giống hệt nhau dao động điều hoà trên mặt phẳng nằm ngang, dọc theo Hai đường thẳng song song cạnh nhau và song song với trục Ox. Biên độ của con lắc 1 là $A_1 = 4$ cm, con lắc 2 là $A_2 = 4\sqrt{3}$ cm. Con lắc 2 dao động sớm pha hơn con lắc 1 và trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật dọc theo trục Ox là 4 cm. Khi động năng của con lắc 2 bằng một phần tư giá trị cực đại thì động năng con lắc thứ 1 bằng

- A. cực tiểu hoặc bằng 1/4 giá trị cực đại. B. cực tiểu hoặc bằng 3/4 giá trị cực đại.
C. cực đại hoặc bằng 2/3 giá trị cực đại. D. cực đại hoặc bằng 1/4 giá trị cực đại..

Bài 79: Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hoà cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M và N lần lượt là 6 cm và $6\sqrt{2}$ cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 6 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng thì thế năng của N

- A. cực đại hoặc bằng nửa giá trị cực đại. B. cực đại hoặc bằng 0,75 giá trị cực đại.
C. bằng 0 hoặc bằng giá trị cực đại. D. bằng 0 hoặc bằng 0,75 giá trị cực đại.

Bài 80: Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là 4 cm còn của chất điểm thứ hai là 14,928 cm. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ 3,864 cm, chúng chuyển động ngược chiều nhau. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

- A. $2\pi/3$. B. $\pi/3$. C. π . D. $\pi/2$.

Bài 81: Hai con lắc đơn (với tần số góc dao động điều hoà lần lượt là $10\pi/9$ rad/s và $10\pi/8$ rad/s) được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời

truyền cho chúng các vận tốc cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Tìm khoảng thời gian kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau lần thứ 2014.

A. 1611,5 s.

B. 14486,4 s.

C. 14486,8 s.

D. 14501,2 s.

1.C	2.B	3.C	4.A	5.B	6.C	7.A	8.C	9.C	10.A
11.D	12.A	13.A	14.B	15.A	16.B	17.A	18.A	19.B	20.D
21.C	22.B	23.D	24.B	25.C	26.C	27.A	28.A	29.A	30.D
31.C	32.C	33.D	34.B	35.B	36.C	37.A	38.C	39.D	40.D
41.D	42.B	43.A	44.A	45.A	46.B	47.B	48.B	49.A	50.D
51.C	52.D	53.B	54.D	55.D	56.A	57.B	58.A	59.B	60.C
61.C	62.B	63.B	64.D	65.D	66.D	67.A	68.A	69.D	70.B
71.B	72.B	73.B	74.B	75.C	76.D	77.A	78.B	79.C	80.D
81.A									

Thầytrường.