

---

# MỤC LỤC

CHƯƠNG 1: DAO ĐỘNG CƠ.....	1
Chủ đề 1. DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA .....	1
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT .....	1
B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG TOÁN.....	1
Dạng 1. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA VÀ CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG .....	1
1.2. Các phương trình độc lập với thời gian.....	3
2. Các bài toán sử dụng vòng tròn lượng giác.....	7
2.1. Chuyển động tròn đều và dao động điều hoà.....	7
2.2. Khoảng thời gian để véc tơ vận tốc và gia tốc cùng chiều, ngược chiều.....	8
2.3. Tìm li độ và hướng chuyển động Phương pháp chung:.....	8
2.4. Tìm trạng thái quá khứ và tương lai.....	10
2.4.1. Tìm trạng thái quá khứ và tương lai đối với bài toán chưa cho biết phương trình của $x, v, a, F$ .....	10
2.4.2. Tìm trạng thái quá khứ và <b>tương</b> lai đối với bài toán cho biết phương trình của $x, v, a, F$ .....	13
2.5. Tìm số lần đi qua một vị trí nhất định trong một khoảng thời gian.....	19
2.6. Viết phương trình dao động điều hoà.....	22
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	28
Dạng 2. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THỜI GIAN .....	44
1. Thời gian đi từ $x_1$ đến $x_2$ .....	44
1.1. Thời gian ngắn nhất đi từ $x_1$ đến vị trí cân bằng và đến vị trí biên.....	44
1.2. Thời gian ngắn nhất đi từ $x_1$ đến $x_2$ .....	47
1.3. Thời gian ngắn nhất liên quan đến vận tốc, động lượng.....	51
1.4. Thời gian ngắn nhất liên quan đến gia tốc, lực, năng lượng.....	54

---

**CHƯƠNG 1: DAO ĐỘNG CƠ**

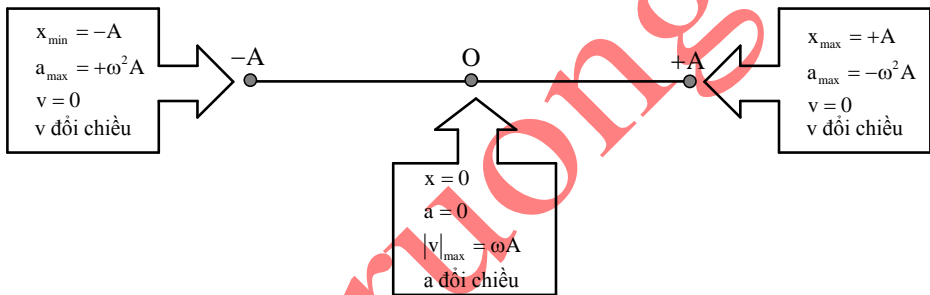
**Chủ đề 1. DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA**

**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

- + Dao động cơ là chuyển động qua lại của vật quanh 1 vị trí cân bằng.
- + Dao động tuần hoàn là dao động mà sau những khoảng thời gian bằng nhau, trạng thái dao động (vị trí, vận tốc,..) được lặp lại như cũ.
- + Dao động điều hòa là dao động trong đó li độ của vật là một hàm cosin (hay sin) của thời gian.

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \\ F = ma = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

+ Nếu  $x = A \sin(\omega t + \alpha)$  thì có thể biến đổi thành  $x = A \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ .



**B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG TOÁN**

1. Các phương pháp biểu diễn dao động điều hòa và các đại lượng đặc trưng
2. Bài toán liên quan đến thời gian.
3. Bài toán liên quan đến quãng đường.
4. Bài toán liên quan đến vừa thời gian và quãng đường.
5. Bài toán liên quan đến chứng minh hệ dao động điều hòa.

**Dạng 1. CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA VÀ CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG**

*Phương pháp giải*

Một dao động điều hòa có thể biểu diễn bằng:

- + Phương trình
- + Hình chiếu của chuyển động tròn đều
- + Véc tơ quay
- + Số phức.

Khi giải toán nếu chúng ta sử dụng hợp lý các biểu diễn trên thì sẽ có được lời giải hay và ngắn gọn.

**1. Các bài toán yêu cầu sử dụng linh hoạt các phương trình**

**1.1. Các phương trình phụ thuộc thời gian:**

$$\begin{aligned} x &= A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = x' &= -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' &= -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

$$F = ma = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$W_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{m\omega^2 A^2}{4} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$$

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{m\omega^2 A^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)]$$

$$W = W_t + W_d = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

**Phương pháp chung:** Đối chiếu phương trình của bài toán với phương trình tổng quát để tìm các đại lượng.

**Ví dụ 1:** (ĐH – 2014) Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình  $x = 3\cos\pi$  (x tính bằng cm, t tính bằng s). Phát biểu nào sau đây **đúng**?

- A. Tốc độ cực đại của chất điểm là 9,4 cm/s.
- B. Chu kì của dao động là 0,5 s.
- C. Gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại là 113 cm/s<sup>2</sup>.
- D. Tần số của dao động là 2 Hz.

**Hướng dẫn**

Tốc độ cực đại:  $v_{\max} = \omega A = 9,4 \text{ cm/s} \Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 2:** (ĐH – 2012) Một vật nhỏ có khối lượng 250 g dao động điều hòa dưới tác dụng của một lực kéo về có biểu thức  $F = -0,4\cos 4t$  (N) (t đo bằng s). Dao động của vật có biên độ là

- A. 8 cm.
- B. 6 cm.
- C. 12 cm.
- D. 10 cm.

**Hướng dẫn**

Đối chiếu  $F = -0,4\cos 4t$  (N) với biểu thức tổng quát  $F = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega = 4 \text{ (rad/s)} \\ m\omega^2 A = 0,4 \text{ (N)} \end{cases} \Rightarrow A = 0,1 \text{ (m)} \Rightarrow \text{Chọn D}$$

**Ví dụ 3:** Một vật nhỏ khối lượng 0,5 (kg) dao động điều hòa có phương trình li độ  $x = 8\cos 30t$  (cm) (t đo bằng giây) thì lúc  $t = 1$  (s) vật

- A. có li độ  $4\sqrt{2}$  (cm).
- B. có vận tốc  $-120$  cm/s.
- C. có gia tốc  $-36\sqrt{3}$  (m/s<sup>2</sup>).
- D. chịu tác dụng hợp lực có độ lớn 5,55N.

**Hướng dẫn**

Đối chiếu với các phương trình tổng quát ta tính được:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0,08\cos 30t \text{ (m)} \\ v = x' = -2,4\sin 30t \text{ (m/s)} \\ a = v' = -72\cos 30t \text{ (m/s}^2\text{)} \\ F = ma = -36\cos 30t \text{ (N)} \end{array} \right. \xrightarrow{t=1} \left\{ \begin{array}{l} x = 0,08\cos 30.1 \approx 0,012 \text{ (m)} \\ v = -2,4\sin 30.1 \approx 2,37 \text{ (m/s)} \\ a = v' = -72\cos 30.1 \approx -11,12 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ F = ma = -36\cos 30.1 \approx 5,55 \text{ (N)} \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 4:** Một chất điểm dao động điều hòa có phương trình vận tốc là  $v = 3\pi\cos 3\pi t$  (cm/s). Góc tọa độ ở vị trí cân bằng. Mốc thời gian được chọn vào lúc chất điểm có li độ và vận tốc là:

- A.  $x = 2\text{cm}$ ,  $v = 0$ .
- B.  $x = 0$ ,  $v = 3\pi \text{ cm/s}$ .
- C.  $x = -2 \text{ cm}$ ,  $v = 0$ .
- D.  $x = 0$ ,  $v = -\pi \text{ cm/s}$ .

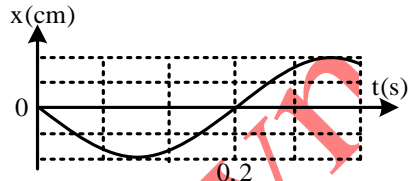
**Hướng dẫn**

Đối chiếu với các phương trình tổng quát ta tính được:

$$\begin{cases} x = A \cos(3\pi t + \varphi) \\ v = x' = -3\pi A \sin(3\pi t + \varphi) = 3\pi A \cos\left(3\pi t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{2} \\ A = 1(\text{cm}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{(0)} = 1 \cos\left(3\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ v_{(0)} = 3\pi \cos(3\pi \cdot 0) = 3\pi(\text{cm/s}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 5: (THPTQG – 2017)** Một vật dao động điều hòa trên trục Ox. Hình bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ x vào thời gian t. Tần số góc của dao động là.



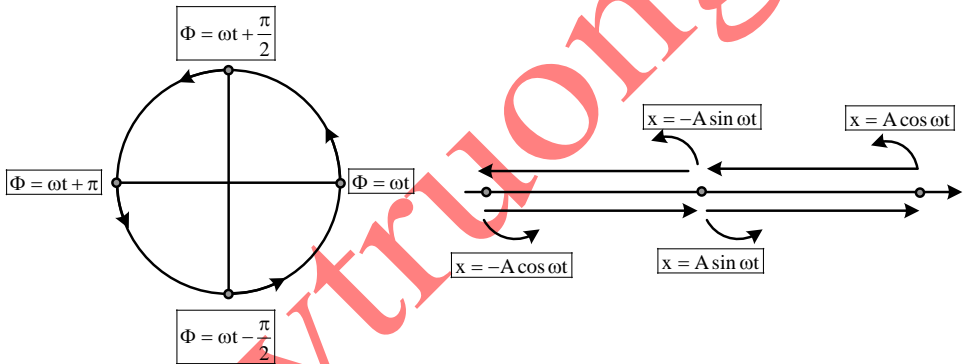
- A. 10 rad/s.                      B.  $10\pi$  rad/s.  
C.  $5\pi$  rad/s.                      D. 5 rad/s.

**Hướng dẫn**

\* Chu kỳ  $T = 0,4\text{s} \Rightarrow \omega = 2\pi/T = 5\pi \text{ rad/s} \Rightarrow$  Chọn

C.

**Chú ý:** Bốn trường hợp đặc biệt khi chọn gốc thời gian là lúc: vật ở vị trí biên dương và qua vị trí cân bằng theo chiều âm, vật ở biên âm và vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương.



### 1.2. Các phương trình độc lập với thời gian

$$\begin{cases} x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \\ a = -\omega^2 x \\ F = m\omega^2 x = -kx \\ k = m\omega^2 \end{cases} ; W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

**Phương pháp chung:** Biến đổi về phương trình hoặc hệ phương trình có chứa đại lượng cần tìm và đại lượng đã biết.

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa, khi vật có li độ  $x_1 = 4$  (cm) thì vận tốc  $v_1 = -40\pi\sqrt{3}$  (cm/s) và khi vật có li độ  $x_2 = 4\sqrt{2}$  (cm) thì vận tốc  $v_2 = -40\pi\sqrt{2}$  (cm/s). Động năng biến thiên với chu kỳ

- A. 0,1 s.                      B. 0,8 s.                      C. 0,2 s.                      D. 0,4 s.

**Hướng dẫn**

Áp dụng công thức:  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$

$$\begin{cases} A^2 = 4^2 + \frac{(-40\pi\sqrt{3})^2}{\omega^2} \\ A^2 = (4\sqrt{2})^2 + \frac{(-40\pi\sqrt{2})^2}{\omega^2} \end{cases} \Rightarrow \omega = 10\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2(\text{s})$$

Động năng và thế năng đều biến đổi tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ là:

$$T' = \frac{T}{2} = 0,1(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Vận tốc và gia tốc của con lắc lò xo dao động điều hoà tại các thời điểm  $t_1, t_2$  có giá trị tương ứng là  $v_1 = 0,12 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 0,16 \text{ m/s}$ ,  $a_1 = 0,64 \text{ m/s}^2$ ,  $a_2 = 0,48 \text{ m/s}^2$ . Biên độ và tần số góc dao động của con lắc là:

- A.  $A = 5 \text{ cm}$ ,  $\omega = 4 \text{ rad/s}$ .  
C.  $A = 4 \text{ cm}$ ,  $\omega = 5 \text{ rad/s}$ .

- B.  $A = 3 \text{ cm}$ ,  $\omega = 6 \text{ rad/s}$ .  
D.  $A = 6 \text{ cm}$ ,  $\omega = 3 \text{ rad/s}$ .

**Hướng dẫn**

Áp dụng công thức:  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \xrightarrow{a=-\omega^2 x} \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$

$$\begin{cases} \frac{0,48^2}{\omega^4} + \frac{0,16^2}{\omega^2} = A^2 \\ \frac{0,64^2}{\omega^4} + \frac{0,12^2}{\omega^2} = A^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0,05(\text{m}) \\ \omega = 4(\text{rad/s}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** (ĐH – 2011) Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox. Khi chất điểm đi qua vị trí cân bằng thì tốc độ của nó là  $30 \text{ cm/s}$ . Khi chất điểm có tốc độ là  $15 \text{ cm/s}$  thì gia tốc của nó có độ lớn là  $90\sqrt{3} \text{ cm/s}^2$ . Biên độ dao động của chất điểm là

- A.  $5 \text{ cm}$ .                      B.  $4 \text{ cm}$ .                      C.  $10 \text{ cm}$ .                      D.  $8 \text{ cm}$ .

**Hướng dẫn**

Phối hợp với công thức:  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$ ;  $a = -\omega^2 x$ ;  $v_{\max} = \omega A$  ta suy ra:

$$\left(\frac{aA}{v_{\max}^2}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{90\sqrt{3}}{30^2}A\right)^2 + \left(\frac{15}{30}\right)^2 = 1 \Rightarrow A = 5(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang với biên độ A. Tìm độ lớn li độ x mà tại đó công suất của lực đàn hồi đạt cực đại.

- A. A                      B. 0.                      C.  $A\sqrt{2}$ .                      D.  $0,5A\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn**

Công suất của lực bằng tích độ lớn của lực ( $F = k|x|$ ) và tốc độ v.

$$P = F.v = \frac{k\omega}{2}.2|x|.\left|\frac{v}{\omega}\right| \leq \frac{k\omega}{2}\left(x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}\right) = \frac{k\omega A^2}{2}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{k\omega A^2}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{A^2}{2} \Rightarrow |x| = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Ở trên ta đã áp dụng bất đẳng thức  $2ab \leq a^2 + b^2$ , dấu '=' xảy ra khi  $a = b$ .

**Ví dụ 5:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 40 \text{ N/m}$  đầu trên được giữ cố định còn phía dưới gắn vật m dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với biên độ  $2,5 \text{ cm}$ . Khi ở vị trí cao nhất lò xo

không biến dạng. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Trong quá trình dao động, trọng lực của  $m$  có công suất tức thời cực đại bằng

- A. 0,41 W.                      B. 0,64 W.                      C. 0,5 W.                      sD. 0,32 W.

**Hướng dẫn**

Tại vị trí cân bằng:  $mg = k\Delta\ell_0 = A$ .

$$\text{Tần số góc: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta\ell_0}} = \sqrt{\frac{g}{A}}$$

Công suất tức thời của trọng lực:  $P_{cs} = F.v = P.v = mgv$  với  $v$  là tốc độ của vật  $m$ .

$$P_{\max} = mgv_{\max} = kA\sqrt{\frac{g}{A}}.A = kA\sqrt{Ag} = 40.2,5.10^{-2}\sqrt{2,5.10^{-2}.10} = 0,5W$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 6:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục  $Ox$  với chu kì 2 s và biên độ 10 cm. Tại thời điểm  $t$ , lực hồi phục tác dụng lên vật có độ lớn  $F = 0,148 \text{ N}$  và động lượng của vật lúc đó  $p = 0,0628 \text{ kgm/s}$ . Tính khối lượng của vật nặng.

- A. 0,25 kg.                      B. 0,20 kg.                      C. 0,10 kg.                      D. 0,15 kg.

**Hướng dẫn**

Từ công thức tính độ lớn lực hồi phục  $F = k|x| = m\omega^2|x|$ , độ lớn động lượng của vật  $p = mv$  ta

rút ra  $|x|$  và  $v$  rồi thay vào:  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$  ta được:

$$\frac{F^2}{m^2\omega^4} + \frac{p^2}{m^2\omega^2} = A^2 \text{ mà } \begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi(\text{rad/s}); A = 0,1(\text{m}) \\ F = 0,148(\text{N}); p = 0,0628(\text{kgm/s}) \end{cases}$$

nên suy ra:  $m \approx 0,25 \text{ (kg)} \Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 7:** Gọi  $M$  là điểm của đoạn  $AB$  trên quỹ đạo chuyển động của một vật dao động điều hòa. Biết gia tốc tại  $A$  và  $B$  lần lượt là  $-3 \text{ cm/s}^2$  và  $6 \text{ cm/s}^2$  đồng thời chiều dài đoạn  $AM$  gấp đôi chiều dài đoạn  $BM$ . Tính gia tốc tại  $M$ .

- A.  $2 \text{ cm/s}^2$ .                      B.  $1 \text{ cm/s}^2$ .                      C.  $4 \text{ cm/s}^2$ .                      D.  $3 \text{ cm/s}^2$ .

**Hướng dẫn**

Áp dụng công thức  $a = -\omega^2x$  cho các điểm  $A, B, M$  và lưu ý  $AM = 2MB$  nên

$$x_M - x_A = 2(x_B - x_M) \Rightarrow x_M = \frac{x_A + 2x_B}{3} \Rightarrow -\omega^2x_M = \frac{-\omega^2x_A - 2\omega^2x_B}{3}$$

$$\Rightarrow a_M = \frac{a_A + 2a_B}{3} = 3(\text{cm/s}^2) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 8:** Một vật dao động điều hòa có chu kì 2 s, biên độ 10 cm. Khi vật cách vị trí cân bằng 5 cm, tốc độ của nó bằng

- A. 27,21 cm/s.                      B. 12,56 cm/s.                      C. 20,08 cm/s.                      D. 18,84 cm/s.

**Hướng dẫn**

Từ công thức:  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$  suy ra:

$$|v| = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{2}\sqrt{10^2 - 5^2} \approx 27,21(\text{cm/s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 9:** Một quả cầu dao động điều hoà với biên độ 5 (cm), chu kỳ 0,4 (s). Tính vận tốc của quả cầu tại thời điểm vật có li độ 3 (cm) và đang chuyển động theo chiều dương.

- A.  $v = 62,8 \text{ (cm/s)}$ .                      B.  $v = \pm 62,8 \text{ (cm/s)}$                       C.  $v = - 62,8 \text{ (cm/s)}$ .                      D.  $v = 62,8 \text{ (m/s)}$ .

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \\ v > 0 \end{cases} \Rightarrow v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2} = 62,8(\text{cm/s}) \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Chú ý:**

Các bài toán đơn giản như: cho x tính v hoặc cho v tính x. Từ các công thức

$$\begin{cases} A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \\ v_{\max} = \omega A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |v| = \frac{\omega A}{A} \sqrt{A^2 - x^2} \\ |x| = A \sqrt{1 - \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2} \end{cases} \text{ ta suy ra các điểm đặc biệt}$$

$$|x| = 0 \Leftrightarrow |v| = \omega A.$$

$$|x| = \frac{A}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |v| = \frac{\omega A}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow W_d = W_t$$

$$|x| = A \Leftrightarrow |v| = 0$$

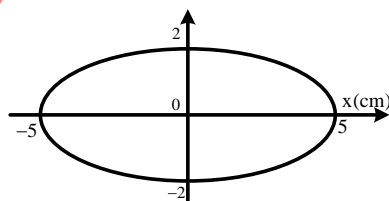
$$|x| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow |v| = \frac{\omega A}{2} \Leftrightarrow W_t = 3W_d$$

$$|x| = \frac{A}{2} \Leftrightarrow |v| = \frac{\omega A\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow W_d = W_t$$

$$\text{Từ } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1$$

$\Rightarrow$  Đồ thị liên hệ x, v là đường elip và các bán trục A và  $\omega A$ .

**Ví dụ 10:** Một vật nhỏ có khối lượng 0,3 kg dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Vị trí cân bằng của vật trùng với O. Trong hệ trục vuông góc xOv, đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa vận tốc và li độ của vật như hình vẽ. Lực kéo về cực đại tác dụng lên vật trong quá trình dao động là



A. 24N.

B. 30N.

C. 1,2N.

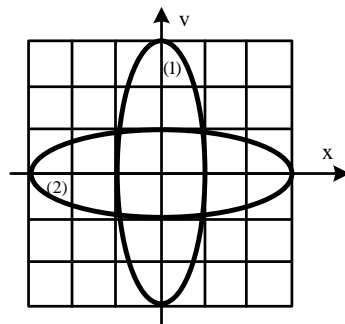
D. 27N.

**Hướng dẫn**

$$* \text{ Từ } \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} A = 5(\text{cm}) = 0,05(\text{m}) \\ \omega A = 2(\text{m/s}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega = 40(\text{rad/s}) \Rightarrow F_{\max} = kA = m\omega^2 A = 24(\text{N}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 11:** (THPTQG – 2016) Cho hai vật dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox. Vị trí cân bằng của mỗi vật nằm trên đường thẳng vuông góc với trục Ox tại O. Trong hệ trục vuông góc xOv, đường (1) là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa vận tốc và li độ của vật 1, đường (2) là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa vận tốc và li độ của vật 2 (hình vẽ). Biết các lực kéo về cực đại tác dụng lên hai vật trong quá trình dao động là bằng nhau. Tỉ số giữa khối lượng của vật 2 với khối lượng của vật 1 là



A. 1/3.

B. 3.

C. 1/27.

D. 27.

**Hướng dẫn**

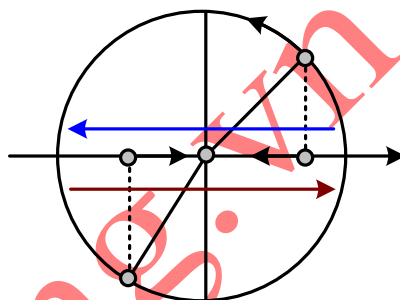
$$* \text{ Từ } \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\omega_1 A_1}{\omega_2 A_2} = 3 \\ \frac{A_2}{A_1} = 3 \end{cases} \xrightarrow{m_1 \omega_1^2 A_1 = m_2 \omega_2^2 A_2} \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{\omega_1 A_1}{\omega_2 A_2}\right)^2 \frac{A_2}{A_1} = 27$$

⇒ Chọn D.

**2. Các bài toán sử dụng vòng tròn lượng giác**

Kinh nghiệm cho thấy, những bài toán không liên quan đến hướng của dao động điều hòa hoặc liên quan vận tốc hoặc gia tốc thì nên giải bài toán bằng cách sử dụng các phương trình; còn nếu liên quan đến hướng thì khi sử dụng vòng tròn lượng giác sẽ cho lời giải ngắn gọn!

Ta đã biết, hình chiếu của chuyển động tròn đều trên một trục nằm trong mặt phẳng quỹ đạo biểu diễn một dao động điều hòa:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$



+ Ở nửa trên vòng tròn thì hình chiếu đi theo chiều âm, còn ở dưới thì hình chiếu đi theo chiều dương!

**2.1. Chuyển động tròn đều và dao động điều hòa**

**Phương pháp chung:**

Dựa vào mối quan hệ giữa các đại lượng trong dao động điều hòa và trong chuyển động tròn đều.

$x = A \cos(\omega t + \varphi)$  = Hình chiếu của CĐTD: bán kính bằng  $A$ , tần số góc  $\omega$ , tốc độ dài  $v_T = \omega A$ .

$$x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_T}\right)^2 = 1$$

**Ví dụ 1:** (THPTQG – 2016): Một chất điểm chuyển động tròn đều trên đường tròn tâm  $O$  bán kính  $10 \text{ cm}$  với tốc độ góc  $5 \text{ rad/s}$ . Hình chiếu của chất điểm lên trục  $Ox$  nằm trong mặt phẳng quỹ đạo có tốc độ cực đại là

- A.  $15 \text{ cm/s}$ .      B.  $50 \text{ cm/s}$ .      C.  $250 \text{ cm/s}$ .      D.  $25 \text{ cm/s}$ .

**Hướng dẫn**

\* Một chất điểm chuyển động tròn đều trên đường tròn bán kính  $R$  với tốc độ góc  $\omega$  thì hình chiếu của nó trên một trục nằm trong mặt phẳng quỹ đạo sẽ dao động điều hòa với biên độ đúng bằng  $R$  và tần số góc đúng bằng  $\omega$

\* Hình chiếu của chất điểm lên trục  $Ox$  nằm trong mặt phẳng quỹ đạo dao động điều hòa với biên độ  $A = 10 \text{ cm}$  và tần số góc  $\omega = 5 \text{ rad/s} \Rightarrow$  tốc độ cực đại là  $v_{\max} = \omega A = 50 \text{ cm/s} \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 2:** Một chất điểm  $M$  chuyển động tròn đều trên quỹ đạo tâm  $O$  bán kính  $R$  với tốc độ  $100 \text{ cm/s}$ . Gọi  $P$  là hình chiếu của  $M$  trên trục  $Ox$  nằm trong mặt phẳng quỹ đạo. Khi  $P$  cách  $O$  một đoạn  $6 \text{ (cm)}$  nó có tốc độ là  $50 \text{ (cm/s)}$ . Giá trị  $R$  bằng

- A.  $4\sqrt{3} \text{ (cm)}$ .      B.  $2,5 \text{ (cm)}$       C.  $6\sqrt{3} \text{ (cm)}$ .      D.  $5 \text{ (cm)}$

**Hướng dẫn**

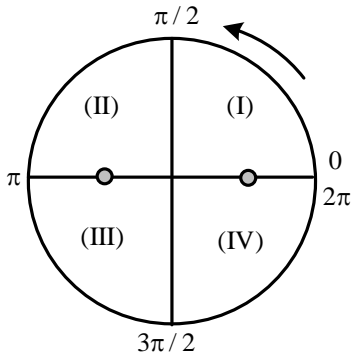
\* Sử dụng:  $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_T}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{6^2}{A^2} + \frac{50^2}{100^2} = 1 \Rightarrow A = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \Rightarrow$  Chọn A.

**2.2. Khoảng thời gian để véc tơ vận tốc và gia tốc cùng chiều, ngược chiều.**

**Phương pháp chung:**

Viết phương trình dưới dạng:  $x = A \cos(\omega t + \phi); \phi = (\omega t + \phi)$  rồi phối hợp với vòng tròn lượng giác.

Chú ý rằng  $\vec{v}$  luôn cùng hướng với hướng chuyển động,  $\vec{a}$  luôn hướng về vị trí cân bằng.



$$\begin{cases} a < 0 \\ v < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{Vật đi từ } x = A \text{ đến } x = 0 \Rightarrow 0 < \phi < \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ v < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{Vật đi từ } x = 0 \text{ đến } x = -A \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \phi < \pi$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ v > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{Vật đi từ } x = -A \text{ đến } x = 0 \Rightarrow \pi < \phi < \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ v > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{Vật đi từ } x = 0 \text{ đến } x = A \Rightarrow \frac{3\pi}{2} < \phi < 2\pi$$

**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = A \cos(5\pi t + \pi/2)$  (cm). Véc tơ vận tốc và véc tơ gia tốc sẽ có cùng chiều dương của trục Ox trong khoảng thời gian nào (kể từ thời điểm ban đầu  $t = 0$ ) sau đây?

- A.  $0,2 \text{ s} < t < 0,3 \text{ s}$ .    B.  $0,0 \text{ s} < t < 0,1 \text{ s}$ .    C.  $0,3 \text{ s} < t < 0,4 \text{ s}$ .    D.  $0,1 \text{ s} < t < 0,2 \text{ s}$ .

**Hướng dẫn**

Muốn  $v > 0, a > 0$  thì chất điểm chuyển động tròn đều phải thuộc góc (III) (Vật đi từ  $x = -A$  đến  $x = 0$ ):

$$\pi < 5\pi t + \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow 0,1 \text{ s} < t < 0,2 \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = A \cos(5\pi t + \pi/2)$  (cm). Véc tơ vận tốc và véc tơ gia tốc sẽ có cùng chiều âm của trục Ox trong khoảng thời gian nào (kể từ thời điểm ban đầu  $t = 0$ ) sau đây?

- A.  $0,2 \text{ s} < t < 0,3 \text{ s}$ .    B.  $0,0 \text{ s} < t < 0,1 \text{ s}$ .    C.  $0,3 \text{ s} < t < 0,4 \text{ s}$ .    D.  $0,1 \text{ s} < t < 0,2 \text{ s}$ .

**Hướng dẫn**

Muốn  $v < 0, a < 0$  thì chất điểm chuyển động tròn đều phải thuộc góc (I) (Vật đi từ  $x = A$  đến  $x = 0$ ). Vì  $\phi = (5\omega t + \pi/2) > \pi/2$  nên  $(\phi)$  phải bắt đầu từ  $2\pi$  :

$$2\pi < 5\pi t + \frac{\pi}{2} < \frac{5\pi}{2} \Rightarrow 0,3 \text{ s} < t < 0,4 \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**2.3. Tìm li độ và hướng chuyển động Phương pháp chung:**

Vật chuyển động về vị trí cân bằng là nhanh dần (không đều) và chuyển động ra xa vị trí cân bằng là chậm dần (không đều).

**Cách 1:**  $\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \phi) \\ v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \end{cases} \xrightarrow{t=t_0} \begin{cases} x_{(t_0)} = A \cos(\omega.t_0 + \phi) \\ v_{(t_0)} = -\omega A \sin(\omega.t_0 + \phi) \end{cases}$

+  $v_{(t_0)} > 0$ : Vật đi theo chiều dương (x đang tăng).

+  $v_{(t_0)} < 0$ : Vật đi theo chiều âm (x đang giảm),

**Cách 2:**

Xác định vị trí trên vòng lượng giác ở thời điểm  $t_0$ :  $\phi = \omega t_0 + \varphi$ .

Nếu thuộc nửa trên vòng tròn lượng giác thì hình chiếu chuyển động theo chiều âm (li độ đang giảm).

Nếu thuộc nửa dưới vòng tròn lượng giác thì hình chiếu chuyển động theo chiều dương (li độ đang tăng).

Li độ dao động điều hòa:  $x = A \cos \Phi_{(t_0)}$

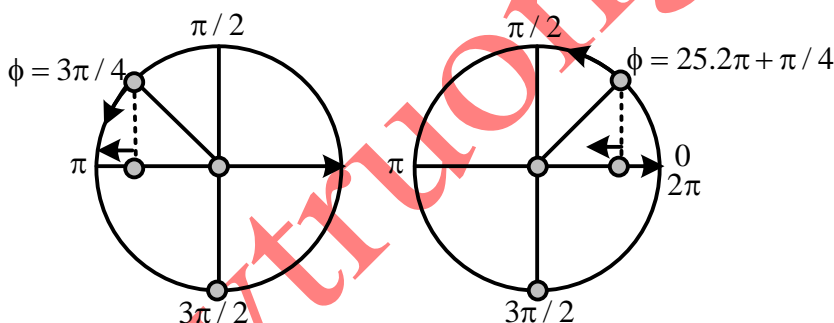
Vận tốc dao động điều hòa:  $v = x' = -\omega \sin \Phi_{(t_0)}$

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa có phương trình li độ  $x = 2\sqrt{2} \cos(10\pi t + 3\pi/4)$ , trong đó x tính bằng xentimét (cm) và t tính bằng giây (s). Lúc  $t = 0$  s vật có

- A.** li độ  $-2$  cm và đang đi theo chiều âm.    **B.** li độ  $-2$  cm và đang đi theo chiều dương.  
**C.** li độ  $+2$  cm và đang đi theo chiều dương.    **D.** li độ  $+2$  cm và đang đi theo chiều âm.

**Hướng dẫn**

**Cách 1:** 
$$\begin{cases} x_{(0)} = 2\sqrt{2} \cos\left(10\pi \cdot 0 + \frac{3\pi}{4}\right) = -2(\text{cm}) \\ v_{(0)} = x' = -20\pi\sqrt{2} \sin\left(10\pi \cdot 0 + \frac{3\pi}{4}\right) < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Cách 2:** 
$$\begin{cases} \Phi_{(0)} = \left(10\pi \cdot 0 + \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{4} : \text{Chuyển động theo chiều âm} \\ x = 2\sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4} = -2\text{cm} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa có phương trình li độ  $x = 2 \cos(10\pi t + \pi/4)$ , trong đó x tính bằng xentimét (cm) và t tính bằng giây (s). Lúc  $t = 5$  s vật chuyển động

- A.** nhanh dần theo chiều dương của trục Ox.    **B.** nhanh dần theo chiều âm của trục Ox.  
**C.** chậm dần theo chiều dương của trục Ox.    **D.** chậm dần theo chiều âm của trục Ox.

**Hướng dẫn**

$$\Phi_{(5)} = \left(10\pi \cdot 5 + \frac{\pi}{4}\right) = 25.2\pi + \frac{\pi}{4} \text{ (xem hình phía trên)}$$

=> Chuyển động theo chiều âm về vị trí cân bằng (nhanh dần) => Chọn B.

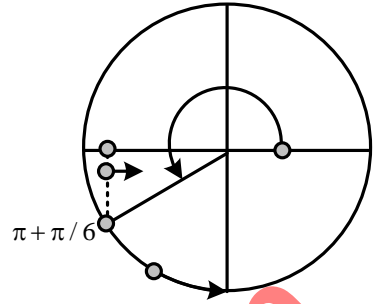
**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 2 \cos(2\pi t + \pi/6)$  (cm), trong đó t được tính theo đơn vị giây (s). Động năng của vật vào thời điểm  $t = 0,5$  (s)

- A.** đang tăng lên.    **B.** có độ lớn cực đại.  
**C.** đang giảm đi.    **D.** có độ lớn cực tiểu.

**Hướng dẫn**

$\phi = \omega t + \phi = 2\pi \cdot 0,5 + \frac{\pi}{6} = \pi + \frac{\pi}{6}$  hình chiếu đang chuyển

động về vị trí cân bằng nên động năng đang tăng => Chọn A.



**2.4. Tìm trạng thái quá khứ và tương lai**

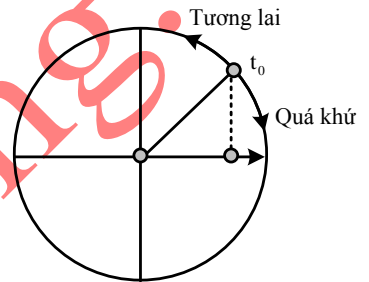
**2.4.1. Tìm trạng thái quá khứ và tương lai đối với bài toán chưa cho biết phương trình của x, v, a, F...**

**Phương pháp chung:**

+ Dựa vào trạng thái ở thời điểm  $t_0$  để xác định vị trí tương ứng trên vòng tròn lượng giác.

+ Để tìm trạng thái ở thời điểm  $(t_0 - \Delta t)$  ta quét theo chiều âm một góc  $\Delta\phi = \omega\Delta t$ .

+ Để tìm trạng thái ở thời điểm  $(t_0 + \Delta t)$  ta quét theo chiều dương một góc  $\Delta\phi = \omega\Delta t$



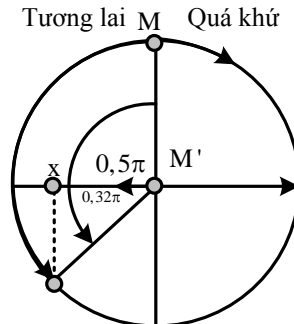
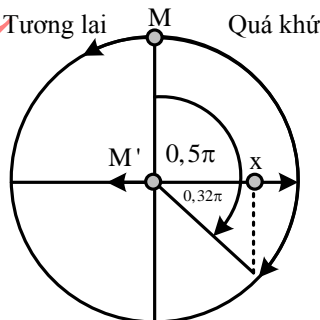
**Ví dụ 1:** Một chất điểm chuyển động tròn đều với tốc độ 1 m/s trên đường tròn đường kính 0,5 m. Hình chiếu  $M'$  của điểm  $M$  lên đường kính của đường tròn dao động điều hòa. Biết tại thời điểm  $t = t_0$ ,  $M'$  đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Hỏi trước thời điểm và sau thời điểm  $t_0$  là 8,5 s hình chiếu  $M'$  ở vị trí nào và đi theo chiều nào?

**Hướng dẫn**

**Cách 1: Dùng VTLG**

Biên độ và tần số góc lần lượt là: 
$$\begin{cases} A = \frac{50}{2} = 25(\text{cm}) \\ \omega = \frac{v_T}{A} = \frac{100}{25} = 4(\text{rad/s}) \end{cases}$$

Góc cần quét:  $\Delta\Phi = \omega\Delta t = 34\text{rad} \approx 10,8225 = 5,2\pi + 0,08225\pi$



+ Để tìm trạng thái ở thời điểm  $t = t_0 - 8,5$  s ta chỉ cần quét theo chiều âm góc  $0,8225\pi$ :

$x = 25 \cos(0,3225\pi) \approx 13,2 > 0$ . Lúc này chất điểm nằm ở nửa dưới nên hình chiếu đi theo chiều dương.

+ Để tìm trạng thái ở thời điểm  $t = t_0 + 8,5$  s ta chỉ cần quét theo chiều dương góc  $0,8225\pi$ . Suy ra:  $x = -25 \cos 0,3225\pi \approx -13,2 \text{ cm} < 0$ . Lúc này chất điểm nằm ở nửa dưới nên hình chiếu đi theo chiều dương.

**Cách 2: Dùng PTLG**

Không làm mất tính tổng quát của bài toán ta chọn gốc thời gian  $t = t_0 = 0$  thì phương trình li

độ và phương trình vận tốc có dạng:

$$\begin{cases} x = 25 \cos\left(4t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) \\ v = x' = -4.25 \sin\left(4t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm/s}) \end{cases}$$

Để tìm trạng thái trước thời điểm  $t_0$  một khoảng 8,5s ta chọn  $t = -8,5$ s

$$\begin{cases} x = 25 \cos\left(-4.8,5 + \frac{\pi}{2}\right) \approx 13,2 (\text{cm}) \\ v = x' = -4.25 \sin\left(-4.8,5 + \frac{\pi}{2}\right) \approx 84,9 (\text{cm/s}) > 0 \end{cases}$$

Lúc này vật có li độ 13,2 cm và đang đi theo chiều dương.

Để tìm trạng thái sau thời điểm  $t_0$  một khoảng 8,5 s ta cho  $t = +8,5$  s:

$$\begin{cases} x = 25 \cos\left(4.8,5 + \frac{\pi}{2}\right) \approx 13,2 (\text{cm}) \\ v = x' = -4.25 \sin\left(4.8,5 + \frac{\pi}{2}\right) \approx 84,9 (\text{cm/s}) > 0 \end{cases}$$

Lúc này vật có li độ -13,2 cm và đang đi theo chiều dương.

**Chú ý:** Phối hợp cả hai phương pháp chúng ta có thể rút ra quy trình giải nhanh cho loại bài toán này như sau:

**Bước 1:** Chọn gốc thời gian  $t = t_0 = 0$  và dùng VTLG để viết pha dao động:  $\Phi = \omega t + \varphi$

**Bước 2:** Lần lượt thay  $t = -\Delta t$  và  $t = +\Delta t$  để tìm trạng thái quá khứ và trạng thái tương lai:

$$\Phi = \omega t + \varphi \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \Phi \\ v = -\omega A \sin \Phi \end{cases}$$

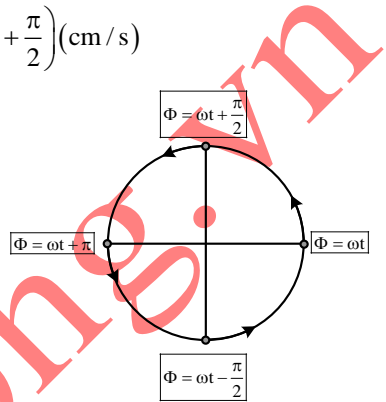
$v > 0$ : Vật đi theo chiều dương (x đang tăng)

$v < 0$ : Vật đi theo chiều âm (x đang giảm)

**Ví dụ 2:** Một chất điểm chuyển động tròn đều với tốc độ 0,75 m/s trên đường tròn bán kính 0,25 m. Hình chiếu M' của điểm M lên đường kính của đường tròn dao động điều hòa. Biết tại thời điểm ban đầu, M' đi qua vị trí  $x = A/2$  theo chiều âm. Tại thời điểm t

- A. 24,9 cm theo chiều dương
- B. 24,9 cm theo chiều âm.
- C. 22,6 cm theo chiều dương.
- D. 22,6 cm theo chiều âm.

**Hướng dẫn**



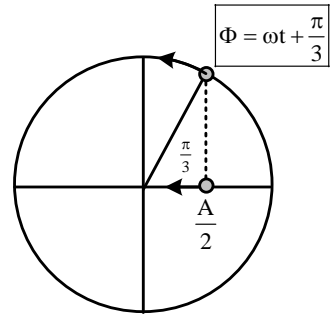
\* Biên độ và tần số góc:

$$A = 25(\text{cm}); \omega = \frac{v_r}{A} = 3(\text{rad/s})$$

Pha dao động có dạng:  $\Phi = 3t + \frac{\pi}{3}$

Thay  $t = 8 \text{ s}$  thì

$$\Phi = 3.8 + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \Phi \approx 24,9(\text{cm}) \\ v = -A\omega \sin \Phi \approx 6,4(\text{cm/s}) > 0 \end{cases}$$



**Ví dụ 3:** Vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox (với O là vị trí cân bằng), với chu kì 2 (s), với biên độ A. Sau khi dao động được 4,25 (s) vật ở li độ cực đại. Tại thời điểm ban đầu vật đi theo chiều

- A. dương qua vị trí có li độ  $A/\sqrt{2}$ .      B. âm qua vị trí có li độ  $A/\sqrt{2}$ .  
 C. dương qua vị trí có li độ  $A/2$ .      D. âm qua vị trí có li độ  $A/2$ .

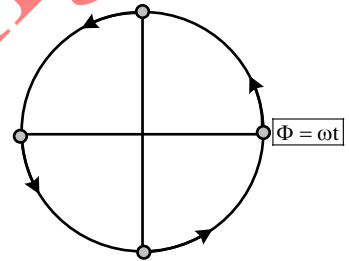
**Hướng dẫn**

Chọn lại gốc thời gian  $t = t_0 = 4,25 \text{ s}$  thì pha dao động có dạng:  $\Phi = \frac{2\pi}{T}t = \pi$

Để tìm trạng thái ban đầu ta cho  $t = -4,25 \text{ s}$  thì

$$\Phi = -4,25\pi \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \Phi = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{Chọn A.} \\ v = -A\omega \sin \Phi \end{cases}$$

Sau khi đã hiểu rõ phương pháp học sinh có thể rút gọn cách trình bày để phù hợp với hình thức thi trắc nghiệm.



**Ví dụ 4:** Vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox (với O là vị trí cân bằng), với chu kì 1,5 (s), với biên độ A. Sau khi dao động được 3,25 (s) vật ở li độ cực tiểu. Tại thời điểm ban đầu vật đi theo chiều

- A. dương qua vị trí li độ  $A/2$       B. âm qua vị trí có li độ  $A/2$ .  
 C. dương qua vị trí có li độ  $-A/2$ .      D. âm qua vị trí có li độ  $-A/2$ .

**Hướng dẫn**

Chọn lại gốc thời gian  $t = t_0 = 3,25 \text{ s}$  thì  $\phi = \frac{2\pi}{T}t + \pi = \frac{4\pi}{3} + \pi$

Để tìm trạng thái ban đầu ta cho  $t = -3,25 \text{ s}$  thì

$$\Phi = \frac{-43,25\pi}{3} + \pi \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \phi = -\frac{A}{2} \Rightarrow \text{Chọn D.} \\ v = -A\omega \sin \phi < 0 \end{cases}$$

**Ví dụ 5:** Một chất điểm chuyển động tròn đều với tốc độ 0,75 m/s trên đường tròn đường kính 0,5 m. Hình chiếu M' của điểm M lên đường kính của đường tròn dao động điều hoà. Biết tại thời điểm ban đầu, M' đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Tại thời điểm  $t = 8 \text{ s}$  hình chiếu M' qua li độ

- A. - 10,17 cm theo chiều dương.      B. - 22,64 cm theo chiều âm.  
 C. 22,64 cm theo chiều dương.      D. 22,64 cm theo chiều âm.

**Hướng dẫn**

$$A = 0,25(\text{m}); \omega = \frac{v_T}{A} = 3(\text{rad/s}) \Rightarrow \phi = 3t + \frac{\pi}{2}$$

$$\xrightarrow{t=8} \phi = 3,8 + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \phi \approx 0,2264(\text{m}) \\ v = -A\omega \sin \phi < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Một vật thực hiện dao động điều hoà với biên độ  $A$  tại thời điểm  $t_1 = 1,2$  s vật đang ở vị trí  $x = A/2$  theo chiều âm, tại thời điểm  $t_2 = 9,2$  s vật đang ở biên âm và đã đi qua vị trí cân bằng 3 lần tính từ thời điểm  $t_1$ . Hỏi tại thời điểm ban đầu thì vật đang ở đâu và đi theo chiều nào.

A. 0,98 chuyển động theo chiều âm.

B. 0,98A chuyển động theo chiều dương

C. 0,588A chuyển động theo chiều âm.

D. 0,55A chuyển động theo chiều âm.

### Hướng dẫn

Chọn lại gốc thời gian  $t = t_1 = 1,2$  s thì pha dao

$$\text{động có dạng: } \phi = \omega t + \frac{\pi}{3}$$

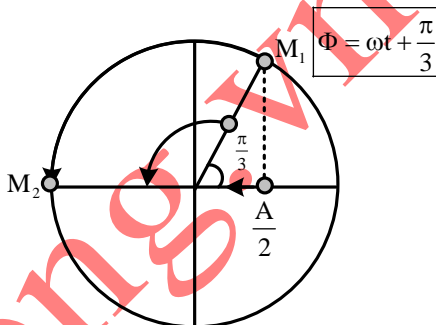
Từ  $M_1$  quay một vòng (ứng với thời gian  $T$ ) thì vật qua vị trí cân bằng 2 lần, rồi quay tiếp một góc  $2\pi/3$  (ứng với thời gian  $T/3$ ) vật đến biên âm và tổng cộng đã qua vị trí cân bằng 3 lần.

$$\text{Ta có: } T + \frac{T}{3} = 9,2 - 1,2 \Rightarrow T = 6(\text{s})$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3}(\text{rad/s})$$

Để tìm trạng thái ban đầu ta cho  $t = -1,2$  s thì

$$\Phi = -\frac{1,2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{15} \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \phi = 0,98A \\ v = -A\omega \sin \phi > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B}$$



### 2.4.2. Tìm trạng thái quá khứ và tương lai đối với bài toán cho biết phương trình của $x, v, a, F...$

#### Phương pháp chung:

Biết tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x = x_1$ .

Cách 1: Giải phương trình bằng PTLG.

Các bước giải bài toán tìm li độ, vận tốc dao động sau (trước) thời điểm  $t$  một khoảng  $\Delta t$ .

\* Từ phương trình dao động điều hoà:  $x = A \cos(\omega t + \phi)$  cho  $x = x_1$ .

Lấy nghiệm  $\omega t + \phi = \alpha$  ứng với  $x$  đang giảm (vật chuyển động theo chiều âm vì  $v < 0$ ) hoặc  $\omega t + \phi = -\alpha$  ứng với  $x$  đang tăng (vật chuyển động theo chiều dương)

$$\text{(với } 0 \leq \alpha = \arccos(x_1 \div A) = \text{shift cos}(x_1 \div A) \leq \pi)$$

\* Li độ và vận tốc dao động sau (trước) thời điểm đó  $\Delta t$  giây là:

$$\begin{cases} x = A \cos(\pm \omega \Delta t + \alpha) \\ v = -\omega A \sin(\pm \omega \Delta t + \alpha) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = A \cos(\pm \omega \Delta t - \alpha) \\ v = -\omega A \sin(\pm \omega \Delta t - \alpha) \end{cases}$$

Ngày nay với sự xuất hiện của máy tính cầm tay như Casio 570ES, 570ESplus...ta xây dựng quy trình giải nhanh như sau:

\* Li độ và vận tốc sau thời điểm  $t$  một khoảng thời gian  $\Delta t$  lần lượt bấm như sau:

$$\begin{cases} A \cos(\omega \Delta t + \text{shift cos}(x_1 \div A)) \\ -\omega A \sin(\omega \Delta t + \text{shift cos}(x_1 \div A)) \end{cases}$$

\* Li độ và vận tốc trước thời điểm  $t$  một khoảng thời gian  $\Delta t$  lần lượt bấm như sau:

$$\begin{cases} A \cos(\omega\Delta t + \text{shift} \cos(x_1 \div A)) \\ -\omega \sin(-\omega\Delta t + \text{shift} \cos(x_1 \div A)) \end{cases}$$

(Lấy dấu cộng trước shift  $\cos(x_1 \div A)$  nếu ở thời điểm  $t$  li độ đang giảm (đi theo chiều âm) và lấy dấu trừ nếu li độ đang tăng (đi theo chiều dương))

**Cách 2:** Dùng vòng tròn lượng giác (VTLG)

**Ví dụ 1:** Một vật dao động theo phương trình  $x = 4 \cdot \cos(\pi t / 6)$  (cm) ( $t$  đo bằng giây). Tại thời điểm  $t_1$  li độ là  $2\sqrt{3}$  cm và đang giảm. Tính li độ sau thời điểm  $t_1$  là 3 (s).

- A. - 2,5 cm.      B. - 2 cm.      C. 2 cm.      D. 3 cm.

**Hướng dẫn**

**Cách 1:** Dùng PTLG: 
$$\begin{cases} x = 4 \cos \frac{\pi t}{6} = 2\sqrt{3} \\ v = x' = -\frac{\pi}{6} \cdot 4 \cdot \sin \frac{\pi t}{6} < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi t}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x_{(t+3)} = 4 \cos \frac{\pi}{6}(t+3) \text{ s}$$

$$\Rightarrow x_{(t+3)} = 4 \cos \left( \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{2} \right) = -2 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Bấm máy tính chọn đơn vị góc rad**

Bấm nháy:  $4 \cos \left( \frac{\pi}{6} \cdot x3 + \text{shift} \cos(2\sqrt{3} \div 4) \right)$  rồi bấm = sẽ được -2  $\Rightarrow$  Chọn B.

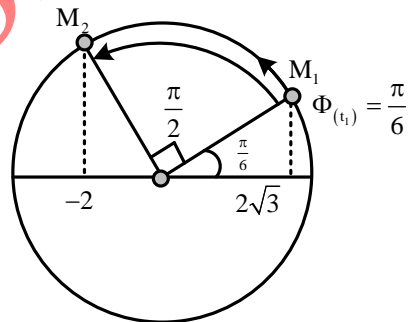
**Cách 2:** Dùng VTLG:

Tại thời điểm  $t_1$  có li độ là  $2\sqrt{3}$  cm và đang giảm nên chất điểm chuyển động đều nằm tại  $M_1$

+ Để tìm trạng thái ở thời điểm  $t = t_1 + 3$  s ta quét theo chiều dương góc:  $\Delta\Phi = \omega\Delta t + \frac{\pi}{2}$  và lúc này chuyển động tròn đều nằm tại  $M_2$ . Điểm  $M_2$  nằm ở nửa trên vòng tròn nên hình chiếu của nó đi theo chiều âm ( $x$  đang giảm).

Li độ của dao động lúc này là:

$$x_2 = 4 \cos \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} \right) = -2 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Chú ý:** Phối hợp cả hai phương pháp chúng ta có thể rút ra quy trình giải nhanh cho loại bài toán này như sau:

**Bước 1:** Chọn gốc thời gian  $t = t_0$  và dùng VTLG để viết pha dao động:  $\phi = \omega t + \varphi$ .

**Bước 2:** Thay  $t = -\Delta t$  và  $t = +\Delta t$  để tìm trạng thái quá khứ và trạng thái tương lai:

$$\Phi = \omega t + \varphi \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \Phi \\ v = -\omega A \sin \Phi \end{cases}$$

$v > 0$ : Vật đi theo chiều dương ( $x$  đang tăng)

$v < 0$ : Vật đi theo chiều âm ( $x$  đang giảm)

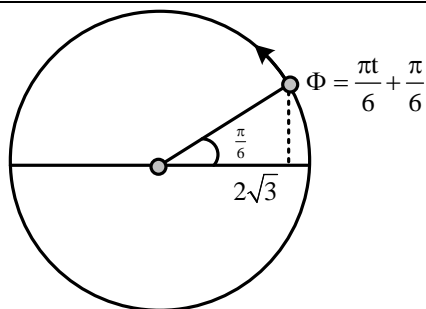
**Cách 3:** Chọn lại gốc thời gian  $t = t_1$  thì pha dao động

có dạng:  $\phi = \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{6}$

Để tìm trạng thái sau đó 3 s ta cho  $t = +3$  s thì

$$\Phi = \frac{\pi \cdot 3}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \phi = -2 \\ v = -A\omega \sin \phi < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.



**Kinh nghiệm:** Chọn lại gốc thời gian trùng với trạng thái đã biết tức là viết lại pha dao động

$\phi = \omega t + \phi$ . Từ đó ta tìm được trạng thái quá khứ hoặc tương lai  $\begin{cases} x = A \cos \phi \\ v = -\omega A \sin \phi \end{cases}$

**Ví dụ 2:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5 \sin(5\pi t + \phi)$  (x tính bằng cm và t tính bằng giây). Tại thời điểm  $t_0$ , chất điểm có li độ 3 cm và đang tăng. Gọi li độ và vận tốc của chất điểm ở thời điểm trước đó 0,1 s và sau đó 0,1 (s) lần lượt là  $x_1, v_1, x_2, v_2$ . Chọn phương án đúng.

- A.  $x_1 = 4$ cm.      B.  $x_2 = -4$ cm.      C.  $v_1 = -15\pi$  cm/s.      D.  $v_2 = -15\pi$  cm/s.

**Hướng dẫn**

Chọn lại gốc thời gian  $t = t_0$  và viết phương trình li độ dạng hàm cos thì pha dao động

có dạng:  $\phi = 5\pi t - \arccos \frac{3}{5}$ .

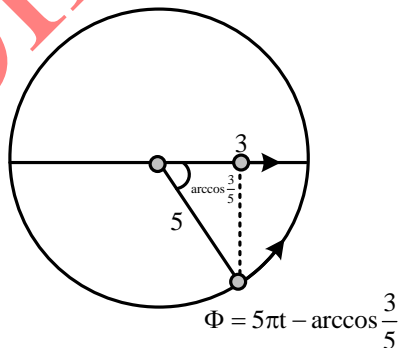
Để tìm trạng thái trước  $t_0$  là 0,1 s ta cho  $t = -0,1$  s

$$\Phi_1 = -5\pi \cdot 0,1 - \arccos \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = A \cos \Phi_1 = -4(\text{cm}) \\ v_1 = -A\omega \sin \Phi_1 = 15\pi(\text{cm}) \end{cases}$$

Để tìm trạng thái sau  $t_0$  là 0,1 s ta cho  $t = +0,1$  s thì

$$\Phi_2 = 5\pi \cdot 0,1 - \arccos \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = A \cos \Phi_2 = +4(\text{cm}) \\ v_2 = -A\omega \sin \Phi_2 = -15\pi(\text{cm}) \end{cases}$$



**Kinh nghiệm:** Đối với bài toán liên quan đến chiều tăng (giảm) (chiều dương, chiều âm) thì nên dùng VTLG. Đối với bài toán không liên quan đến chiều tăng giảm (chiều dương chiều âm) thì nên dùng PTLG.

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình:  $x = 20 \cos 2\pi t$  (cm) (t đo bằng giây). Vào một thời điểm nào đó vật có li độ là  $10\sqrt{3}$  cm thì li độ vào thời điểm ngay sau đó 1/12 (s) là

- A. 10 cm hoặc 5 cm.      B. 20 cm hoặc 15 cm.  
C. 10 cm hoặc 15 cm.      D. 10 cm hoặc 20 cm.

**Hướng dẫn**

Bài toán này nên dùng phương pháp GPTLG vì bài toán không nói rõ qua li độ  $10\sqrt{3}$  cm đi

theo chiều dương hay chiều âm:  $x = 20 \cos 2\pi t = 10\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} 2\pi t = \frac{\pi}{6} \\ 2\pi t = -\frac{\pi}{6} \end{cases}$

$$x_{(t+1/12)} = 20 \cos 2\pi \left( t + \frac{1}{12} \right) = 40 \cos \left( \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} \right) = \begin{cases} 10(\text{cm}) \\ 20(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D}$$

**Bấm nhập tính (chọn góc rad)**

Bấm nhập:  $20 \cos \left( 2\pi \cdot \frac{1}{12} + \text{shift cos}(10\sqrt{3} \div 20) \right)$  rồi bấm = sẽ được 10.

Bấm nhập:  $20 \cos \left( 2\pi \cdot \frac{1}{12} - \text{shift cos}(10\sqrt{3} \div 20) \right)$  rồi bấm = sẽ được 20.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = 10(\text{cm}) \\ x_2 = 20(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Nếu tính vận tốc thì bấm máy tính (chọn đơn vị góc rad)**

Bấm nhập:  $20 \cos \left( 2\pi \cdot \frac{1}{12} + \text{shift cos}(10\sqrt{3} \div 20) \right)$  rồi bấm = sẽ được -108,8.

Bấm nhập:  $20 \cos \left( 2\pi \cdot \frac{1}{12} - \text{shift cos}(10\sqrt{3} \div 20) \right)$  rồi bấm = sẽ được 0.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = 10(\text{cm}) \\ x_2 = 20(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** Một vật dao động điều hòa theo phương ngang, trong thời gian 100 giây nó thực hiện đúng 50 dao động. Tại thời điểm  $t$  vật có li độ 2 cm và vận tốc  $4\pi\sqrt{3}$  (cm/s). Hãy tính li độ của vật đó ở thời điểm  $(t + 1/3)$  s

A. 7 cm

B. -7 cm

C. 8 cm

D. -8 cm

**Hướng dẫn**

$$T = \frac{\Delta t}{n} = 2 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi (\text{rad/s}) \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \pi t = 2 \\ v = -\pi A \sin \pi t = 4\pi\sqrt{3} \Rightarrow A \sin \pi t = -4\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x_{\left(t+\frac{1}{3}\right)} = A \cos \pi \left( t + \frac{1}{3} \right) = A \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{3} \right) = A \cos \pi t \cdot \cos \frac{\pi}{3} - A \sin \pi t \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 7(\text{cm})$$

**Bấm máy tính (chọn đơn vị góc rad):**

Tính A trước:  $A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$

Bấm nhập:  $2\sqrt{13} \cos \left( \pi \cdot \frac{1}{3} - \text{shift cos} \left( \frac{2}{2\sqrt{13}} \right) \right)$  rồi bấm = sẽ được 7

$$\Rightarrow x_2 = 7(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hòa dọc theo Ox với tần số góc  $\pi$  rad/s. Tại thời điểm  $t$  vật có li độ 2 cm và vận tốc  $4\pi\sqrt{3}$  (cm/s). Vận tốc của vật đó ở thời điểm  $(t + 1/3)$  s gần giá trị nào nhất trong số các giá trị sau đây?

A. 16 cm/s.

B. -5 cm/s.

C. 5 cm/s.

D. -16 cm/s.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} x = A \cos \pi t = 2 \\ v = -\pi A \sin \pi t = 4\pi\sqrt{3} \Rightarrow A \sin \pi t = -4\sqrt{3} \end{cases}$$

$$v_{\left(t+\frac{1}{3}\right)} = -\pi A \sin\left(t + \frac{1}{2}\right) = -\pi A \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -\pi A \sin \pi t \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \pi A \cos \pi t \cdot \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= \pi\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \approx 5,44 \text{ (cm/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Bấm máy tính (chọn đơn vị góc rad):**

Tính A trước:  $A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$

Bấm nhập:  $-2\pi\sqrt{13} \sin\left(\pi x \frac{1}{3} - \text{shift} \cos\left(\frac{2}{2\sqrt{13}}\right)\right)$  rồi bấm = sẽ được 5,44  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 6:** Xét con lắc dao động điều hòa với tần số dao động là  $\omega = 10\pi \text{ (rad/s)}$ . Thời điểm  $t = 0,1 \text{ (s)}$ , vật nằm tại li độ  $x = +2 \text{ cm}$  và có trí cân bằng. Hỏi tại thời điểm  $t = 0,05 \text{ (s)}$ , vật đang ở li độ và có vận tốc bằng bao nhiêu:

**A.**  $x = +2 \text{ cm}$ ,  $v = + 0,2\pi \text{ m/s}$ .

**B.**  $x = - 2 \text{ cm}$ ,  $v = - 0,2 \pi \text{ m/s}$ .

**C.**  $x = - 2 \text{ cm}$ ,  $v = + 0,2 \pi \text{ m/s}$ .

**D.**  $x = + 2 \text{ cm}$ ,  $v = - 0,2 \pi \text{ m/s}$ .

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} x = A \cos 10\pi t_1 = 2 \text{ (cm)} \\ v = -10\pi A \sin \pi t_1 = -20\pi \text{ (cm/s)} \Rightarrow A \sin 10\pi t_1 = 2 \end{cases}$$

$$t = t_1 - 0,05 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos 10\pi(t_1 - 0,05) = A \sin 10\pi t_1 = 2 \text{ (cm)} \\ v = -10\pi A \sin \pi(t_1 - 0,05) = 10\pi A \cos 10\pi t_1 = 20\pi \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Một vật dao động điều hòa theo trục Ox (O và vị trí cân bằng) với tần số góc  $4\pi \text{ (rad/s)}$ . Tại thời điểm  $t_0$  vật có vận tốc  $4\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Hãy tính li độ của vật đó ở thời điểm  $(t_0 + 0,875 \text{ s})$

**A.**  $\sqrt{3} \text{ cm}$

**B.**  $-\sqrt{3} \text{ (cm)}$

**C.**  $2 \text{ cm}$ .

**D.**  $- 2 \text{ cm}$ .

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} x = A \cos 4\pi t \\ v = -4\pi A \sin 4\pi t = 4\pi\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x_{\left(t+\frac{1}{2}\right)} = A \cos 4\pi(t + 0,875) = A \cos\left(4\pi + 7 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = A \sin 4\pi t = -\sqrt{3} \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

**Trao đổi:** Bài toán này chưa cho A nhưng cho  $v_1$  vẫn tính được  $x_2$  là do nó trùng với trường hợp đặc biệt  $t_2 - t_1 = (2.3+1)\frac{T}{4}$  nên  $x_2 = -v_1 / \omega = -\sqrt{3}$ . Một trong những điểm khác nhau căn bản giữa hình thức thi tự luận và thi trắc nghiệm là ở chỗ, thi tự luận thường có xu hướng giải quyết một bài toán tổng quát, còn thi trắc nghiệm thì thường đặc biệt hóa bài toán tổng quát. Vì vậy, nếu đề ý đến các trường hợp đặc biệt thì khi gặp bài toán khó ta có cảm giác như bài toán dễ.

1) Hai thời điểm cách nhau một khoảng thời gian  $t_2 - t_1 = nT$ . (chúng tôi gọi là hai thời điểm cùng pha) thì  $x_2 = x_1; v_2 = v_1; a_2 = a_1, \dots$

2) Hai thời điểm cách nhau một khoảng thời gian  $t_2 - t_1 = (2n+1)\frac{T}{2}$  (chúng tôi gọi là hai thời điểm ngược pha) thì  $x_2 = -x_1; v_2 = -v_1; a_2 = -a_1 \dots$

3) Hai thời điểm cách nhau một khoảng thời gian  $t_2 - t_1 = (2n+1)\frac{T}{4}$  (chúng tôi gọi là hai thời điểm vuông pha) thì  $x_1^2 + x_2^2 = A^2; v_1^2 + v_2^2 = v_{\max}^2; a_1^2 + a_2^2 = a_{\max}^2, |v_2| = |\omega x_1|; |v_1| = |\omega x_2|$  (khi n lẻ thì  $v_2 = \omega x_1; v_1 = -\omega x_2$  và khi n chẵn thì  $v_2 = -\omega x_1; v_1 = +\omega x_2$ ).

**Ví dụ 8:** Một vật dao động điều hòa có chu kì T. Tại một thời điểm vật cách vị trí cân bằng 6 cm, sau đó T/4 vật có tốc độ 12π cm/s. Tìm T.

- A. 1 s.                      B. 2 s.                      C.  $\sqrt{2}$                       D. 0,5 s.

*Hướng dẫn*

$$\begin{cases} t_2 - t_1 = \frac{T}{4} \Rightarrow A^2 = x_1^2 + x_2^2 \\ A^2 = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2} \end{cases} \Rightarrow x_1^2 = \frac{v_2^2}{\omega^2} \Rightarrow \omega = \left| \frac{v_2}{x_1} \right| = 2\pi(\text{rad/s})$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 9:** (ĐH – 2012) Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ khối lượng m. Con lắc dao động điều hòa theo phương ngang với chu kì T. Biết ở thời điểm t vật có li độ 5 cm, ở thời điểm t + T/4 vật có tốc độ 50 cm/s. Giá trị của m bằng

- A. 0,5 kg.                      B. 1,2 kg.                      C. 0,8 kg.                      D. 1,0 kg.

*Hướng dẫn*

$$\begin{cases} t_2 - t_1 = \frac{T}{4} \Rightarrow A^2 = x_1^2 + x_2^2 \\ A^2 = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2} \end{cases} \Rightarrow x_1^2 = \frac{v_2^2}{\omega^2} \Rightarrow \omega = \left| \frac{v_2}{x_1} \right| = 10(\text{rad/s})$$

$$\Rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = 1(\text{kg}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 10:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, dao động điều hòa với chu kì T. Biết ở thời điểm t vật cách vị trí cân bằng 5 cm, ở thời điểm t + T/4 vật có tốc độ 50 cm/s. Hỏi khi vật ở vị trí cân bằng lò xo dãn bao nhiêu? Lấy g = 10 m/s<sup>2</sup>.

- A. 0,075 m.                      B. 0,15 m.                      C. 0,1 m.                      D. 0,05 m.

*Hướng dẫn*

Vì x, v vuông pha nhau mà hai thời điểm lại vuông  $t_2 - t_1 = (2n+1)T/4$  nên

$$\omega = \left| \frac{v_1}{x_2} \right| = \left| \frac{v_2}{x_1} \right| = \frac{50}{5} = 10(\text{rad/s})$$

$$\text{Độ dãn của lò xo ở vị ở VTCB: } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 0,1(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 11:** Một vật dao động điều hòa có chu kì 1 s. Tại một thời điểm t = t1 vật có li độ  $x_1 = -6$  cm, sau đó 2,75 s vật có vận tốc là

- A.  $12\pi\sqrt{3}$  cm/s.                      B.  $-6\pi\sqrt{3}$  cm/s.                      C.  $-12\pi$  cm/s.                      D.  $12\pi$  cm/s.

*Hướng dẫn*

$$\text{Vì } t_2 - t_1 = 2,75 = (2 \times 5 + 1) \frac{T}{4} = (2n + 1) \frac{T}{4} \Rightarrow n = 5: \text{ là số lẻ nên}$$

$$v_2 = +\omega x_1 = -12\pi (\text{cm/s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## 2.5. Tìm số lần đi qua một vị trí nhất định trong một khoảng thời gian

**Cách 1 :** Giải phương trình lượng giác.

Các bước giải bài toán tìm số lần vật đi qua vị trí đã biết  $x$  (hoặc  $v$ ,  $a$ ,  $\omega$ ,  $W_d$ ,  $F$ ) từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ .

\* Giải phương trình lượng giác được các nghiệm.

\* Từ  $t_1 \leq t \leq t_2 \Rightarrow$  Phạm vi giá trị của  $k \in \mathbb{Z}$ .

\* Tổng số giá trị của  $k$  chính là số lần vật đi qua vị trí đó.

**Lưu ý:**

+ Trong mỗi chu kỳ vật qua mỗi vị trí biên 1 lần còn các vị trí khác 2 lần.

+ Mỗi một chu kỳ vật đạt vận tốc  $\vec{v}$  hai lần ở 2 vị trí đối xứng nhau qua vị trí cân bằng và đạt tốc độ  $v$  bốn lần mỗi vị trí 2 lần do đi theo 2 chiều âm dương.

+ Đối với gia tốc thì kết quả như với li độ.

+ Nếu  $t = t_1$  tính từ vị trí khảo sát thì cả quá trình được cộng thêm một lần vật đi qua li độ đó, vận tốc đó...

**Cách 2:** Dùng đồ thị:

+ Dựa vào phương trình dao động vẽ đồ thị  $x$  ( $v$ ,  $a$ ,  $F$ ,  $W_t$ ,  $W_d$ ) theo thời gian

+ Xác định số giao điểm của đồ thị với đường thẳng  $x = x_0$  trong khoảng thời gian  $[t_1; t_2]$

**Cách 3:** Dùng vòng tròn lượng giác.

+ Viết phương trình dưới dạng hàm cos:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ;  $\phi = (\omega t + \varphi)$

+ Xác định vị trí xuất phát.

+ Xác định góc quét  $\Delta\phi = \omega \Delta t = n \cdot 2\pi + \pi + \Delta\varphi$  ( $n$  là số nguyên)

+ Qua điểm  $x$  kẻ đường vuông góc với  $Ox$  sẽ cắt vòng tròn tại hai điểm (một điểm ở nửa trên vòng tròn có hình chiếu đi theo chiều âm và điểm còn lại có hình chiếu đi theo chiều dương).

+ Đếm số lần quét qua điểm cần tìm.

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = 4\cos(\pi/2 + \pi/2)$  (cm) ( $t$  đo bằng giây).

Từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm  $t = 5$  (s) vật đi qua vị trí  $x = -2$  cm là

A. 3 lần trong đó 2 lần đi theo chiều dương và 1 lần đi theo chiều âm.

B. 3 lần trong đó 1 lần đi theo chiều dương và 2 lần đi theo chiều âm.

C. 5 lần trong đó 3 lần đi theo chiều dương và 2 lần đi theo chiều âm.

D. 5 lần trong đó 2 lần đi theo chiều dương và 3 lần đi theo chiều âm.

### Hướng dẫn

**Cách 1:** Giải phương trình lượng giác.

Từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm  $t = 5$  (s) số lần vật đi qua vị trí  $x = -2$  cm theo chiều dương được xác định như sau:

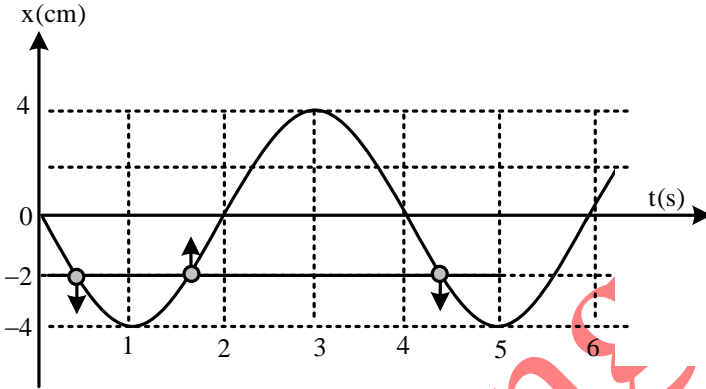
$$\begin{cases} x = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = -2 \\ v = -2\pi \sin\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \Rightarrow t = -\frac{7}{3} + 4k \xrightarrow{0 \leq t \leq 5} k = 1$$

Từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm  $t = 5$  (s) số lần vật đi qua vị trí  $x = -2$  cm theo chiều âm được xác định như sau:

$$\begin{cases} x = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = -2 \\ v = -2\pi \sin\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3} + \ell 2\pi \Rightarrow t = \frac{1}{3} + 4\ell \xrightarrow{0 \leq t \leq 5} \ell = 1$$

⇒ Chọn B.

**Cách 2:** Dùng đồ thị. Vẽ đồ thị x theo t.



Qua điểm  $x = -2$  cm kẻ đường song song với trục hoành thì trong khoảng thời gian  $[0, 5]$  s nó cắt đồ thị tại 3 điểm, tức là vật qua vị trí  $x = -2$  cm ba lần (hai lần đi theo chiều âm và một lần đi theo chiều dương) ⇒ Chọn B.

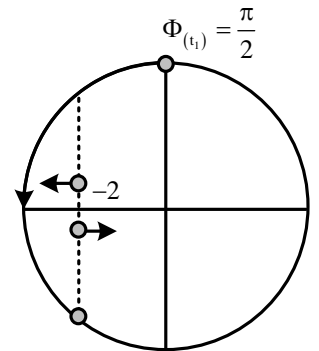
**Cách 3:** Dùng vòng tròn lượng giác

$$x = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \Phi = \frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Vị trí bắt đầu quét: } \Phi_{(t_1)} = \frac{\pi \cdot 0}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Góc quét thêm: } \Delta\Phi = 2\pi + 0,5\pi$$

$$\Delta\Phi = \underbrace{2\pi}_{\substack{1 \text{ vòng có 2 lần} \\ (1 \text{ lần theo chiều dương và 1 lần theo chiều âm)}} + \underbrace{0,5\pi}_{\substack{\text{có 1 lần theo chiều âm}}} \Rightarrow \text{Chọn B}$$



**Kinh nghiệm:** Đối với hình thức thi trắc nghiệm đòi hỏi phải ra quyết định nhanh và chính xác thì nên rèn luyện theo cách 3.

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 6\cos(5\pi t + \pi/6)$  cm (t đo bằng s). Trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t_1 = 0,4$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 2,9$  (s) vật đi qua vị trí  $x = 3,6$  cm được mấy lần

A. 13 lần.

B. 12 lần.

C. 11 lần.

D. 7 lần.

**Hướng dẫn**

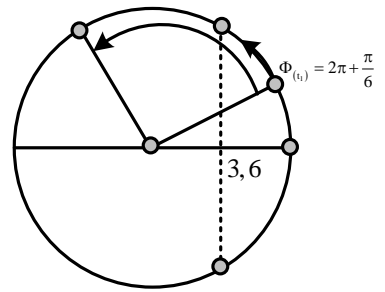
$$x = 6 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \Phi = 5\pi t + \frac{\pi}{6}$$

Vị trí bắt đầu quét:  $\Phi_{(t_1)} = 5\pi \cdot 0,4 + \frac{\pi}{6} = 2\pi + \frac{\pi}{6}$

Góc quét thêm:  $\Delta\Phi = \omega\Delta t = 12,5\pi$

$$\Delta\Phi = \underbrace{6 \cdot 2\pi}_{6 \text{ vòng có } 12 \text{ lần}} + \underbrace{0,5\pi}_{\text{có } 1 \text{ lần}}$$

$\Rightarrow$  Qua  $x = 3,6$  cm có 13 lần  $\Rightarrow$  Chọn A.



**Kinh nghiệm:** Nếu bài toán cho phương trình dao động dạng sin thì ta đổi về dạng cos:

$$x = A \sin(\omega t + \alpha) = A \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right)$$

**Ví dụ 3:** (ĐH – 2008) Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 3\sin(5\pi t + \pi/6)$  (cm) ( $x$  tính bằng cm và  $t$  tính bằng giây). Trong một giây đầu tiên từ thời điểm  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = +1$  cm

A. 7 lần.

B. 6 lần.

C. 4 lần.

D. 5 lần.

Hướng dẫn

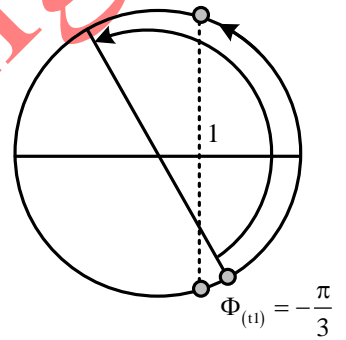
$$\begin{cases} x = 3 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 3 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) \\ x = 3 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \Phi = 5\pi t - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Vị trí bắt đầu quét:  $\Phi_{(0)} = 5\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3}$

Góc quét thêm:  $\Delta\Phi = \omega\Delta t = 5\pi$

$$\Delta\Phi = \underbrace{2 \cdot 2\pi}_{2 \text{ vòng qua } 4 \text{ lần}} + \underbrace{\pi}_{\text{qua } 1 \text{ lần}}$$

$\Rightarrow$  Vật qua vị trí  $x = 1$  cm là 5 lần  $\Rightarrow$  Chọn D.



**Ví dụ 4:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 10\cos(5\pi t - \pi/3)$  (cm) ( $t$  tính bằng s). Sau khoảng thời gian 4,2s kể từ  $t = 0$  chất điểm qua vị trí có li độ  $-5$  cm theo chiều dương bao nhiêu lần:

A. 20 lần.

B. 10 lần.

C. 21 lần

D. 11 lần

Hướng dẫn

$$x = 10 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \Phi = 5\pi t - \frac{\pi}{3}$$

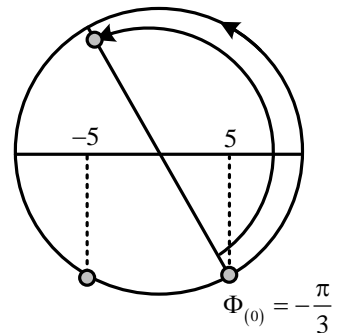
Vị trí bắt đầu quét:  $\Phi_{(0)} = 5\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3}$

Góc quét thêm:  $\Delta\Phi = \omega\Delta t = 21\pi$

$$\Delta\Phi = \underbrace{10 \cdot 2\pi}_{10 \text{ vòng qua } 10 \text{ lần}} + \underbrace{\pi}_{\text{có } 1 \text{ lần}}$$

$\Rightarrow$  Vật qua vị trí  $x = -5$  cm theo chiều dương là 10 lần

$\Rightarrow$  Chọn D.



**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình li độ:  $x = 2\cos(3\pi t + \pi/4)$  cm. Số lần vật đạt tốc độ cực đại trong giây đầu tiên là

A. 4 lần.

B. 2 lần.

C. 1 lần.

D. 3 lần.

**Hướng dẫn**

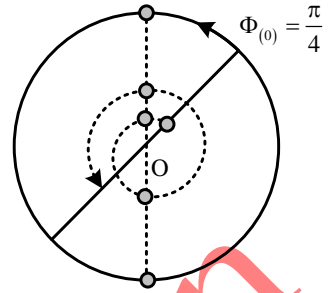
Tốc độ cực đại khi vật qua VTCB ( $x = 0$ )

Vị trí bắt đầu quét:  $\Phi_{(0)} = 3\pi \cdot 0 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

Góc quét thêm:  $\Delta\Phi = \omega\Delta t = 3\pi$

$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{1 \text{ vòng qua 2 lần}} + \pi$   
qua 1 lần

$\Rightarrow$  Vật qua vị trí  $x = 0\text{cm}$  là 3 lần  $\Rightarrow$  Chọn D.



**Kinh nghiệm:** Đối với các bài toán liên quan đến  $v$ ,  $a$ ,  $F$ ,  $W_t$ ,  $W_d$  thì dựa vào công thức độc lập với thời gian để quy về  $x$ .s

**Ví dụ 6:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 3\cos(5\pi t - \pi/3)$  (t tính bằng giây). Trong một giây đầu tiên từ thời điểm  $t = 0$ , số lần động năng của chất điểm bằng 8 lần thế năng của chất điểm là

A. 5 lần.

B. 6 lần. C. 10 lần.

D. 9 lần.

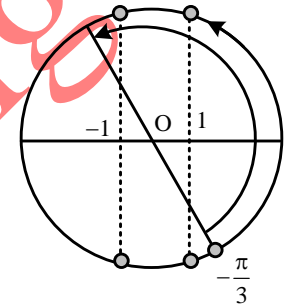
**Hướng dẫn**

$W_d = 8W_t \Rightarrow \begin{cases} W_d = \frac{8}{9}W \\ W_t = \frac{1}{9}W \Leftrightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{9} \frac{kA^2}{2} \Leftrightarrow |x| = \frac{A}{3} = 1(\text{cm}) \end{cases}$

Vị trí bắt đầu quét:  $\Phi_{(0)} = 5\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3}$

Góc quét thêm:  $\Delta\Phi = \omega\Delta t = 5\pi$

$\Delta\Phi = \frac{2 \cdot 2\pi}{2 \text{ vòng 8 lần}} + \pi \Rightarrow$  Tổng cộng 10 lần  $\Rightarrow$  Chọn C.



**2.6. Viết phương trình dao động điều hòa**

Thực chất của viết phương trình dao động điều hòa là xác định các đại lượng  $A$ ,  $\omega$  và  $\varphi$  của phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

**Cách 1:**

$$\begin{cases} \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}} \\ A = \sqrt{\frac{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}{\omega^2}} = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \sqrt{\frac{2W}{k}} = \frac{S_{\text{nua chu ky}}}{2} = \frac{S_{\text{chu ky}}}{4} = \frac{\text{Chiều dài quỹ đạo}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x_{(0)} = A \cos \varphi \\ v_{(0)} = -\omega A \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = ? \\ \varphi = ? \end{cases}$$

**Cách 2:** Dùng vòng tròn lượng giác  $x_0 = A \cos \varphi$ ;  $v_0 > 0$  thuộc dưới trên vòng tròn,  $v_0 < 0$ , thuộc nửa trên vòng tròn

**Cách 3:** Dùng máy tính cầm tay Casio Fx 570es

**Cơ sở:**  $\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -\omega A \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi = a \\ -\frac{v_0}{\omega} = A \sin \varphi = b \end{cases}$

Một dao động điều hòa  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  có thể biểu diễn bằng một số phức

$$\bar{x} = A\angle\varphi = Ae^{i\varphi} = A\cos\varphi + i.A\sin\varphi = a + bi$$

**Phương pháp:**  $\bar{x} = x_0 - \frac{v_0}{\omega}i = A\angle\varphi \Leftrightarrow x = A\cos(\omega t + \varphi)$

**Thao tác bấm máy:**

Bấm: <b>MODE</b> <b>2</b>	Màn hình xuất hiện: <b>CMPLX</b>
Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>4</b>	Màn hình xuất hiện chữ <b>R</b>

Bấm nhập:  $x_0 - \frac{v_0}{\omega}i$

Bấm **SHIFT** **2** **3** **=**

(Màn hình sẽ hiện  $A\angle\varphi$ , đó là biên độ  $A$  và pha ban đầu  $\varphi$ ).

**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hoà theo trục  $Ox$  ( $O$  là vị trí cân bằng) với chu kì  $2,09$  (s). Lúc  $t = 0$  chất điểm có li độ là  $+3$  cm và vận tốc là  $+9\sqrt{3}$  cm/s. Viết phương trình dao động của chất điểm.

**Hướng dẫn**

**Cách 1:**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 3(\text{rad/s}) \begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} 3 = A\cos\varphi \\ 9\sqrt{3} = -3A\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 6(\text{cm}) \\ \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 6\cos\left(3t - \frac{\pi}{3}\right)(\text{cm})$$

**Cách 2:** Dùng máy tính Casio 570ES Thao tác bấm máy;

**Thao tác bấm máy:**

Bấm: <b>MODE</b> <b>2</b>	Màn hình xuất hiện: <b>CMPLX</b>
Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>4</b>	Màn hình xuất hiện chữ <b>R</b>

Bấm nhập:  $x_0 - \frac{v_0}{\omega}i$  với  $x_0 = 3\text{cm}; v_0 = +9\sqrt{3}\text{cm/s}$  và  $\omega = 3(\text{rad/s})$



Bấm: **SHIFT** **2** **3** **=** sẽ được  $6\angle -\frac{1}{3}\pi$

Kết quả này có nghĩa là:

$$x = 6\cos\left(3t - \frac{\pi}{3}\right)(\text{cm})$$

**Quy trình giải nhanh:**

1) Để viết phương trình dao động dạng hàm cos khi cho biết  $x_0, v_0$  và  $\omega$  ta nhập:

$$x_0 - \frac{v_0}{\omega}i \xrightarrow{\text{shift}23=} A\angle\varphi \Leftrightarrow x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

2) Để viết phương trình dao động dạng hàm sin khi cho biết  $x_0, v_0$  và  $\omega$  ta nhập:

$$x_0 + \frac{v_0}{\omega} i \xrightarrow{\text{shift 23}} A \angle \varphi \Leftrightarrow x = A \sin(\omega t + i)$$

Lúc  $t = 0$ , nếu vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì  $x_0 = 0$  và  $v_0 = \omega A$ .

Lúc  $t = 0$ , nếu vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm thì  $x_0 = 0$  và  $v_0 = -\omega A$ .

Lúc  $t = 0$ , nếu vật qua vị trí biên dương thì  $x_0 = +A$  và  $v_0 = 0$ .

Lúc  $t = 0$ , nếu vật qua vị trí biên âm thì  $x_0 = -A$  và  $v_0 = 0$ .

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hoà theo phương ngang trong 100 s nó thực hiện được 50 dao động và cách vị trí cân bằng 5 cm thì có tốc độ  $5\pi\sqrt{3}$  (cm/s). Lấy  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động điều hoà của vật dạng hàm cos, nếu chọn gốc thời gian là lúc:

a) Vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

b) Vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm.

c) Vật đi qua vị trí có tọa độ  $-5$  cm theo chiều âm với vận tốc  $5\pi\sqrt{3}$  (cm/s)

**Hướng dẫn**

Chu kỳ:  $T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{100}{50} = 2$  (s). Tần số góc:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$  (rad/s)

Biên độ  $\sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 10$  (cm)

a)  $0 - \frac{\pi \cdot 10}{\pi} i \xrightarrow{\text{shift 23}} 10 \angle -\frac{1}{2}\pi \Leftrightarrow x = 10 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  (cm)

b)  $0 - \frac{-\pi \cdot 10}{\pi} i \xrightarrow{\text{shift 23}} 10 \angle \frac{1}{2}\pi \Leftrightarrow x = 10 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm

c)  $-5 - \frac{5\sqrt{3}\pi}{\pi} i \xrightarrow{\text{shift}} 10 \angle \frac{2}{3}\pi \Leftrightarrow x = 10 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  (cm)

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Lúc  $t = 0$ , li độ  $x_0 = -\sqrt{2}$  (cm) vận tốc  $v_0 = -\pi\sqrt{2}$  (cm/s) và gia tốc  $a_0 = \sqrt{2}\pi^2$  (cm/s<sup>2</sup>). Viết phương trình dao động của vật dưới dạng hàm số cos

A.  $x = 2\cos(\pi t - \pi/3)$  cm.

B.  $x = 4\cos(\pi t + 5\pi/6)$  cm.

C.  $x = 2\cos(\pi t + 3\pi/4)$  cm.

D.  $x = 4\cos(\pi t - \pi/6)$  cm.

**Hướng dẫn**

Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{a_0}{x_0}} = \pi$  (rad/s)

Nhập số liệu theo công thức:  $x_0 - \frac{v_0}{\omega} i$  sẽ được:

$-\sqrt{2} - \frac{-\pi\sqrt{2}}{\pi} i \xrightarrow{\text{shift 23}} 2 \angle \frac{3}{4}\pi \Leftrightarrow x = 2 \cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)$  (cm)  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Chú ý:** Với các bài toán số liệu không tường minh thì không nên dùng phương pháp số phức.

**Ví dụ 4:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A, tần số góc  $\omega$ . Chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí có tọa độ dương và có vận tốc bằng  $-\omega A/2$ . Phương trình dao động của vật là

A.  $x = A \sin(\omega t - \pi/6)$ .

B.  $x = A \cos(\omega t - 2\pi/3)$ .

C.  $x = A \cos(\omega t + \pi/6)$ .

D.  $x = A \sin(\omega t + \pi/3)$ .

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x = A \cos \varphi > 0 \\ v = -\omega A \sin \varphi = -\omega A / 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = +\frac{\pi}{6} \\ x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

⇒ Chọn C.

**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hoà, khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vật qua vị trí cân bằng là 0,5 s; quãng đường vật đi được trong 0,5 s là 8 cm. Tại thời điểm  $t = 1,5$  s vật qua li độ  $x = 2\sqrt{3}$  cm theo chiều dương. Phương trình dao động là:

**A.**  $x = 8\cos(2\pi t - \pi/3)$  cm.

**B.**  $x = 4\cos(2\pi t + 5\pi/6)$  cm.

**C.**  $x = 8\cos(2\pi t + \pi/6)$  cm.

**D.**  $x = 4\cos(2\pi t - \pi/6)$  cm.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} \frac{T}{2} = 0,5 \text{ (s)} \Rightarrow T = 1 \text{ (s)} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \text{ (rad/s)} \\ A = \frac{S_{\text{nua chu ky}}}{2} = 4 \text{ (cm)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{t=1,5 \text{ (s)}} \begin{cases} x = A \cos(2\pi \cdot 1,5 + \varphi) = 2\sqrt{3} \\ v = -2\pi A \sin(2\pi \cdot 1,5 + \varphi) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{5\pi}{6} \\ x = 4\cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 6:** (ĐH – 2011) Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox. Trong thời gian 31,4 s chất điểm thực hiện được 100 dao động toàn phần. Gốc thời gian là lúc chất điểm đi qua vị trí có li độ 2 cm theo chiều âm với tốc độ là  $40\sqrt{3}$  cm/s. Lấy  $\pi^2 = 3,14$ . Phương trình dao động của chất điểm là

**A.**  $x = 6\cos(20t - \pi/6)$  (cm).

**B.**  $x = 4\cos(20t + \pi/3)$  (cm).

**C.**  $x = 4\cos(20t - \pi/3)$  (cm).

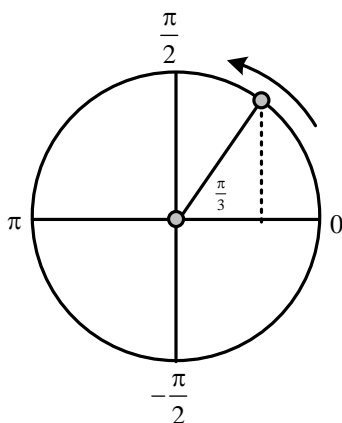
**D.**  $x = 6\cos(20t + \pi/6)$  (cm).

**Hướng dẫn**

Không cần tính toán đã biết chắc chắn  $\omega = 20$  (rad/s). Gốc thời gian là lúc chất điểm đi qua vị trí có li độ 2 cm theo chiều âm nên chuyển động tròn đều phải nằm ở nửa trên vòng tròn ⇒ chỉ có thể là B hoặc D.

Để ý  $x_0 = A\cos\varphi$  thì chỉ B thỏa mãn ⇒ chọn B.

**Bình luận:** Đối với hình thức thi trắc nghiệm gặp bài toán viết phương trình dao động nên khai thác thể mạnh của VTLG và chú ý loại trừ trong 4 phương án (vì vậy có thể không dùng đến một vài số liệu của bài toán).



**Ví dụ 7:** Một con lắc lò xo dao động điều hoà với biên độ  $A = 5$  cm, chu kì  $T = 0,5$  s. Phương trình dao động của vật với gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí  $x = 2,5$  cm theo chiều dương là

**A.**  $x = 5\cos(4\pi t - \pi/6)$  (cm).

**B.**  $x = 5\cos(4\pi t - \pi/3)$  (cm).

**C.**  $x = 5\cos(2\pi t + 5\pi/6)$  (cm).

**D.**  $x = 5\cos(\pi t + \pi/6)$  (cm).

**Hướng dẫn**

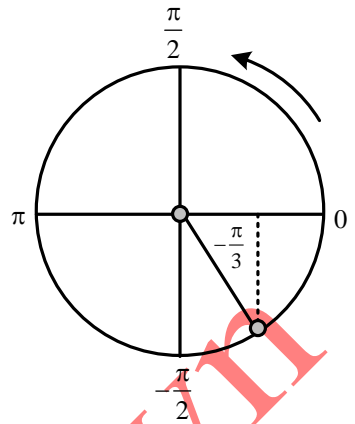
Gốc thời gian là lúc chất điểm đi qua vị trí có li độ 2,5 cm theo chiều dương nên chuyển động tròn đều phải nằm ở nửa dưới vòng tròn => chỉ có thể là A hoặc B! Không cần tính toán đã biết chắc chắn  $\omega = 4\pi$  (rad/s)!

Đề ý  $x_0 = A \cos \varphi$  thì chỉ B thỏa mãn => chọn B.

**Chú ý:** Bốn trường hợp đặc biệt cần nhớ để tiết kiệm thời gian khi làm bài:

1) Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật ở biên dương ( $x = +A$ ) thì pha dao động và phương trình li độ lần lượt là:

$$\begin{cases} \Phi = \omega t \\ x = \boxed{A \cos \omega t} = A \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$



2) Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm thì pha dao động và

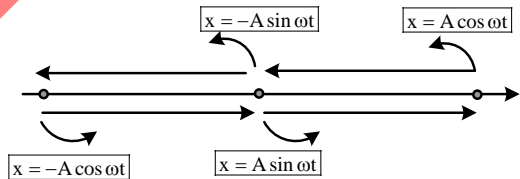
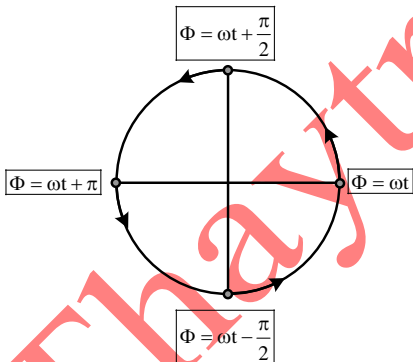
phương trình li độ lần lượt là:

$$\begin{cases} \Phi = \omega t + \frac{\pi}{2} \\ x = A \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \boxed{-A \sin \omega t} \end{cases}$$

3) Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật ở biên âm ( $x = -A$ ) thì pha dao động và phương trình li

độ lần lượt là:

$$\begin{cases} \Phi = \omega t + \pi \\ x = A \cos (\omega t + \pi) = \boxed{-A \cos \omega t} = A \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$



4) Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì pha dao động và

phương trình li độ lần lượt là:

$$\begin{cases} \Phi = \omega t - \frac{\pi}{2} \\ x = A \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \boxed{A \sin \omega t} \end{cases}$$

**Ví dụ 8:** Vật dao động điều hòa với tần số góc  $2\pi$  (rad/s), vào thời điểm  $t = 0$ , quả cầu đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Vào thời điểm  $t = 1/12$  (s) quả cầu có li độ  $z = 5$  cm. Phương trình dao động là

- A.  $x = 10 \sin(2\pi t + \pi)$  cm.  
C.  $x = 5 \sin(2\pi t + \pi/2)$  cm.

- B.  $x = 10 \sin(2\pi t)$  cm.  
D.  $x = 5 \sin(2\pi t)$  cm.

**Hướng dẫn**

Khi  $t = 0$  vật qua VTCB theo chiều dương nên:  $x = A \sin 2\pi t$

$$x\left(\frac{1}{12}\right) = A \sin 2\pi \cdot \frac{1}{12} \Leftrightarrow 5\text{cm} = A \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow A = 10\text{cm} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 9:** (ĐH – 2013): Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 10 cm, chu kì 2 s. Tại thời điểm  $t = 0$  s vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 10 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  (cm).

B.  $x = 10 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (cm).

C.  $x = 10 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (cm).

D.  $x = 10 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  (cm).

**Hướng dẫn**

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$  (rad/s). Tại thời điểm  $t = 0$  s vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương

$$\Rightarrow x = A \sin \varphi = A \cos\left(\pi t - \pi/2\right) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Kinh nghiệm:** Nếu bài toán cho biết  $w, v_0, a_0$  thì ta tính  $\omega A$  trước rồi đến  $\omega, \varphi$  theo quy trình như sau:

$$\begin{cases} W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2W}{m}} = ? \\ \begin{cases} v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' = -\omega \omega A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} v_{(0)} = -\omega A \sin \varphi \\ a_{(0)} = -\omega \omega A \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = ? \\ \varphi = ? \end{cases} \end{cases}$$

Nếu  $x = A \sin(\omega t + \alpha)$  thì biến đổi dạng cos:  $x = A \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

**Ví dụ 10:** Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  cm (t đo bằng giây). Vật có khối lượng 500 g, cơ năng của con lắc bằng 0,01 (J). Lấy mốc thời gian khi vật có vận tốc 0,1 m/s và gia tốc là  $-1 \text{ m/s}^2$ . Pha ban đầu của dao động là

A.  $7\pi/6$ .

B.  $-\pi/3$ .

C.  $\pi/6$ .

D.  $-\pi/6$ .

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 0,2 \\ \begin{cases} v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' = -\omega \omega A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} -0,2 \sin \varphi = 0,1 \\ -\omega \cdot 0,2 \cos \varphi = -1 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \end{cases} \text{ Chọn D.}$$

**Ví dụ 11:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  cm (t đo bằng giây). Khi  $t = 0$  vật đi qua vị trí  $x = +3\sqrt{2}$  cm, theo chiều âm và tại đó động năng bằng thế năng. Tính  $\varphi$ .

A.  $\pi/6$ .

B.  $3\pi/4$ .

C.  $2\pi/3$ .

D.  $\pi/4$ .

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi = 3\sqrt{2} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4} \\ v = x' = -\omega A \sin \varphi < 0 \\ W_d = W_t = \frac{W}{2} \Rightarrow \frac{kx_0^2}{2} = \frac{kA^2}{4} \Rightarrow A = x_0 \sqrt{2} = 6(\text{cm}) \end{cases}$$

$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 12:** Một vật dao động điều hoà trên trục Ox với tần số  $f = 4$  Hz, theo phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Khi  $t = 0$  thì  $x = 3$  cm và sau đó  $1/24$  s thì vật lại trở về toạ độ ban đầu. Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 3\sqrt{3} \cos(8\pi t - \pi/6)$  cm.

B.  $x = 2\sqrt{3} \cos(8\pi t - \pi/6)$  cm.

C.  $x = 6 \cos(8\pi t + \pi/6)$  cm.

D.  $x = 3\sqrt{2} \cos(8\pi t + \pi/3)$  cm.

**Hướng dẫn**

\* Ta có:  $\omega = 2\pi f = 8\pi$  (rad/s);  $T = 1/f = 1/4$  s  $>$   $\Delta t = 1/24$  s

$\Rightarrow$  Trong thời gian  $\Delta t = 1/24$  s vật chưa quay hết được một

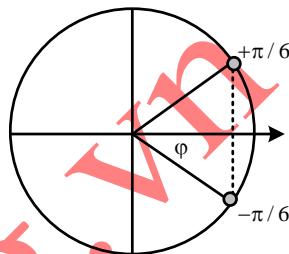
vòng.

\* Góc quét:

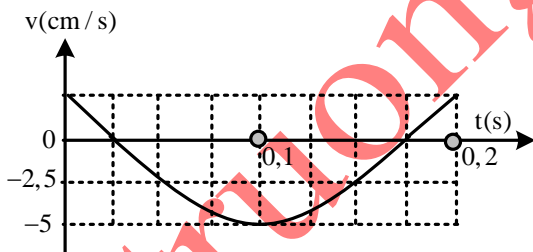
$\Delta\alpha = 2|\varphi| = \omega\Delta t = 8\pi/24 = \pi/3 \Rightarrow \varphi = -\pi/6$ .

\* Biên độ  $A = x_0 / \cos\varphi = 3 / \cos(-\pi/6) = 2\sqrt{3}$ .

$\Rightarrow$  Chọn B



**Ví dụ 13:** (THPTQG – 2017) Hình bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc  $v$  theo thời gian  $t$  của một vật dao động điều hòa. Phương trình dao động của vật là



A.  $x = \frac{3}{4\pi} \cos\left(\frac{20\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm)

B.  $x = \frac{3}{4\pi} \cos\left(\frac{20\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)$  (cm)

C.  $x = \frac{3}{8\pi} \cos\left(\frac{20\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)$  (cm)

D.  $x = \frac{3}{8\pi} \cos\left(\frac{20\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm)

**Hướng dẫn**

\* Chu kì:  $T = 6 \hat{0} = 6.0,1/4 = 0,3$  s  $\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{20\pi}{3}$  (rad/s)

\* Khi  $t = 0$  thì  $v_{\max}/2$  và đang đi theo chiều âm nên  $v = 5 \cos\left(\frac{20\pi t}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm/s)

\* Đối chiếu với: 
$$\begin{cases} x = A \cos\left(\frac{20\pi t}{3} + \varphi\right) \\ v = \omega A \cos\left(\frac{20\pi t}{3} + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{3}{4\pi} \text{ (cm)} \\ \varphi = -\frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**PHẦN 1**

**Bài 1:** Dưới tác dụng của một lực  $F = -0,8\sin 5t$  (N) (với  $t$  đo bằng giây) vật có khối lượng 400 g dao động điều hòa. Biên độ dao động của vật là

A. 18cm.                      B. 8 cm.                      C. 32 cm.                      D. 30 cm.

**Bài 2:** Vật dao động cho bởi phương trình:  $x = \sin^2(\pi + \pi/2) - \cos^2(\pi + \pi/2)$  (cm), t đo bằng giây. Hỏi vật có dao động điều hòa không? nếu có tính chu kì dao động.

A. không.                      B. có,  $T = 0,5s$ .                      C. có,  $T = 1s$ .                      D. có,  $T = 1,5 s$ .

**Bài 3:** Phương trình gia tốc của một vật dao động điều hòa có dạng  $a = 20\pi \sin(4\pi t - \pi/2)$ , với a đo bằng  $\text{cm/s}^2$  và t đo bằng s. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Vận tốc của vật dao động lúc  $t = 0,0625 s$  là  $-2,5\sqrt{2}$  cm/s.  
 B. Li độ dao động cực đại là 5 cm.  
 C. chu kì dao động là 1 s.  
 D. tốc độ cực đại là  $20\pi$  cm/s.

**Bài 4:** Phương trình gia tốc của một vật dao động điều hòa có dạng  $a = 8\cos(20t - \pi/2)$ , với a đo bằng  $\text{m/s}^2$  và t đo bằng s. Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 0,02\cos(20t + \pi/2)$  (cm).                      B.  $x = 2\cos(20t + \pi/2)$  (cm),  
 C.  $x = 2\cos(20t - \pi/2)$  (cm).                      D.  $x = 4\cos(20t + \pi/2)$  (cm).

**Bài 5:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với phương trình  $x = A\cos(\omega t + \pi)$  cm. Thời gian chất điểm đi từ vị trí thấp nhất đến vị trí cao nhất là 0,5 s. Sau khoảng thời gian  $t = 0,625 s$  kể từ lúc bắt đầu dao động, chất điểm đang ở vị trí có li độ

A.  $x = 0$                       B.  $x = 0,5A\sqrt{3}$  cm.                      C.  $x = 0,5A\sqrt{2}$  cm                      D.  $x = 0,5A$ .

**Bài 6:** Một vật dao động điều hòa phải mất 0,025 (s) để đi từ điểm có vận tốc bằng không tới điểm tiếp theo cũng có vận tốc bằng không và hai điểm đó cách nhau 10 (cm).

A. Chu kì dao động là 0,025 (s).                      B. Tần số dao động là 20 (Hz),  
 C. Biên độ dao động là 10 (cm).                      D. Tốc độ cực đại là 2 m/s.

**Bài 7:** Một vật dao động điều hòa phải mất 0,025 (s) để đi từ điểm có vận tốc bằng 0 tới điểm tiếp theo cũng có vận tốc bằng 0, hai điểm cách nhau 10 (cm). Chọn phương án **đúng**

A. Chu kì dao động là 0,025 (s).                      B. Tần số dao động là 10 (Hz),  
 C. Biên độ dao động là 10 (cm).                      D. Vận tốc cực đại của vật là  $2\pi$  (m/s).

**Bài 8:** Vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = A\sin\omega t$  (cm). Sau khi bắt đầu dao động 1/8 chu kì vật có li độ  $2\sqrt{2}$  cm. Sau 1/4 chu kì từ lúc bắt đầu dao động vật có li độ là

A. 2cm.                      B. 3cm.                      C. 4 cm.                      D.  $2\sqrt{3}$  cm.

**Bài 9:** Li độ của vật dao động điều hòa có phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Nếu vận tốc cực đại là  $v_{\max} = 8\pi$  (cm/s) và gia tốc cực đại  $a_{\max} = 16\pi^2$  ( $\text{cm/s}^2$ ) thì

A.  $A = 3(\text{cm})$ .                      B.  $A = 4(\text{cm})$ .                      C.  $A = 5(\text{cm})$ .                      D.  $A = 8(\text{cm})$ .

**Bài 10:** Một chất điểm khối lượng 0,01 kg dao động điều hòa một đoạn thẳng dài 4 cm với tần số 5 Hz. Tại thời điểm  $t = 0$  chất điểm qua vị trí cân bằng theo chiều dương của quỹ đạo. Hợp lực tác dụng vào chất điểm lúc  $t = 0,95 s$  có độ lớn

A. 0,2N.                      B. 0,1 N.                      C. 0N.                      D. 0,15N.

**Bài 11:** Một vật dao động điều hòa có dạng hàm cos với biên độ bằng 6 cm. Vận tốc vật khi pha dao động là  $\pi/6$  là  $-60$  cm/s. Chu kì của dao động này là

A. 0,314 s.                      B. 3,18 s.                      C. 0,543 s.                      D. 20 s.

**Bài 12:** Phương trình dao động của vật dao động điều hòa:  $x = A\cos(\omega t + \pi/2)$  cm gốc thời gian đã chọn là lúc vật

A. đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.                      B. ở vị trí biên dương,  
 C. đi qua vị trí cân bằng ngược chiều dương.                      D. ở biên âm.

**Bài 13:** Một dao động điều hòa có phương trình  $x = -5\cos(5\pi t - \pi/2)$  (cm). Biên độ và pha ban đầu của dao động là

A. 5 cm;  $-\pi/2$ .                      B. 5 cm;  $\pi/2$ .                      C. 5 cm;  $\pi$ .                      D.  $-5$  cm; 0.

**Bài 14:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 10\cos(4\pi t + \pi/2)$  (cm). Góc thời gian được chọn vào lúc

- A. đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.      B. ở vị trí biên dương,  
C. đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm.      D. ở biên âm.

**Bài 15:** Trong các phương trình sau, phương trình nào mô tả chuyển động của vật dao động điều hòa?

- A.  $x = 5\cos(10t + \pi) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - 10t\right)$  cm.      B.  $x = 5t\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$   
C.  $x = \frac{5}{t}\sin(10t - \pi)$       D.  $x = 2\cos(10) \cdot \sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$

**Bài 16:** Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình  $x = 8\cos(\pi t + \pi/4)$  (x tính bằng cm, t tính bằng s) thì

- A. chu kì dao động là 4 s.  
B. độ dài quỹ đạo là 8 cm.  
C. lúc  $t = 0$ , chất điểm chuyển động theo chiều âm.  
D. khi qua vị trí cân bằng, vận tốc của chất điểm có độ lớn 8 cm/s.

**Bài 17:** Phát biểu nào sau đây **không đúng** khi nói về dao động điều hòa của chất điểm?

- A. Biên độ dao động của chất điểm là đại lượng không đổi.  
B. Động năng của chất điểm biến đổi tuần hoàn theo thời gian  
C. Tốc độ của chất điểm tỉ lệ thuận với li độ của nó.  
D. Độ lớn của hợp lực tác dụng vào chất điểm tỉ lệ thuận với li độ của chất điểm.

**Bài 18:** Phát biểu nào sau đây **không đúng**? Gia tốc của một vật dao động điều hòa

- A. luôn hướng về vị trí cân bằng.      B. có độ lớn tỉ lệ với độ lớn li độ của vật.  
C. luôn ngược pha với li độ của vật.      D. có giá trị nhỏ nhất khi vật đổi chiều chuyển động.

**Bài 19:** Vận tốc của chất điểm dao động điều hòa có độ lớn cực đại khi

- A. li độ có độ lớn cực đại.      B. li độ bằng không,  
C. gia tốc có độ lớn cực đại.      D. pha cực đại.

**Bài 20:** Trong dao động điều hòa, những đại lượng biến thiên theo thời gian cùng tần số với vận tốc là

- A. li độ, gia tốc và lực phục hồi.      B. động năng, thế năng và lực phục hồi.  
C. li độ, gia tốc và động năng.      D. li độ, động năng và thế năng.

**Bài 21:** Trong chuyển động dao động điều hòa của một vật thì tập hợp ba đại lượng sau đây là **không thay đổi** theo thời gian?

- A. vận tốc, lực, năng lượng toàn phần.      B. gia tốc, chu kỳ, lực.  
C. biên độ, tần số, năng lượng toàn phần.      D. biên độ, tần số, gia tốc.

**Bài 22:** Tìm kết luận **sai** khi nói về dao động điều hòa của một chất điểm trên một đoạn thẳng nào đó.

A. Trong mỗi chu kì dao động thì thời gian tốc độ của vật giảm dần bằng một nửa chu kì dao động.

- B. Lực hồi phục (hợp lực tác dụng vào vật) có độ lớn tăng dần kho tốc độ của vật giảm dần.  
C. Trong một chu kì dao động có 2 lần động năng bằng một nửa cơ năng dao động.  
D. Tốc độ của vật giảm dần khi vật chuyển động từ vị trí cân bằng ra phía biên.

**Bài 23:** Một chất điểm có khối lượng 100 g chuyển động trên trục Ox dưới tác dụng của lực  $F = -2,5x$  (x là tọa độ của vật đo bằng m, F đo bằng N). Kết luận nào sau đây là **sai**?

- A. Vật này dao động điều hòa.  
B. Gia tốc của vật đổi chiều khi vật có tọa độ  $x = A$  (A là biên độ dao động)

C. Gia tốc của vật  $a = -25x$  (m/s<sup>2</sup>).

D. Khi vận tốc của vật có giá trị bé nhất, vật đi qua vị trí cân bằng.

1.B	2.C	3.A	4.B	5.C	6.B	7.D	8.C	9.B	10.A
11.A	12.C	13.B	14.C	15.D	16.C	17.C	18.D	19.B	20.A
21.C	22.C	23.B							

## PHẦN 2

**Bài 1:** Một con lắc lò xo, gồm lò xo nhẹ có độ cứng 50 (N/m), vật có khối lượng 2 (kg), dao động điều hoà. Tại thời điểm vật có li độ 3 cm thì nó có vận tốc  $15\sqrt{3}$  (cm/s). Xác định biên độ.

- A. 5 cm.                      B. 6 cm.                      C. 9 cm.                      D. 10 cm.

**Bài 2:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng 2,5 N/m và viên bi có khối lượng 0,1 kg dao động điều hoà. Tại thời điểm  $t$ , vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là 10 cm/s và  $0,5\sqrt{3}$  m/s<sup>2</sup>. Biên độ dao động của viên bi là

- A. 16cm                      B. 4cm                      C.  $4\sqrt{3}$  cm.                      D.  $10\sqrt{3}$  cm.

**Bài 3:** Một vật dao động điều hoà, vận tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng có độ lớn  $20\pi$  (cm/s) và gia tốc cực đại của vật là  $200\pi^2$  (cm/s<sup>2</sup>). Tính biên độ dao động.

- A. 2 cm.                      B. 10 cm.                      C. 20 cm.                      D. 4 cm.

**Bài 4:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục  $x$  quanh gốc tọa độ với phương trình  $x = A\cos(4\pi t + \varphi)$  với  $t$  tính bằng s. Khi pha dao động là  $\pi$  thì gia tốc của vật là 8 (m/s<sup>2</sup>). Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tính biên độ dao động.

- A. 5 cm.                      B. 10 cm.                      C. 20 cm.                      D. 4 cm.

**Bài 5:** Một vật dao động điều hoà với biên độ 4 cm. Khi vật có li độ 2 cm thì vận tốc là 1 m/s. Tần số dao động là:

- A. 3 Hz.                      B. 1 Hz.                      C. 4,6 Hz.                      D. 1,2 Hz.

**Bài 6:** Một vật dao động điều hoà trong nửa chu kỳ đi được quãng đường 10 cm. Khi vật có li độ 3 cm thì có vận tốc  $16\pi$  cm/s. Chu kỳ dao động của vật là:

- A. 0,5s                      B. 1,6s                      C. 1 s                      D. 2s

**Bài 7:** Một vật dao động điều hoà trên trục  $Ox$ , xung quanh vị trí cân bằng là gốc tọa độ. Gia tốc của vật phụ thuộc vào li độ  $x$  theo phương trình:  $a = -400\pi^2 x$ . Số dao động toàn phần vật thực hiện được trong mỗi giây là

- A. 20.                      B. 10.                      C. 40.                      D. 5.

**Bài 8:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 0,25 (kg) và một lò xo nhẹ có độ cứng  $100\pi^2$  (N/m), dao động điều hoà dọc theo trục  $Ox$ . Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp độ lớn vận tốc của vật cực đại là

- A. 0,1 (s).                      B. 0,05 (s).                      C. 0,025 (s).                      D. 0,075 (s).

**Bài 9:** Một dao động điều hoà, khi vật có li độ 3 cm thì tốc độ của nó là  $15\sqrt{3}$  cm/s, và khi vật có li độ  $3\sqrt{2}$  cm thì tốc độ  $15\sqrt{2}$  cm/s. Tốc độ của vật khi đi qua vị trí cân bằng là

- A. 20 (cm/s).                      B. 25 (cm/s).                      C. 50 (cm/s).                      D. 30 (cm/s).

**Bài 10:** Một vật dao động điều hoà khi có li độ  $x_1 = 2$  (cm) thì vận tốc  $v_1 = 4\pi\sqrt{3}$  (cm/s), khi có li độ  $x_2 = 2\sqrt{2}$  (cm) thì có vận tốc  $v_2 = 4\pi\sqrt{2}$  (cm/s). Biên độ và tần số dao động của vật là

- A. 8 cm và 2 Hz.                      B. 4 cm và 1 Hz.  
C.  $4\sqrt{2}$  cm và 2Hz.                      D.  $4\sqrt{2}$  cm và 1Hz.

**Bài 11:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Khi chất điểm đi qua vị trí cân bằng thì tốc độ của nó là 10 cm/s. Khi chất điểm có tốc độ là 5 cm/s thì gia tốc của nó có độ lớn là  $10\sqrt{3}$  cm/s<sup>2</sup>. Biên độ dao động của chất điểm là

- A. 5 cm.                      B. 4cm.                      C. 10 cm.                      D. 8 cm.

**Bài 12:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 2,5\cos 10\pi t$  (cm) (với t đo bằng giây). Tốc độ trung bình của chuyển động trong một chu kì là

- A. 50 cm/s.                      B. 25 cm/s.                      C. 0.                      D. 15 cm/s.

**Bài 13:** Một vật dao động điều hòa có độ lớn vận tốc cực đại là  $5\pi$  cm/s. Tốc độ trung bình của vật trong một chu kì dao động là

- A. 10 cm/s.                      B. 20 cm/s.                      C. 0.                      D. 15 cm/s.

**Bài 14:** Gọi M là trung điểm của đoạn AB trên quỹ đạo chuyển động của một vật dao động điều hòa. Nếu gia tốc tại A và B lần lượt là  $-2$  cm/s<sup>2</sup> và  $6$  cm/s<sup>2</sup> thì gia tốc tại M là

- A. 2 cm/s<sup>2</sup>.                      B. 1 cm/s<sup>2</sup>.                      C. 4 cm/s<sup>2</sup>.                      D. 3 cm/s<sup>2</sup>.

**Bài 15:** Một vật dao động điều hòa với phương trình:  $x = 4\sqrt{2} \cos(25t)$  cm (t đo bằng s). Vào thời điểm  $t = \pi/100$  (s) vận tốc của vật là

- A. 25 cm/s.                      B. 100 cm/s.                      C. 50 cm/s.                      D. -100 (cm/s).

**Bài 16:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Lúc vật ở li độ  $-\sqrt{2}$  (cm) thì có vận tốc  $-\pi\sqrt{2}$  (cm/s) và gia tốc  $\pi^2\sqrt{2}$  (cm/s<sup>2</sup>). Tốc độ cực đại của vật là

- A.  $2\pi$ cm/s.                      B.  $20\pi$ rad/s.                      C. 2 cm/s.                      D.  $2\pi\sqrt{2}$  cm/s.

**Bài 17:** Một vật thực hiện dao động điều hòa theo phương Ox với phương trình  $x = 6\cos(4t - \pi/2)$  với x tính bằng cm, t tính bằng s. Gia tốc của vật có giá trị lớn nhất là

- A. 1,5 cm/s<sup>2</sup>.                      B. 144 cm/s<sup>2</sup>.                      C. 96 cm/s<sup>2</sup>.                      D. 24 cm/s<sup>2</sup>.

**Bài 18:** Một vật thực hiện dao động điều hòa theo phương Ox với phương trình  $x = 6\cos(4t - \pi/2)$  với x tính bằng cm, t tính bằng ms. Tốc độ của vật có giá trị lớn nhất là

- A. 1,5 cm/s.                      B. 144 cm/s.                      C. 24 cm/s.                      D. 240 m/s.

**Bài 19:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ A và tốc độ cực đại là  $v_{\max}$ . Khi li độ  $x = \pm A/3$  tốc độ của vật bằng

- A.  $v_{\max}$ .                      B.  $2v_{\max}\sqrt{2}/3$ .                      C.  $\sqrt{3}v_{\max}/2$ .                      D.  $v_{\max}/\sqrt{2}$ .

**Bài 20:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ A và tốc độ cực đại là  $v_{\max}$ . Khi tốc độ của vật bằng một phần ba tốc độ cực đại thì li độ thỏa mãn

- A.  $|x| = A/4$ .                      B.  $|x| = A/2$ .                      C.  $|x| = 2A\sqrt{2}/3$ .                      D.  $|x| = A/\sqrt{2}$ .

**Bài 21:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ A và tốc độ cực đại là  $v_{\max}$ . Khi li độ  $x = \pm A/2$  tốc độ của vật bằng

- A.  $v_{\max}$ .                      B.  $v_{\max}/2$ .                      C.  $\sqrt{3}v_{\max}/2$ .                      D.  $v_{\max}/\sqrt{2}$ .

**Bài 22:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ A và tốc độ cực đại là  $v_{\max}$ . Khi tốc độ của vật bằng nửa tốc độ cực đại thì li độ thỏa mãn

- A.  $|x| = A/4$ .                      B.  $|x| = A/2$ .                      C.  $|x| = \sqrt{3}A/2$ .                      D.  $|x| = A/\sqrt{2}$ .

**Bài 23:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ A và tốc độ cực đại là  $v_{\max}/\sqrt{2}$ . Khi tốc độ của vật bằng thì li độ thỏa mãn

- A.  $|x| = A/4$ .                      B.  $|x| = A/2$ .                      C.  $|x| = \sqrt{3}A/2$ .                      D.  $|x| = A/\sqrt{2}$ .

**Bài 24:** Con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $T = 0,25$  s. Khối lượng của vật là  $m = 250$  g (lấy  $\pi^2 = 10$ ). Độ cứng của lò xo là

- A. 80 N/m.                      B. 100 N/m.                      C. 120 N/m.                      D. 160 N/m.

**Bài 25:** Con lắc lò xo dao động điều hòa trên phương nằm ngang, cứ mỗi giây thực hiện được 4 dao động toàn phần. Khối lượng vật nặng của con lắc là  $m = 250 \text{ g}$  (lấy  $\pi^2 = 10$ ). Động năng cực đại của vật là  $0,288 \text{ J}$ . Quỹ đạo dao động của vật là một đoạn thẳng dài

- A. 6 cm.                      B. 10 cm.                      C. 5 cm.                      D. 12 cm.

**Bài 26:** Một vật nhỏ có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  dao động điều hòa với chu kì là  $2 \text{ s}$ . Tại vị trí biên gia tốc của vật có độ lớn là  $80 \text{ cm/s}^2$ . Cho  $\pi^2 = 10$ . Cơ năng dao động của vật là

- A. 3,2 mJ.                      B. 0,32 mJ.                      C. 0,32 J.                      D. 3,2 J.

**Bài 27:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ  $8 \text{ cm}$ , cứ mỗi phút chất điểm thực hiện được 40 dao động toàn phần. Tốc độ cực đại của chất điểm là

- A. 33,5 cm/s.                      B. 1,91 cm/s.                      C. 320 cm/s.                      D. 50 cm/s.

**Bài 28:** Vật dao động điều hòa cứ mỗi phút thực hiện được 120 dao động. Trong quá trình dao động, vận tốc của vật có độ lớn cực đại là  $20\pi \text{ (cm/s)}$ . Khi động năng của vật gấp 3 lần thế năng thì nó ở cách vị trí cân bằng một đoạn

- A. 2,9 cm.                      B. 4,33 cm.                      C. 2,5 cm.                      D. 3,53 cm.

**Bài 29:** Vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 5 \text{ cm}$ , tần số  $f = 4 \text{ Hz}$ . Khi vật có li độ  $x = 3 \text{ cm}$  thì vận tốc của nó có độ lớn là

- A.  $2\pi \text{ cm/s}$ .                      B.  $16\pi \text{ cm/s}$ .                      C.  $32\pi \text{ cm/s}$ .                      D.  $64\pi \text{ cm/s}$ .

**Bài 30:** Một vật nhỏ khối lượng  $m = 200 \text{ g}$  được treo vào một lò xo khối lượng không đáng kể, độ cứng  $k$ . Kích thích để con lắc dao động điều hòa với gia tốc cực đại bằng  $16 \text{ m/s}^2$  và cơ năng bằng  $64 \text{ mJ}$ . Độ cứng lò xo và vận tốc cực đại của vật lần lượt là

- A.  $40 \text{ N/m}$ ;  $1,6 \text{ m/s}$ .                      B.  $40 \text{ N/m}$ ;  $16 \text{ m/s}$ .                      C.  $80 \text{ N/m}$ ;  $8 \text{ m/s}$ .                      D.  $80 \text{ N/m}$ ;  $80 \text{ cm/s}$ .

**Bài 31:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A$  và cơ năng  $E$ . Khi vật có li độ  $x = 2A/3$  thì động năng của vật là

- A.  $E/9$ .                      B.  $4E/9$ .                      C.  $5E/9$ .                      D.  $E/3$ .

**Bài 32:** Một vật có khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$  được treo vào đầu của lò xo có độ cứng là  $k = 100 \text{ N/m}$ . Biết vật xuống thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng một đoạn bằng  $10 \text{ cm}$  rồi truyền cho vật một vận tốc  $1 \text{ m/s}$  hướng về vị trí cân bằng. Tính động năng cực đại của vật trong quá trình dao động điều hòa?

- A.  $1 \text{ J}$ .                      B.  $2,5 \text{ J}$ .                      C.  $1,5 \text{ J}$ .                      D.  $0,5 \text{ J}$ .

**Bài 33:** Động lượng và gia tốc của vật nặng  $1 \text{ kg}$  dao động điều hòa tại các thời điểm  $t_1, t_2$  có giá trị tương ứng là  $p_1 = 0,12 \text{ kgm/s}$ ,  $p_2 = 0,16 \text{ kgm/s}$ ,  $a_1 = 0,64 \text{ m/s}^2$ ,  $a_2 = 0,48 \text{ m/s}^2$ . Biên độ và tần số góc dao động của con lắc là:

- A.  $A = 5 \text{ cm}$ ,  $\omega = 4 \text{ rad/s}$ .                      B.  $A = 3 \text{ cm}$ ,  $\omega = 6 \text{ rad/s}$ .  
C.  $A = 4 \text{ cm}$ ,  $\omega = 5 \text{ rad/s}$ .                      D.  $A = 6 \text{ cm}$ ,  $\omega = 3 \text{ rad/s}$ .

**Bài 34:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên phương nằm ngang với biên độ  $12 \text{ cm}$ . Khi động năng của vật gấp 3 lần thế năng của lò xo, vật có li độ

- A.  $\pm 3 \text{ cm}$ .                      B.  $\pm 6 \text{ cm}$ .                      C.  $\pm 9 \text{ cm}$ .                      D.  $\pm 6\sqrt{2} \text{ cm}$

**Bài 35:** Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình:  $x = 6\cos(20t + \varphi) \text{ (cm)}$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây. Khi chất điểm có li độ  $2 \text{ cm}$  thì tốc độ của nó là

- A.  $80\sqrt{2} \text{ m/s}$ .                      B.  $0,8\sqrt{2} \text{ m/s}$ .                      C.  $40\sqrt{2} \text{ cm/s}$ .                      D.  $80 \text{ cm/s}$ .

**Bài 36:** Một vật dao động điều hòa với chu kì  $0,2 \text{ s}$  biên độ  $10 \text{ em}$  và có động năng cực đại là  $0,5 \text{ J}$ . Tìm kết luận sai?

- A. Động năng của vật tăng dần khi vật tiến về vị trí cân bằng.  
B. Trong mỗi chu kì dao động có 2 lần vật đạt động năng bằng  $0,5 \text{ J}$ .  
C. Động năng của vật biến thiên tuần hoàn với chu kì  $0,1 \text{ s}$ .  
D. Khi vật đi qua vị trí có li độ bằng  $5 \text{ cm}$  thì động năng của vật bằng một nửa động năng cực đại.

**Bài 37:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng 20 N/m và viên bi có khối lượng 0,2 kg dao động điều hoà. Tại thời điểm  $t$ , vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là 20 cm/s và  $2\sqrt{3}$  m/s<sup>2</sup>. Biên độ dao động của viên bi là

- A. 16 cm.                      B. 4 cm.                      C.  $4\sqrt{3}$  cm.                      D.  $10\sqrt{3}$  cm.

**Bài 38:** Một chất điểm khối lượng 750 g dao động điều hoà với biên độ 4 cm, chu kì 2 s (lấy  $\pi^2 = 10$ ). Năng lượng dao động của vật là

- A. 12J.                      B. 6 J.                      C. 12 mJ.                      D. 6 mJ.

**Bài 39:** Con lắc lò xo có khối lượng  $m = 100$  g, dao động điều hoà với cơ năng  $E = 32$  mJ. Tại thời điểm ban đầu vật có vận tốc  $v = 40\sqrt{3}$  cm/ss và gia tốc  $a = -8$  m/s<sup>2</sup>. Biên độ dao động là

- A. 3 cm.                      B. 4 cm.                      C. 5 cm.                      D. 6 cm.

**Bài 40:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng 20 N/m và viên bi có khối lượng 200 g dao động điều hoà. Tại thời điểm  $t$ , vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là 40 cm/s và  $4\sqrt{15}$  m/s<sup>2</sup>. Biên độ dao động của viên bi là

- A. 8 cm.                      B. 16 cm.                      C. 20 cm.                      D. 4 cm.

**Bài 41:** Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang với tần số góc 10 rad/s. Biết rằng khi động năng và thế năng bằng nhau thì vận tốc của vật có độ lớn bằng 50 cm/s. Biên độ dao động của con lắc là

- A. - 5 cm.                      B.  $5\sqrt{2}$  cm.                      C. 6 cm.                      D.  $10\sqrt{2}$  cm.

**Bài 42:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng 20 N/m và viên bi có khối lượng 0,2 kg dao động điều hoà. Tại thời điểm  $t$ , vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là 20 cm/s và  $2\sqrt{3}$  m/s<sup>2</sup>. Biên độ dao động của viên bi là

- A. 8 cm.                      B. 4 cm                      C.  $4\sqrt{3}$  cm.                      D.  $10\sqrt{3}$  cm.

**Bài 43:** Cho một con lắc lò xo dao động với phương trình  $x = 5\cos(20t + \pi/6)$  cm. Tại vị trí mà thế năng lớn gấp ba lần động năng thì tốc độ của vật bằng :

- A. 100 cm/s.                      B. 75 cm/s.                      C.  $50\sqrt{2}$  cm/s                      D. 50 cm/s.

**Bài 44:** Con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hoà với biên độ  $A = 8$  cm, chu kì  $T = 0,5$  s, khối lượng của vật là  $m = 400$  g, lấy  $\pi^2 = 10$ . Động năng cực đại của vật là

- A. 0,12041.                      B. 0,2048 J.                      C. 2,408 J.                      D. 1.204.1.

**Bài 45:** Một con lắc lò xo, vật nặng có khối lượng là  $m = 100$  g, dao động điều hoà theo phương trình:  $x = 4\cos(10\sqrt{5}t)$  cm. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Động năng của vật khi có li độ  $x = 2$  cm là

- A. 0,01 J.                      B. 0,02 J.                      C. 0,03 J.                      D. 0,04 J.

**Bài 46:** Một chất điểm khối lượng 100 g dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 4\cos 4t$  cm. Khi chất điểm chuyển động qua vị trí  $x = 2$  cm, động năng của nó là

- A. 0,32 mJ.                      B. 0,96 mJ.                      C. 1,28 mJ.                      D. 0,64 mJ.

**Bài 47:** Con lắc lò xo đặt nằm ngang, vật nặng có khối lượng 500 g, dao động điều hoà với chu kì  $T = 0,445$  s. Cơ năng của con lắc là 0,08 J. Lấy  $\pi = 3,14$ . Biên độ dao động của con lắc là

- A. 3 cm.                      B. 4 cm.                      C. 5 cm.                      D. 6 cm.

**Bài 48:** Vật dao động điều hoà, khi vận tốc của vật bằng một nửa vận tốc cực đại của nó thì tỉ số giữa thế năng và động năng là:

- A. 2.                      B. 3.                      C. 1/2.                      D. 1/3.

**Bài 49:** Vật dao động điều hoà cứ mỗi phút thực hiện được 120 dao động. Trong quá trình dao động, vận tốc của vật có độ lớn cực đại là  $20\pi$  (cm/s). Khi động năng của vật gấp 3 lần thế năng thì nó ở cách vị trí cân bằng một đoạn?

- A. 2,9 cm.                      B. 4,33 cm.                      C. 2,5 cm,                      D. 3,53 cm.

1.B	2.B	3.A	4.A	5.C	6.A	7.B	8.B	9.D	10.B
11.A	12.A	13.A	14.A	15.D	16.A	17.C	18.D	19.B	20.C
21.C	22.C	23.D	24.D	25.D	26.A	27.A	28.C	29.C	30.D
31.C	32.A	33.A	34.B	35.B	36.D	37.B	38.D	39.B	40.B
41.B	42.B	43.D	44.B	45.C	46.B	47.B	48.B	49.C	

### PHẦN 3

**Bài 1:** Một chất điểm M chuyển động tròn đều trên quỹ đạo tâm O bán kính 10 cm với tốc độ 100 cm/s. Hình chiếu của M trên trục Ox nằm trong mặt phẳng quỹ đạo dao động điều hòa với tần số góc

- A. 10 (rad/s).                      B. 20 (rad/s).                      C. 5 (rad/s).                      D. 100 (rad/s).

**Bài 2:** Một chất điểm M chuyển động tròn đều trên quỹ đạo tâm O bán kính 5 cm với tốc độ v. Hình chiếu của M trên trục Ox nằm trong mặt phẳng quỹ đạo dao động điều hòa với tần số góc 20 (rad/s). Giá trị v là?

- A. 10 (cm/s).                      B. 20 (cm/s).                      C. 50 (cm/s).                      D. 100 (cm/s).

**Bài 3:** Một chất điểm M chuyển động tròn đều trên quỹ đạo tâm O với tốc độ 50 (cm/s). Hình chiếu của M trên trục Ox nằm trong mặt phẳng quỹ đạo dao động điều hòa với tần số góc 20 (rad/s) và biên độ là

- A. 10 (cm).                      B. 2,5 (cm).                      C. 50 (cm).                      D. 5 (cm).

**Bài 4:** Một chất điểm M chuyển động tròn đều trên quỹ đạo tâm O bán kính 10 cm với tốc độ 100 cm/s. Gọi P là hình chiếu của M trên trục Ox nằm trong mặt phẳng quỹ đạo. Khi P cách O một đoạn  $5\sqrt{3}$  (cm) nó có tốc độ là

- A. 10 (cm/s).                      B. 20 (cm/s).                      C. 50 (cm/s).                      D. 100 (cm/s).

**Bài 5:** Một chất điểm M chuyển động tròn đều trên quỹ đạo tâm O bán kính 10 cm với tốc độ 100 cm/s. Gọi P là hình chiếu của M trên trục Ox nằm trong mặt phẳng quỹ đạo. Khi P cách O một đoạn b nó có tốc độ là  $50\sqrt{3}$  (cm/s). Giá trị b là

- A. 10 (cm).                      B. 2,5 (cm).                      C. 50 (cm).                      D. 5 (cm).

**Bài 6:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = A\cos 5\pi t$  (cm). Véc tơ vận tốc hướng theo chiều âm và véc tơ gia tốc hướng theo chiều dương của trục Ox trong khoảng thời gian nào (kể từ thời điểm ban đầu  $t = 0$ ) sau đây?

- A.  $0,2s < t < 0,3s$ .                      B.  $0,0s < t < 0,1s$ .                      C.  $0,3s < t < 0,4s$ .                      D.  $0,1s < t < 0,2s$ .

**Bài 7:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = A\cos(5\pi t + \pi/4)$  (cm). Véc tơ vận tốc hướng theo chiều âm và véc tơ gia tốc hướng theo chiều dương của trục Ox trong khoảng thời gian nào (kể từ thời điểm ban đầu  $t = 0$ ) sau đây?

- A.  $0,2s < t < 0,3s$ .                      B.  $0,05s < t < 0,15s$ .                      C.  $0,3s < t < 0,4s$ .                      D.  $0,1s < t < 0,2s$ .

**Bài 8:** Chọn câu sai. Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, gốc O trùng với vị trí cân bằng của vật. Vào thời điểm t vật đi qua điểm M có vận tốc  $v = -20$  cm/s và gia tốc  $a = -2$  m/s<sup>2</sup>. Vào thời điểm đó vật

- A. chuyển động nhanh dần.                      B. có li độ dương,  
C. chuyển động chậm dần.                      D. đang đi về O.

**Bài 9:** Chọn phát biểu sai?

A. Dao động điều hòa là dao động mà li độ được mô tả bằng một định luật dạng sin (hoặc cosin) theo thời gian:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  trong đó A,  $\omega$ ,  $\varphi$  là những hằng số.

B. Dao động điều hòa có thể được coi như hình chiếu của một chuyển động tròn đều xuống một đường thẳng nằm trong mặt phẳng quỹ đạo.

C. Dao động điều hòa có thể được biểu diễn bằng một véc tơ không đổi.

D. Khi một vật dao động điều hòa thì động năng của vật đó cũng dao động tuần hoàn.

**Bài 10:** Một vật dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình:  $x = 4\cos(17t + \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Người ta đã chọn mốc thời gian là lúc vật có

- A. li độ  $-2$  cm và đang đi theo chiều âm.      B. li độ  $-2$  cm và đang đi theo chiều dương  
C. li độ  $+2$  cm và đang đi theo chiều dương.      D. li độ  $+2$  cm và đang đi theo chiều âm.

**Bài 11:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 3\cos(2\pi t - \pi/3)$ , trong đó  $x$  tính bằng xen ti mét (cm) và  $t$  tính bằng giây (s). Gốc thời gian đã được chọn lúc vật qua vị trí có li độ

- A.  $x = -1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương của trục Ox.  
B.  $x = 1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương của trục Ox.  
C.  $x = 1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều âm của trục Ox.  
D.  $x = -1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều âm của trục Ox.

**Bài 12:** Chọn phương án **sai** khi nói về dao động điều hòa :

- A. Thời gian dao động đi từ vị trí cân bằng ra biên bằng thời gian đi ngược lại.  
B. Thời gian đi qua vị trí cân bằng 2 lần liên tiếp là 1 chu kì.  
C. Tại mỗi li độ có 2 giá trị của vận tốc.  
D. Khi gia tốc đổi dấu thì vận tốc có độ lớn cực đại.

**Bài 13:** Một vật dao động điều hòa có tần số 2 Hz và biên độ 4 cm. Ở một thời điểm nào đó vật chuyển động theo chiều âm qua vị trí có li độ 2 cm thì sau thời điểm đó  $1/12$  s vật chuyển động theo

- A. chiều dương qua vị trí có li độ  $-2$  cm.      B. chiều âm qua vị trí có li độ  $-2\sqrt{3}$  cm  
C. chiều âm qua vị trí cân bằng.      D. chiều âm qua vị trí có li độ  $-2$  cm.

**Bài 14:** Một chất điểm chuyển động với tốc độ 0,75 m/s trên đường tròn đường kính 0,5 m. Hình chiếu  $M'$  của  $M$  lên đường kính của đường tròn dao động điều hòa. Tại  $t = 0$  thì  $M'$  qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Khi  $t = 4$  s li độ của  $M'$  là

- A.  $-12,5$  cm.      B.  $13,4$  cm.      C.  $-13,4$  cm.      D.  $12,5$  cm.

**Bài 15:** Một vật thực hiện dao động điều hòa với biên độ  $A$  tại thời điểm  $t_1 = 1,2$  s vật đang ở vị trí cân bằng theo chiều dương, tại thời điểm  $t_2 = 4,7$  s vật đang ở biên âm và đã đi qua vị trí cân bằng 3 lần tính từ thời điểm  $t_1$  (không tính lần ở  $t_1$ ). Hỏi tại thời điểm ban đầu thì vật đang ở đâu và đi theo chiều nào.

- A. 0 chuyển động theo chiều âm.      B.  $0,588A$  chuyển động theo chiều dương  
C.  $0,588A$  chuyển động theo chiều âm.      D.  $0,55A$  chuyển động theo chiều âm.

**Bài 16:** Vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox (với O là vị trí cân bằng), với chu kì 2 (s), với biên độ  $A$ . Sau khi dao động được 2,5 (s) vật ở li độ cực đại. Tại thời điểm ban đầu vật đi theo chiều

- A. dương qua vị trí cân bằng.      B. âm qua vị trí cân bằng,  
C. dương qua vị trí có li độ  $-A/2$ .      D. âm qua vị trí có li độ  $-A/2$ .

**Bài 17:** Vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox (với O là vị trí cân bằng), với chu kì 1,5 (s), với biên độ  $A$ . Sau khi dao động được 3,5 (s) vật ở li độ cực đại. Tại thời điểm ban đầu vật đi theo chiều

- A. dương qua vị trí cân bằng.      B. âm qua vị trí cân bằng,  
C. dương qua vị trí có li độ  $-A/2$ .      D. âm qua vị trí có li độ  $A/2$ .

**Bài 18:** Vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox (với O là vị trí cân bằng), với chu kì 2 (s), với biên độ  $A$ . Sau khi dao động được 4,25 (s) vật ở li độ cực tiểu. Tại thời điểm ban đầu vật đi theo chiều

- A. dương qua vị trí có li độ  $A/\sqrt{2}$ .      B. âm qua vị trí có li độ  $-A/\sqrt{2}$   
C. dương qua vị trí có li độ  $A/2$ .      D. âm qua vị trí có li độ  $A/2$ .

**Bài 19:** Vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, với chu kì 2 (s), với biên độ  $A$ . Sau khi dao động được 4,25 (s) vật ở vị trí cân bằng theo chiều dương. Tại thời điểm ban đầu vật đi theo chiều

A. dương qua vị trí có li độ  $-A/\sqrt{2}$ .

B. âm qua vị trí có li độ  $+A/\sqrt{2}$ .

C. dương qua vị trí có li độ  $A/2$ .

D. âm qua vị trí có li độ  $A/2$ .

1.A	2.D	3.B	4.C	5.D	6.D	7.B	8.C	9.C	10.D
11.B	12.B	13.D	14.B	15.C	16.A	17.C	18.B	19.A	20.

#### PHẦN 4

**Bài 1:** Một dao động điều hòa có phương trình  $x = A\cos(\pi t/3)$  (cm). Biết tại thời điểm  $t_1$  (s) li độ  $x = 2$  cm. Tại thời điểm  $t_1 + 6$  (s) có li độ là:

A. +2 cm.

B. -4,8 cm.

C. -2 cm.

D. +3,2 cm.

**Bài 2:** Một dao động điều hòa có phương trình  $x = 5\cos(\pi t/3)$  (cm). Biết tại thời điểm  $t_1$  (s) li độ  $x = 4$  cm. Tại thời điểm  $t_1 + 3$  (s) có li độ là:

A. +4 cm.

B. -4,8 cm.

C. -4 cm.

D. +3,2 cm.

**Bài 3:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4,5\cos(2\pi t + \pi/3)$  (cm) (t đo bằng giây). Biết li độ của vật ở thời điểm  $t$  là 2 cm. Li độ của vật ở thời điểm sau đó 0,5 s là?

A. 2 cm.

B. 3 cm.

C. -2 cm.

D. -4 cm.

**Bài 4:** Một dao động điều hòa có phương trình  $x = 2\cos(0,2\pi t)$  (cm). Biết tại thời điểm  $t_1$  (s) li độ  $x = 1$  cm. Tại thời điểm  $t_1 + 5$  (s) có li độ là:

A.  $+\sqrt{3}$  cm.

B.  $-\sqrt{3}$  cm.

C. -1 cm.

D. +1 cm.

**Bài 5:** Một chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox, xung quanh vị trí cân bằng O với chu kỳ 1 s. Tại thời điểm  $t = 0$  s chất điểm ở li độ  $x = 2$  cm và đang chuyển động ra xa vị trí cân bằng. Tại thời điểm  $t = 2,5$  s chất điểm ở vị trí có li độ

A.  $x = -2$  cm và đang hướng ra xa vị trí cân bằng.

B.  $x = +2$  cm và đang hướng ra xa vị trí cân bằng.

C.  $x = 2$  cm và đang hướng về vị trí cân bằng.

D.  $x = -2$  cm và đang hướng về vị trí cân bằng.

**Bài 6:** Một vật dao động điều hòa chu kỳ 2 (s). Tại thời điểm  $t_0$  vật có li độ 2 cm thì vận tốc của vật ở thời điểm  $t_0 + 0,5$  (s) là

A.  $\pi\sqrt{3}$  (cm/s).

B.  $2\pi$  (cm/s).

C.  $2\sqrt{3}$  (cm/s).

D.  $-2\pi$  (cm/s).

**Bài 7:** Một vật dao động điều hòa chu kỳ 2 (s). Tại thời điểm  $t_0$  vật có li độ 2 cm thì vận tốc của vật ở thời điểm  $t_0 + 3,5$  (s) là

A.  $\pi\sqrt{3}$  (cm/s).

B.  $-2\pi$  (cm/s).

C.  $2\pi\sqrt{3}$  (cm/s).

D.  $2\pi$  (cm/s).

**Bài 8:** Một vật dao động điều hòa theo trục Ox (O là vị trí cân bằng), hai lần liên tiếp vận tốc của nó triệt tiêu là 1 (s). Tại thời điểm  $t$  vật có vận tốc  $4\pi\sqrt{3}$  (cm/s). Hãy tính li độ của vật đó ở thời điểm  $(t + 1/2)$  s

A.  $4\sqrt{3}$  cm

B. -7 cm.

C. 8 cm.

D. -8 cm.

**Bài 9:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 3\sin(5\pi t + \varphi)$  (x tính bằng cm và t tính bằng giây). Tại thời điểm  $t$ , chất điểm có li độ 2 cm và đang tăng. Li độ chất điểm ở thời điểm sau đó 0,1 (s) là

A. -1 cm.

B.  $\sqrt{5}$  cm.

C.  $\sqrt{3}$  cm.

D. -2 cm.

**Bài 10:** Một vật dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình:  $x = 20\sin 2\pi t$  (cm). Vào một thời điểm nào đó vật có li độ là 5 cm thì li độ vào thời điểm ngay sau đó 1/8 (s) là:

A. 17,2 cm hoặc 7 cm.

B. -10,2 cm hoặc 14,4 cm.

C. 7 cm hoặc -10,2 cm.

D. 17,2 cm hoặc -10,2 cm.

**Bài 11:** Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T$ , với biên độ  $A$  và vận tốc cực đại  $v_{\max}$ . Trong khoảng thời gian từ  $t = t_1$  đến  $t = t_2 = 2t_1$  tốc độ của vật tăng từ  $0,6v_{\max}$  đến  $v_{\max}$  rồi giảm xuống  $0,8v_{\max}$ . Gọi  $x_1, v_1, a_1, W_{t_1}, W_{d1}$  lần lượt là li độ, vận tốc, gia tốc, thế năng và động năng của chất điểm ở thời điểm  $t_1$ . Gọi  $x_2, v_2, a_2, W_{t_2}, W_{d2}$  lần lượt là li độ, vận tốc, gia tốc, thế năng và động năng của chất điểm ở thời điểm  $t_2$ . Cho các hệ thức sau đây:

$$x_1^2 + x_2^2 = A^2 \quad (1); A = \frac{0,5}{\pi} v_{\max} T \quad (2); a_1^2 + a_2^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} v_{\max}^2; v_2 = \frac{2\pi}{T} x_1 \quad (5)$$

$$v_1 = \frac{2\pi}{T} x_2 \quad (6); 9W_1 = 16W_{d1} \quad (7); 4W_{t_2} = 3W_{d2} \quad (8); a_1 = \frac{2\pi}{T} v_2 \quad (9); a_2 = \frac{2\pi}{T} v_1 \quad (10)$$

Số hệ thức đúng là

A. 6.

B. 8.

C. 7.

D. 9.

**Bài 12:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 8\cos(4\pi t + \pi/4)$  cm (t đo bằng giây). Biết ở thời điểm  $t_0$  vật chuyển động theo chiều dương qua li độ  $x = 4$  cm. Sau thời điểm đó  $1/24$  (s) thì vật có li độ

A.  $x = 4\sqrt{3}$  cm và chuyển động theo chiều dương.

B.  $x = 0$  và chuyển động theo chiều âm.

C.  $x = 0$  và chuyển động theo chiều dương.

D.  $x = 4\sqrt{3}$  cm và chuyển động theo chiều âm.

**Bài 13:** Một vật dao động điều hòa chu kì 2 (s). Tại thời điểm  $t$  vật có li độ 2 cm và vận tốc  $4\pi\sqrt{3}$  (cm/s). Hãy tính vận tốc của vật ở thời điểm  $t + 1/3$  (s)

A.  $\pi/3$  (cm/s).

B.  $\pi\sqrt{2}$  (cm/s).

C.  $2\sqrt{3}$  (cm/s).

D.  $2\pi\sqrt{3}$  s (cm/s).

**Bài 14:** Một vật dao động điều hòa với chu kỳ  $T = 2$  s, tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x = -2$  cm và có độ lớn vận tốc là  $2\pi\sqrt{3}$  (cm/s), lấy  $\pi^2 = 10$ , gia tốc của vật lúc  $t = 1$  s có giá trị

A.  $-20$  (cm/s<sup>2</sup>).

B.  $20\sqrt{3}$  (cm/s<sup>2</sup>).

C.  $20$  (cm/s<sup>2</sup>)

D.  $-20\sqrt{3}$  (cm/s<sup>2</sup>).

**Bài 15:** Vật vật dao động điều hòa với chu kì  $\pi/2$  s. Tại thời điểm  $t_1$ :  $v_1 = 100$  cm/s,  $a_1 = -4$  m/s<sup>2</sup>. Xác định vận tốc và gia tốc vật tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \pi/8$  (s).

A.  $-100$  cm/s và  $-4$  m/s<sup>2</sup>.

B.  $100$  cm/s và  $4$  m/s<sup>2</sup>

C.  $50\sqrt{3}$  cm/s và  $2$  m/s<sup>2</sup>.

D.  $50$  cm/s và  $-4\sqrt{3}$  m/s<sup>2</sup>.

**Bài 16:** Một vật dao động điều hòa có chu kì  $T = 1$  s. Tại một thời điểm vật cách vị trí cân bằng 6 cm, sau đó  $0,75$  s vật cách vị trí cân bằng 8 cm. Tìm biên độ.

A. 10 cm.

B. 8 cm.

C. 14 cm.

D. 2 cm

**Bài 17:** Một vật dao động điều hòa có chu kì 1,2 s với biên độ 12,5 cm. Tại một thời điểm vật cách vị trí cân bằng 10 cm, sau đó 6,9 s vật cách vị trí cân bằng là

A. 10 cm.

B. 8 cm.

C. 7,5 cm.

D. 872 cm

**Bài 18:** Một vật dao động điều hòa có chu kì  $T$  và biên độ 12 cm. Tại một thời điểm  $t = t_1$  vật có li độ  $x_1 = 6$  cm và tốc độ  $v_1$ , sau đó  $T/4$  vật có tốc độ  $12\pi$  cm/s. Tìm  $v_1$ .

A.  $12\pi\sqrt{3}$  cm/s.

B.  $6\pi\sqrt{3}$  cm/s.

C.  $6\pi\sqrt{2}$  cm/s.

D.  $12\pi\sqrt{2}$  cm/s.

**Bài 19:** Một vật dao động điều hòa có chu kì  $T$  và biên độ 10 cm. Tại một thời điểm  $t = t_1$  vật có li độ  $x_1 = 6$  cm và tốc độ  $v_1$ , sau đó  $3T/4$  vật có tốc độ  $12\pi$  cm/s. Tìm  $v_1$ .

A.  $12\pi\sqrt{3}$  cm/s.

B.  $6\pi\sqrt{3}$  cm/s.

C.  $16\pi$  cm/s.

D.  $12\pi\sqrt{2}$  cm/s.

**Bài 20:** Một vật dao động điều hòa với tần số góc  $10$  rad/s. Tại một thời điểm vật cách vị trí cân bằng 6 cm, sau đó nửa chu kì dao động vật có tốc độ  $60$  cm/s. Tìm biên độ.

A. 10cm.

B. 8cm.

C.  $6\sqrt{2}$  cm.

D.  $8\sqrt{2}$  cm.

**Bài 21:** Một vật dao động điều hòa có chu kì  $T = 1$  s. Tại một thời điểm vật cách vị trí cân bằng 6 cm, sau đó 0,5 s vật có tốc độ lớn cm/s. Tìm biên độ.

- A. 10 cm.                      B. 8 cm.                      C. 14 cm.                      D.  $8\sqrt{2}$  cm

**Bài 22:** Một vật dao động điều hòa có chu kì  $T = 1$  s. Tại một thời điểm vật cách vị trí cân bằng 8 cm, sau đó 0,5 s vật có tốc độ  $16\pi$  cm/s. Tìm biên độ.

- A. 10 cm.                      B. 8 cm.                      C. 14 cm.                      D.  $8\sqrt{2}$  cm

**Bài 23:** Chất điểm chuyển động trên đường thẳng Ox. Phương trình chuyển động của chất điểm là  $x = 10\cos(10\pi t - \pi/6)$  cm (t: tính bằng s). Vào thời điểm  $t_1$  vật đi qua vị trí có tọa độ 5 cm và theo chiều âm của trục tọa độ thì đến thời điểm  $t_2 = t_1 + 1/30$  s thì vật sẽ có li độ  $x_2$  là

- A. -5 cm.                      B. 10 cm.                      C. 0.                      D.  $5\sqrt{3}$  cm.

**Bài 24:** Chất điểm dao động điều hòa với  $x = 6\cos(20\pi t - \pi/6)$  (cm). Ở thời điểm  $t_1$ , vật có li độ  $x = -3$  cm và chuyển động ra biên, ở thời điểm  $t_2 = t_1 + 0,025$  (s), vật

- A. có li độ  $x = 3$  cm và chuyển động ra xa vị trí cân bằng.  
 B. có li độ  $x = 3\sqrt{3}$  cm và chuyển động ra xa vị trí cân bằng,  
 C. có li độ  $x = -3\sqrt{3}$  cm và chuyển động ra xa vị trí cân bằng.  
 D. có li độ  $x = -3\sqrt{3}$  cm và chuyển động về vị trí cân bằng.

**Bài 25:** Một vật dao động theo phương trình  $x = 4.\cos(\pi t/6)$  (cm) (t đo bằng giây). Tại thời điểm  $t_1$  li độ là  $2\sqrt{3}$  cm và đang giảm. Tính vận tốc sau thời điểm  $t_1$  là 3 (s).

- A. -2,5 cm/s.                      B. -1,8 cm/s.                      C. 2 cm/s.                      D. 5,4 cm/s.

**Bài 26:** Một vật dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình:  $x = 20\cos 2\pi t$  (cm) (t đo bằng giây). Vào một thời điểm nào đó vật có li độ là  $10\sqrt{3}$  cm thì vận tốc vào thời điểm ngay sau đó  $1/12$  (s) là

- A. 108,8 cm/s hoặc 0 cm/s.                      B. 20 cm/s hoặc 15 cm/s.  
 C. -62,3 cm/s hoặc 125,7 cm/s.                      D. -108,8 cm/s hoặc 0 cm/s.

**Bài 27:** Một vật dao động điều hòa theo phương ngang, trong thời gian 100 giây nó thực hiện đúng 50 dao động. Tại thời điểm t vật có li độ 2 cm và vận tốc  $4\pi\sqrt{3}$  (cm/s). Hãy tính li độ của vật đó ở thời điểm  $(t + 1/3)$  s

- A. 7 cm.                      B. -7 cm.                      C. 5 cm.                      D. -5 cm.

**Bài 28:** Một vật dao động điều hòa dọc theo Ox với tần số góc  $\pi$  rad/s. Tại thời điểm t vật có li độ 2 cm và vận tốc  $-4\pi\sqrt{3}$  (cm/s). Vận tốc của vật đó ở thời điểm  $(t + 1/3)$  s gần giá trị nào nhất trong số các giá trị sau đây?

- A. 16 cm/s.                      B. -5 cm/s.                      C. 5 cm/s.                      D. -16 cm/s.

**Bài 29:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng k và vật nhỏ khối lượng  $m = 0,5$  kg. Con lắc dao động điều hòa theo phương ngang với chu kì T. Biết ở thời điểm t vật có li độ 5 cm, ở thời điểm  $t + T/4$  vật có tốc độ 50 cm/s. Giá trị của k bằng

- A. 200 N/m                      B. 150N/m                      C. 50N/m                      D. 100N/m

**Bài 30:** Một vật dao động điều hòa có chu kì 1 s. Tại một thời điểm  $t = t_1$  vật có vận tốc  $12\pi$  cm/s, sau đó 2,75 s vật có li độ là

- A. 6 s cm.                      B.  $-6\sqrt{3}$  cm.                      C. -6 cm                      D. 6 cm

1.A	2.C	3.C	4.C	5.A	6.D	7.D	8.A	9.B	10.D
11.C	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.C	18.A	19.C	20.C
21.A	22.D	23.A	24.D	25.B	26.D	27.D	28.D	29.C	30.C

**PHẦN 5**

**Bài 1:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = 4\cos 2\pi t$  (cm). Trong 2 s đầu tiên có mấy lần vật đi qua điểm có li độ  $x = 2$  cm?

- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 1.

**Bài 2:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = 4\sin 2\pi t$  (cm). Trong 2 s đầu tiên có mấy lần vật đi qua điểm có li độ  $x = 4$  cm?

- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 1.

**Bài 3:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 1 m, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $g \approx \pi^2$  m/s<sup>2</sup>, số lần động năng bằng thế năng trong khoảng thời gian 4 s là

- A. 16.                      B. 6.                      C. 4.                      D. 8.

**Bài 4:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 2\cos(5\pi t - \pi/3)$  (cm) (t đo bằng giây). Trong khoảng thời gian từ  $t = 1$  (s) đến  $t = 2$  (s) vật đi qua vị trí  $x = 0$  cm được mấy lần?

- A. 6 lần.                      B. 5 lần.                      C. 4 lần.                      D. 7 lần.

**Bài 5:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = A\cos(2\pi/T + \pi/4)$  (cm). Trong khoảng thời gian  $2,5T$  đầu tiên từ thời điểm  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = 2A/3$  là

- A. 9 lần.                      B. 6 lần.                      C. 4 lần.                      D. 5 lần.

**Bài 6:** Một chất điểm dao động điều hòa có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp là  $t_1 = 2,2$  (s) và  $t_2 = 2,9$  (s). Tính từ thời điểm ban đầu ( $t_0 = 0$  s) đến thời điểm  $t_2$  chất điểm đã đi qua vị trí cân bằng

- A. 9 lần.                      B. 6 lần.                      C. 4 lần.                      D. 5 lần.

**Bài 7:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 2\cos(5\pi t - \pi/3)$  (cm). Trong giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu dao động vật đi qua vị trí có li độ  $x = -1$  cm theo chiều dương được mấy lần?

- A. 2 lần.                      B. 3 lần.                      C. 4 lần.                      D. 5 lần.

**Bài 8:** Một chất điểm dao động điều hòa tuân theo quy luật:  $x = 5\cos(5\pi t - \pi/3)$  (cm). Trong khoảng thời gian  $t = 2,75T$  ( $T$  là chu kì dao động) chất điểm đi qua vị trí cân bằng của nó

- A. 3 lần.                      B. 4 lần.                      C. 5 lần.                      D. 6 lần.

**Bài 9:** Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình:  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/3)$  (cm). Trong thời gian 1,25 s tính từ thời điểm  $t = 0$ , vật đi qua vị trí có li độ  $x = -1$  cm

- A. 3 lần.                      B. 4 lần.                      C. 5 lần.                      D. 6 lần.

**Bài 10:** Chất điểm dao động điều hòa với phương trình:  $x = A\cos(2\pi/T + \pi/4)$  (cm). Trong thời gian  $2,5T$  kể từ thời điểm  $t = 0$ , số lần vật đi qua li độ  $x = 2A/3$  là

- A. 6 lần.                      B. 4 lần.                      C. 5 lần.                      D. 9 lần.

1.C	2.A	3.D	4.B	5.D	6.C	7.A	8.C	9.C	10.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

**PHẦN 6**

**Bài 1:** Một chất điểm dao động điều hòa có phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ , tại thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ  $x = 0,5A$  và đang chuyển động về gốc tọa độ thì pha ban đầu  $\varphi$  bằng:

- A.  $-\pi/6$ .                      B.  $\pi/6$ .                      C.  $+\pi/3$ .                      D.  $-\pi/3$

**Bài 2:** Vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 4\cos(\pi t + \varphi)$  cm. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ 2 cm và đang chuyển động ngược chiều dương của trục tọa độ. Pha ban đầu của dao động điều hòa là

- A.  $-\pi/6$ .                      B.  $\pi/6$ .                      C.  $+\pi/3$ .                      D.  $-\pi/3$ .

**Bài 3:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A, tần số góc  $\omega$ . Chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí mà vận tốc bằng 0 và sau đó nó đi theo chiều âm. Phương trình dao động của vật là

- A.  $x = A\sin(\omega t)$ .                      B.  $x = A\cos(\omega t - \pi/2)$ .  
 C.  $x = A\sin(\omega t + \pi/2)$ .                      D.  $x = A\cos(\omega t + \pi t)$ .



A.  $x = 20\cos(\pi t + \pi/4)$  (cm).

B.  $x = 20\cos(\pi t - 3\pi/4)$  (cm).

C.  $X = 20\sin(\pi t - 3\pi/4)$  (cm).

D.  $x = 20\sin(\pi t - \pi/4)$  (cm).

**Bài 15:** Con lắc lò xo có khối lượng  $m = 100$  g, dao động điều hòa  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  với biên độ  $A = 2$  cm. Tại thời điểm ban đầu vật có vận tốc  $v = 20\sqrt{3}$  cm/s và gia tốc  $a = 4$  m/s<sup>2</sup>. Pha ban đầu của dao động là

A.  $-\pi/6$ .

B.  $\pi/6$ .

C.  $-\pi/3$ .

D.  $-2\pi/3$ .

**Bài 16:** Con lắc lò xo có khối lượng  $m = 100$  g, dao động điều hòa  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  với cơ năng 32 mJ. Tại thời điểm ban đầu vật có vận tốc  $v = 40\sqrt{3}$  cm/s và gia tốc  $a = 8$  m/s<sup>2</sup>. Pha ban đầu của dao động là

A.  $-\pi/6$ .

B.  $\pi/6$ .

C.  $-2\pi/3$ .

D.  $-\pi/3$ .

**Bài 17:** Một vật dao động điều hòa cứ sau 0,25 s thì động năng lại bằng thế năng. Quãng đường vật đi được trong 0,5 s là 16 cm. chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 8\cos(2\pi t - \pi/2)$  (cm).

B.  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/2)$  (cm).

C.  $x = 8\cos(2\pi t + \pi/2)$  (cm).

D.  $x = 4\cos(4\pi t - \pi/2)$  (cm).

**Bài 18:** Một con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng  $m = 0,2$  kg và lò xo có độ cứng  $k = 80$  N/m dao động điều hòa theo phương nằm ngang. Lấy gốc thời gian  $t = 0$  là lúc vật nặng có vận tốc  $v_0 = 0,2$  m/s và gia tốc  $a_0 = 4\sqrt{3}$  m/s<sup>2</sup>. Phương trình dao động của con lắc lò xo là

A.  $x = 2\cos(20t + \pi/6)$  (cm).

B.  $x = 2\cos(20t - \pi/6)$  (cm).

C.  $x = 2\cos(20t + 5\pi/6)$  (cm).

D.  $x = 2\cos(20t - 5\pi/6)$  (cm).

**Bài 19:** Một con lắc lò xo có  $m = 500$  g, dao động điều hòa với cơ năng 10 mJ. Lấy gốc thời gian khi vật có vận tốc 0,1 m/s và gia tốc là  $-\sqrt{3}$  m/s<sup>2</sup>. Pha ban đầu của dao động là

A.  $\pi/2$ .

B.  $-\pi/6$ .

C.  $-\pi/4$ .

D.  $-\pi/3$ .

**Bài 20:** Một vật dao động điều hòa trên trục Ox với tần số  $f = 4$  Hz, biết toạ độ ban đầu của vật là  $x = 3$  cm và sau đó 1/24 s thì vật lại trở về toạ độ ban đầu. Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 3\sqrt{3} \cos(8\pi t - \pi/6)$  cm.

B.  $x = 2\sqrt{3} \cos(8\pi t - \pi/6)$  cm.

C.  $x = 6\cos(8\pi t + \pi/6)$  cm.

D.  $x = 3\sqrt{2} \cos(8\pi t + \pi/3)$  cm.

**Bài 21:** Tại thời điểm ban đầu ( $t = 0$ ), vật dao động điều hòa chuyển động qua vị trí  $x = 2$  cm ra xa vị trí cân bằng với tốc độ 20 cm/s. Biết chu kì của dao động  $T = 0,628$  s. Viết phương trình dao động cho vật?

A.  $x = 2\sqrt{2} \cos(10t + 3\pi/4)$  cm.

B.  $x = 2\sqrt{2} \cos(10t + \pi/4)$  cm.

C.  $x = 2\sqrt{2} \cos(10t - \pi/4)$  cm.

D.  $x = 2\sqrt{2} \cos(10t - 3\pi/4)$  cm.

**Bài 22:** Treo vật khối lượng  $m = 100$  g vào lò xo thẳng đứng độ cứng  $k = 100$  N/m. Kéo vật đến vị trí lò xo bị dãn 3 cm rồi thả cho vật chuyển động. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Chọn trục toạ độ thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên, gốc thời gian là lúc thả vật. Phương trình chuyển động của vật

A.  $x = 4\cos 10\pi t$  cm.

B.  $x = 3\cos 10\pi t$  cm.

C.  $x = 4\cos(10\pi t + \pi)$  cm.

D.  $x = 2\cos(10\pi t + \pi)$  cm.

**Bài 23:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 6 cm, chu kì 0,05 s. Chọn gốc thời gian là lúc vật có li độ  $x = -3\sqrt{3}$  cm theo chiều âm. Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 6\cos(40\pi t - \pi/3)$  cm.

C.  $x = 6\cos(40\pi t + 5\pi/6)$  cm.

B.  $x = 6\cos(40\pi t + 2\pi/3)$  cm.

D.  $x = 6\cos(40\pi t + \pi/3)$  cm.

**Bài 24:** Một vật dao động điều hoà: Ở li độ  $x_1 = -2$  cm vật có vận tốc  $v_1 = 8\pi\sqrt{3}$  cm/s, ở li độ  $x_2 = 2\sqrt{3}$  cm vật có vận tốc  $v_2 = 8\pi$  cm/s. Chọn  $t = 0$  là thời điểm vật có li độ  $x = -A/2$  và đang chuyển động xa vị trí cân bằng. Phương trình dao động của vật là

- A.  $x = 4\cos(4\pi t + 2\pi/3)$  cm.                      B.  $x = 8\cos(4\pi t + \pi/3)$  cm.  
 C.  $x = 4\cos(4\pi t - 2\pi/3)$  cm.                      D.  $x = 8\cos(4\pi t - \pi/3)$  cm.

**Bài 25:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng  $m = 100$  gam và lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 100$  N/m dao động điều hòa với biên độ 9cm. Lấy gốc thời gian là lúc con lắc đang đi theo chiều dương của trục tọa độ, tại đó thế năng bằng ba lần động năng và có tốc độ đang giảm. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của con lắc là:

- A.  $x = 9\cos(10\pi t - \pi/6)$  cm.                      B.  $x = 9\cos(10\pi t + \pi/6)$  cm.  
 C.  $x = 9\cos(10\pi t - 5\pi/6)$  cm.                      D.  $x = 9\cos(10\pi t + 5\pi/6)$  cm.

**Bài 26:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì 1 s. Tại thời điểm  $t = 2,5$  s tính từ lúc bắt đầu dao động, chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -2$  cm và vận tốc  $v = -4\pi\sqrt{3}$  cm/s. Phương trình dao động của chất điểm có thể là

- A.  $x = 4\cos(2\pi t + 2\pi/3)$  cm.                      B.  $x = 4\cos(2\pi t - 2\pi/3)$  cm.  
 C.  $x = 4\cos(2\pi t - \pi/3)$  cm.                      D.  $x = 4\cos(2\pi t + \pi/3)$  cm..

1.C	2.C	3.C	4.D	5.B	6.B	7.A	8.C	9.A	10.D
11.D	12.B	13.C	14.C	15.D	16.C	17.A	18.D	19.B	20.B
21.C	22.D	23.C	24.A	25.A	26.C				

## Dạng 2. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THỜI GIAN

Chúng ta sẽ nghiên cứu các bài toán

+ Thời gian đi từ  $x_1$  đến  $x_2$ .

+ Thời điểm vật qua  $x_0$ .

### 1. Thời gian đi từ $x_1$ đến $x_2$

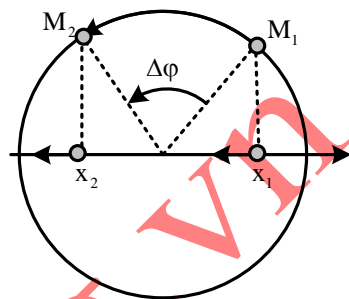
#### 1.1. Thời gian ngắn nhất đi từ $x_1$ đến vị trí cân bằng và đến vị trí biên

**Phương pháp chung:**

**Cách 1:** Dùng VTLG

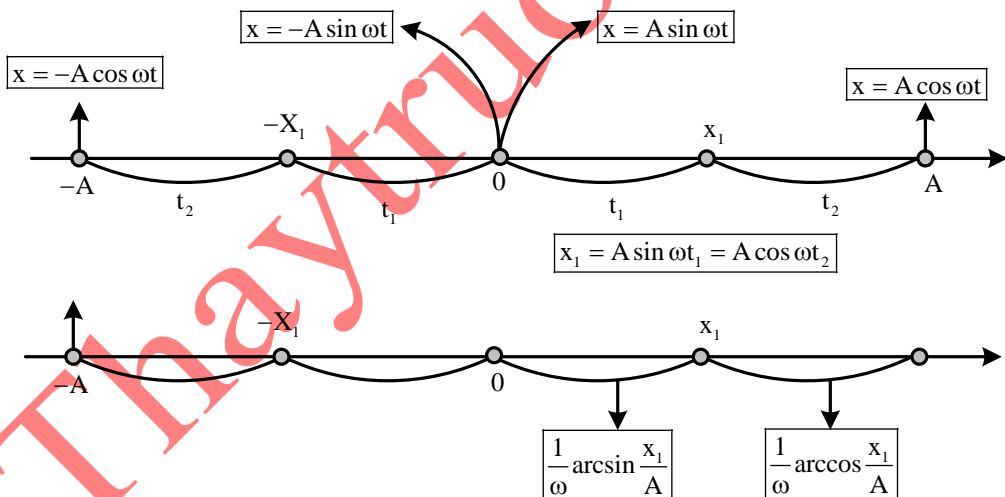
Xác định góc quét tương ứng với sự dịch chuyển:  $\Delta\varphi$

$$\text{Thời gian: } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$$



**Cách 2:** Dùng PTLG

$$\begin{cases} x_1 = A \sin \omega t_1 \Rightarrow \sin \omega t_1 = \frac{x_1}{A} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} \\ x_1 = A \cos \omega t_2 \Rightarrow \cos \omega t_2 = \frac{x_1}{A} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} \end{cases}$$



**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hoà với biên độ 10 (cm) và tần số góc 10 (rad/s). Khoảng thời gian ngắn nhất để nó đi từ li độ +3,5 cm đến vị trí cân bằng là

A. 0,036 s.

B. 0,121 s.

C. 2,049 s.

D. 6,951 s.

**Hướng dẫn**

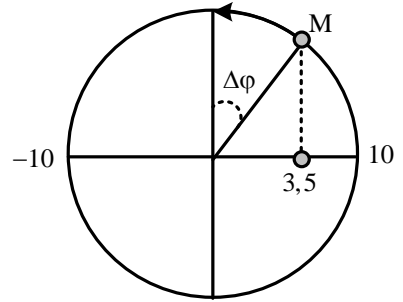
**Cách 1:** Dùng VTLG

Thời gian ngắn nhất dao động điều hòa đi từ  $x = 3,5$  cm đến  $x = 0$  bằng thời gian chuyển động tròn đều đi tròn

đều đi từ M đến N:  $t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$  mà

$$\sin \Delta\varphi = \frac{3,5}{10} \Rightarrow \Delta\varphi \approx 0,3576(\text{rad})$$

$$\text{Nên } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{0,3576}{10} \approx 0,036(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Cách 2:** Dùng PTLG

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} = \frac{1}{10} \arcsin \frac{3,5}{10} \approx 0,036(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Kinh nghiệm:**

1) Quy trình bấm máy tính nhanh:  $\boxed{\text{shift sin}(3,5 \div 10) \div 10 =}$  (máy tính chọn đơn vị góc là rad).

2) Đối với dạng bài này chỉ nên giải theo cách 2 (nếu dùng quen máy tính chỉ hết cỡ 10 s!).

3) Cách nhớ nhanh "đi từ  $x_1$  đến VTCB là shift  $\boxed{\text{shift sin}(x_1 \div A) \div \omega =}$ " "đi từ  $x_1$  đến VT biên

$$\boxed{\text{shift cos}(x_1 \div A) \div \omega =}$$

4) Đối với bài toán ngược ta áp dụng công thức:  $x_1 = A \sin \omega t_1 = A \cos \omega t_2$ .

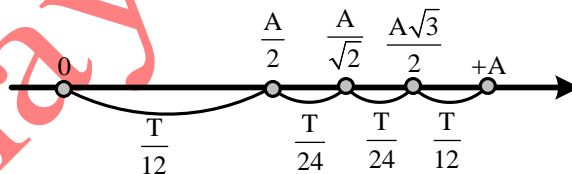
**Ví dụ 2:** Vật dao động điều hoà, thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí  $x = +A$  đến vị trí  $x = A/3$  là 0,1 s. Chu kì dao động của vật là

- A. 1,85 s.                      B. 1,2 s.                      C. 0,51 s.                      D. 0,4 s.

**Hướng dẫn**

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{x_1}{A} \Rightarrow 0,1 = \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{1}{3} \Rightarrow T \approx 0,51(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Chú ý:** Đối với các điểm đặc biệt ta dễ dàng tìm được phân bố thời gian như sau:



**Kinh nghiệm:**

1) Nếu số 'xấu'  $x_1 \neq 0; \pm \frac{A}{2}; \pm \frac{A}{\sqrt{2}}; \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  thì dùng:

$$\boxed{\text{shift sin}(x_1 \div \omega) \div \omega =}, \boxed{\text{shift cos}(x_1 \div \omega) \div \omega =}$$

2) Nếu số 'đẹp'  $x_1 = 0; \pm \frac{A}{2}; \pm \frac{A}{\sqrt{2}}; \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  thì dùng trực phân bố thời gian.

**Ví dụ 3:** Vật dao động điều hoà với biên độ A. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ A/2 đến vị trí có li độ A là 0,2 s. Chu kì dao động của vật là:

- A. 0,12 s.                      B. 0,4 s.                      C. 0,8 s.                      D. 1,2 s.

**Hướng dẫn**

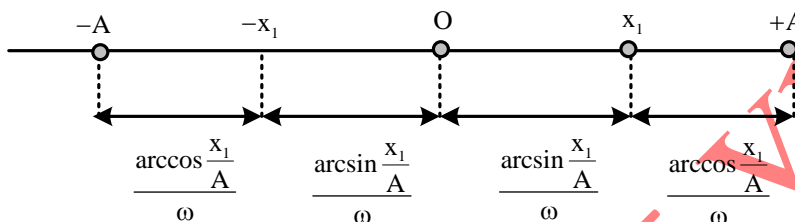
Dựa vào trục phân bố thời gian ta tính được thời gian ngắn nhất đi từ  $x = A/2$  đến  $x = A$  là  $T/6$ .

Do đó:  $\frac{T}{6} = 0,2 \Rightarrow T = 1,2(s) \Rightarrow$  Chọn D.

**Chú ý:** Khoảng thời gian trong một chu kì vật cách vị trí cân bằng một khoảng

+ Nhỏ hơn  $x_1$ :  $\Delta t = 4t_1 = 4 \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A}$

+ Lớn hơn  $x_1$  là:  $\Delta t = 4t_2 = 4 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A}$



**Ví dụ 4:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì 1 s với biên độ 4,5 cm. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng nhỏ hơn 2 cm là

- A. 0,29 s.      B. 16,80 s.      C. 0,71 s.      D. 0,15 s.

**Hướng dẫn**

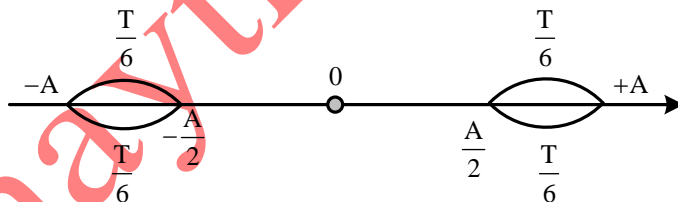
$$\Delta t = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{2}{4,5} \approx 0,29(s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Kinh nghiệm: Nếu  $x_1$  trùng với các giá trị đặc biệt thì nên dựa vào trục phân bố thời gian.

**Ví dụ 5:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng lớn hơn nửa biên độ là

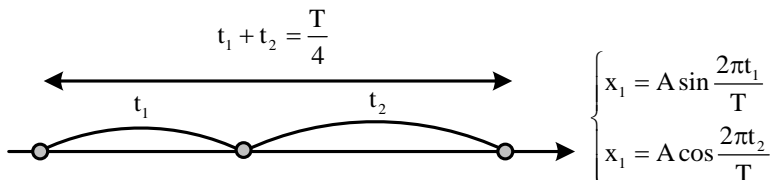
- A. T/3.      B. 2T/3.      C. T/6.      D. T/2.

**Hướng dẫn**



Dựa vào trục phân bố thời gian ta tính được:  $\Delta t = 4 \cdot \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow$  Chọn B.

**Chú ý:** Nếu cho biết quan hệ  $t_1$  và  $t_2$  thì ta có thể tính được các đại lượng khác như: T, A,  $x_1$ ...



**Ví dụ 6 :** Một dao động điều hoà có chu kì dao động là T và biên độ là A. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x_1 > 0$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí cân bằng gấp ba thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí biên  $x = +A$ . Chọn phương án đúng.

A.  $x_1 = 0,924A$ .

B.  $x_1 = 0,5A\sqrt{3}$ .

C.  $x_1 = 0,5A\sqrt{2}$ .

D.  $x_1 = 0,021A$ .

Hướng dẫn

Ta có hệ: 
$$\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{T}{4} \\ t_1 = 3t_2 \\ x_1 = A \cos \frac{2\pi t_2}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{T}{16} \\ x_1 = A \cos \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{16} \approx 0,924A \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Một dao động điều hoà có chu kì dao động là T và biên độ là A. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x_1$  (mà  $x_1 \neq 0; \pm A$ ), bất kể vật đi theo hướng nào thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\Delta t$  nhất định vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ. Chọn phương án đúng.

A.  $x_1 = \pm 0,25A$ .

B.  $x_1 = \pm 0,5A\sqrt{3}$ .

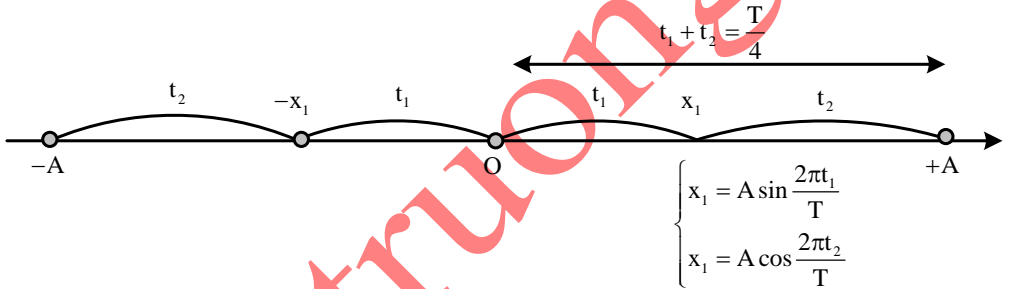
C.  $x_1 = \pm 0,5A\sqrt{2}$ .

D.  $x_1 = \pm 0,5A$

Hướng dẫn

Theo yêu cầu của bài toán suy ra:  $\Delta t = 2t_1 = 2t_2$  mà  $t_1 + t_2 = \frac{T}{4}$  nên  $t_1 = t_2 = \frac{T}{8}$

Do đó;  $x_1 = A \sin \frac{2\pi t_1}{T} = A \sin \frac{2\pi T}{T} \frac{1}{8} = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow$  Chọn C.



**Chú ý:** Bài toán tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ  $x_1$  đến  $x_2$  là bài toán cơ bản, trên cơ sở bài toán này chúng ta có thể làm được rất nhiều các bài toán mở rộng khác nhau như:

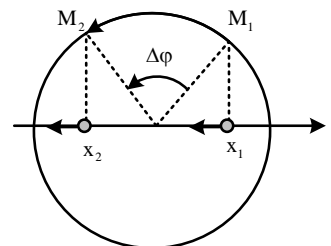
- \* Tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ  $x_1$  đến vận tốc hay gia tốc nào đó.
- \* Tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật qua tọa độ x nào đó lần thứ n.
- \* Tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật nhận vận tốc hay gia tốc nào đó lần thứ n.
- \* Tìm vận tốc hay tốc độ trung bình trên một quỹ đạo chuyển động nào đó.
- \* Tìm khoảng thời gian mà lò xo nén, dãn trong một chu kì chuyển động.
- \* Tìm khoảng thời gian mà bóng đèn sáng, tối trong một chu kì hay trong một khoảng thời gian nào đó.
- \* Tìm khoảng thời gian mà tụ điện C phóng hay tích điện từ giá trị  $q_1$  đến  $q_2$ .
- \* Các bài toán ngược liên quan đến khoảng thời gian,...

**1.2. Thời gian ngắn nhất đi từ  $x_1$  đến  $x_2$**

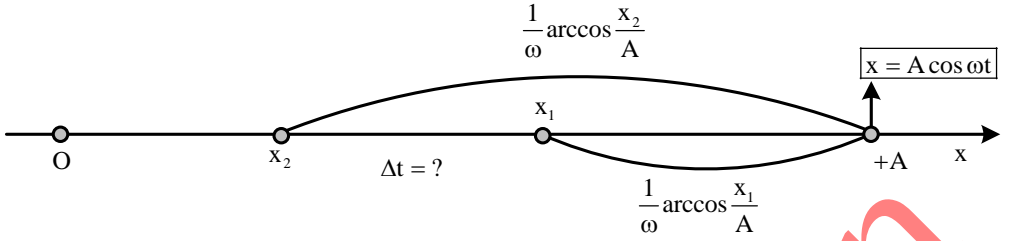
**Phương pháp chung:**

**Cách 1:** Dùng VTLG  $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$

**Cách 2:** Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm có li độ  $x_1$  đến điểm có li độ  $x_2$ :



$$\Delta t = \left| \arccos \frac{x_2}{A} - \arccos \frac{x_1}{A} \right| \div \omega = \left| \arcsin \frac{x_2}{A} - \arcsin \frac{x_1}{A} \right| \div \omega$$



**Quy trình bấm máy tính nhanh:**

$\text{shift cos}(x_2 \div A) - \text{shift cos}(x_1 \div A) = \div \omega =$
$\text{shift sin}(x_2 \div A) - \text{shift sin}(x_1 \div A) = \div \omega =$

**Kinh nghiệm:** Đối với dạng toán này cũng không nên dùng cách 1 vì mất nhiều thời gian!

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hoà có phương trình li độ  $x = 8\cos(7t + \pi/6)$  cm. Khoảng thời gian tối thiểu để vật đi từ li độ 7 cm đến vị trí có li độ 2 cm là

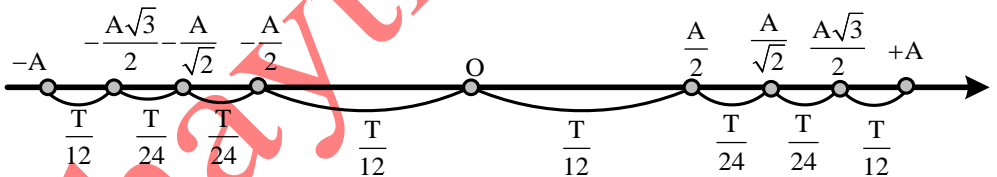
- A. 1/24 s.                      B. 5/12 s.                      C. 6,65 s.                      D. 0,12 s.

**Hướng dẫn**

$$\Delta t = \left| \arccos \frac{x_2}{A} - \arccos \frac{x_1}{A} \right| \frac{1}{\omega} = \left| \arccos \frac{2}{8} - \arccos \frac{7}{8} \right| \frac{1}{2} \approx 0,12(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Quy trình bấm máy:  $\text{shift cos}(2 \div 8) - \text{shift cos}(7 \div 8) = \div 7 =$

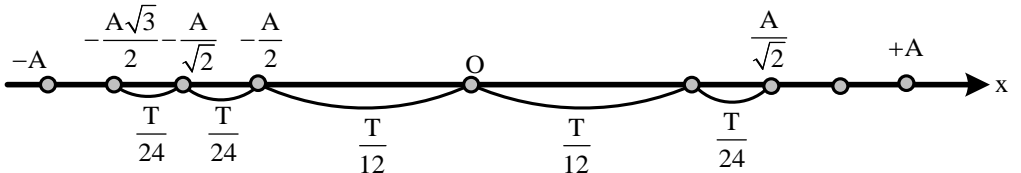
**Kinh nghiệm:** Nếu số ‘đẹp’  $x_1 = 0; \pm \frac{A}{2}; \pm \frac{A}{\sqrt{2}}; \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  thì dùng trục phân bố thời gian.



**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hoà có phương trình li độ  $x = 8\cos(7\pi t + \pi/6)$  cm. Khoảng thời gian tối thiểu để vật đi từ li độ  $4\sqrt{2}$  cm đến li độ  $-4\sqrt{3}$  cm là

- A. 1/24 s.                      B. 5/12 s.                      C. 1/6 s.                      D. 1/12 s.

**Hướng dẫn**



Dựa vào trục phân bố thời gian ta tính được:

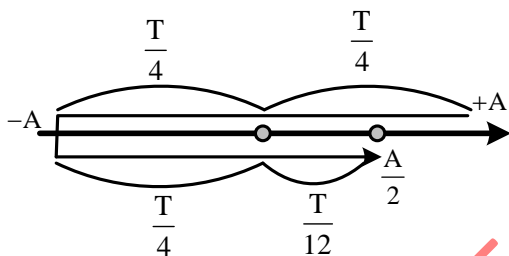
$$\Delta t = \frac{T}{24} + \frac{T}{24} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} + \frac{T}{24} = \frac{7T}{24} = \frac{7 \cdot 2\pi}{24 \cdot \omega} = \frac{1}{12} (s) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Nếu vật chuyển động qua lại nhiều lần thì ta cộng các khoảng thời gian lại.

**Ví dụ 3:** Một dao động điều hoà có chu kì dao động là  $T$  và biên độ là  $A$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm có li độ cực đại về điểm có li độ bằng một nửa biên độ cực đại mà vectơ vận tốc có hướng cùng với hướng của trục toạ độ là

- A.  $T/3$ .                      B.  $5T/6$ .                      C.  $2T/3$ .                      D.  $T/6$ .

Hướng dẫn



Dựa vào trục phân bố thời gian ta tính được:  $\Delta t = 3 \cdot \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{6} \Rightarrow \text{Chọn B}$

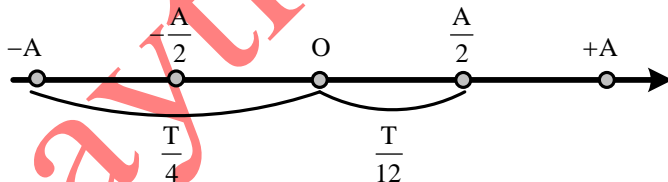
**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo đang dao động điều hoà với biên độ  $A$ , thời gian ngắn nhất để con lắc đi chuyển từ vị trí có li độ  $x_1 = -A$  đến vị trí có li độ  $x_2 = A/2$  là 1 s. Chu kì dao động của con lắc là:

- A. 6 s.                      B. 1/3 s.                      C. 2 s.                      D. 3 s.

Hướng dẫn

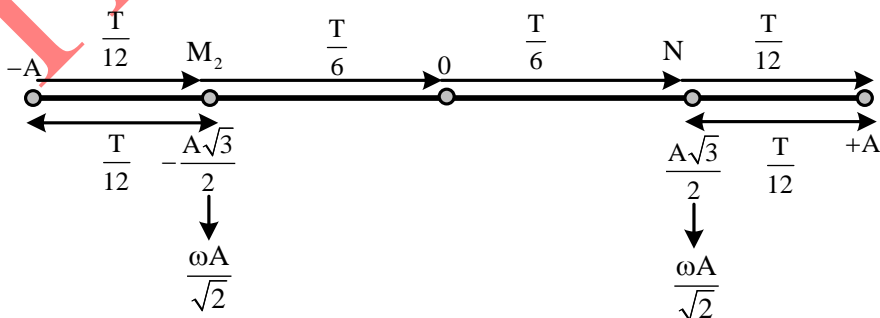
Dựa vào trục phân bố thời gian ta tính được:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} = 1(s) \Rightarrow T = 3(s) \Rightarrow \text{Chọn B}$$



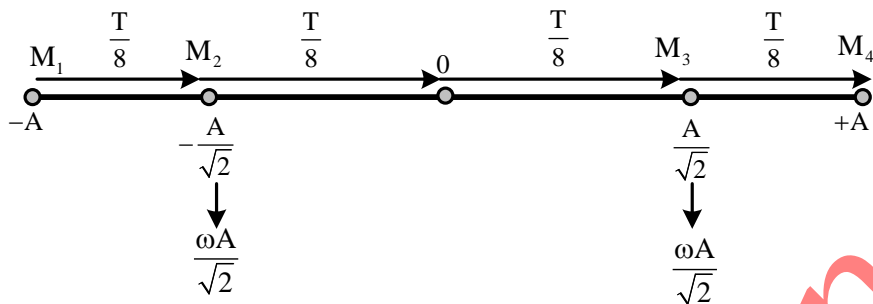
**Chú ý:** Li độ và vận tốc tại các điểm đặc biệt.

1) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $T/6$  thì vật lại đi qua M hoặc O hoặc N (tốc độ tại M và N khác 0)



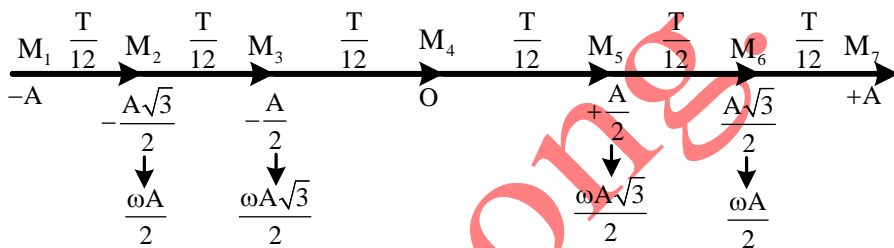
Tốc độ tại M và N đều bằng  $\omega A/2$ .

2) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $T/8$  thì vật lần lượt đi qua  $M_1, M_2, M_0, M_3, M_4$  (tốc độ tại  $M_1$  và  $M_4$  bằng 0)



Tốc độ tại  $M_1$  và  $M_3$  đều bằng  $\omega A / \sqrt{2}$ .

3) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $T/12$  thì vật lần lượt đi qua  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$  (tốc độ tại  $M_1$  và  $M_7$  bằng 0)



Tốc độ tại  $M_2$  và  $M_6$  đều bằng  $\omega A/2$

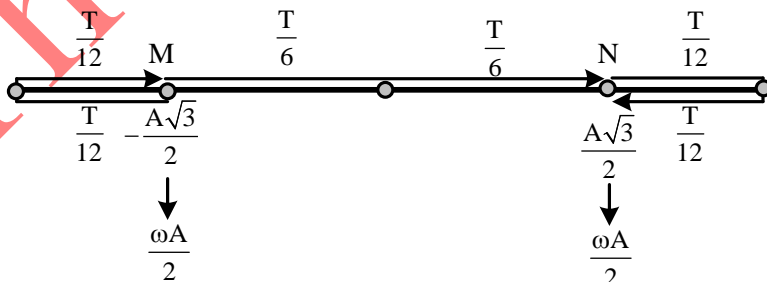
Tốc độ tại  $M_3$  và  $M_5$  đều bằng  $\omega A\sqrt{3}/2$ .

**Ví dụ 5:** Một chất điểm đang dao động điều hoà trên một đoạn thẳng xung quanh vị trí cân bằng O. Gọi M, N là hai điểm trên đường thẳng cùng cách đều O. Biết cứ 0,05 s thì chất điểm lại đi qua các điểm M, O, N và tốc độ của nó lúc đi qua các điểm M, N là  $20\pi$  cm/s. Biên độ A bằng

- A. 4 cm.                      B. 6 cm.                      C.  $4\sqrt{2}$  cm.                      D.  $4/3$  cm.

**Hướng dẫn**

Dựa vào trục phân bố thời gian:  $\frac{T}{6} = 0,05 \Rightarrow T = 0,3s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{20\pi}{3} \text{ (rad/s)}$



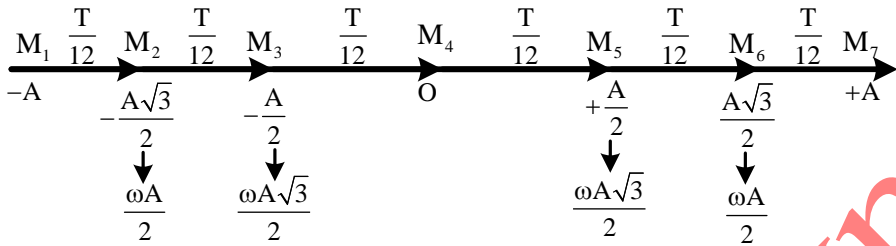
**Ví dụ 6:** Một chất điểm đang dao động điều hoà trên một đoạn thẳng. Trên đoạn thẳng đó có bảy điểm theo đúng thứ tự  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$  và  $M_7$  với  $M_4$  là vị trí cân bằng. Biết cứ 0,05 s thì chất điểm lại đi qua các điểm  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$  và  $M_7$  (tốc độ tại  $M_1$  và  $M_7$  bằng 0). Tốc độ của nó lúc đi qua điểm  $M_3$  là  $20\pi$  cm/s. Biên độ A bằng

- A. 4 cm.                      B. 6 cm.                      C. 12 cm.                      D.  $4/3$  cm.

Hướng dẫn

Dựa vào trục phân bố thời gian.

$$\frac{T}{12} = 0,05 \Rightarrow T = 0,6s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{10\pi}{3} (\text{rad/s})$$



$$|x_{M_3}| = \frac{A}{2} \Rightarrow |v_{M_3}| = \frac{\omega A \sqrt{3}}{2} \Rightarrow 20\pi = \frac{10\pi}{3} \frac{A \sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 4\sqrt{3} (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 7:** Vật đang dao động điều hòa dọc theo đường thẳng. Một điểm M nằm cố định trên đường thẳng đó, phía ngoài khoảng chuyển động của vật, tại thời điểm t thì vật xa điểm M nhất, sau đó một khoảng thời gian ngắn nhất là  $\Delta t$  thì vật gần điểm M nhất. Độ lớn vận tốc của vật sẽ bằng nửa vận tốc cực đại vào thời điểm gần nhất là

- A.  $t + \Delta t / 3$ .      B.  $t + \Delta t / 6$ .      C.  $t + \Delta t / 4$ .      D.  $0,5t + 0,25\Delta t$ .

Hướng dẫn

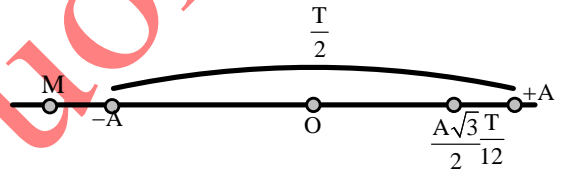
Thời gian ngắn nhất vật đi từ điểm M xa nhất đến điểm M gần nhất là nửa chu kỳ

$$\text{nên: } \Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2\Delta t$$

$$\text{Khi } |v| = \frac{v_{\max}}{2} \text{ thì từ } \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2 \omega^2} = 1$$

$$\text{suy ra } |x| = \frac{A\sqrt{3}}{2}. \text{ Thời gian ngắn nhất vật đi từ } x = A \text{ đến } x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ là } \frac{T}{12}$$

$$\text{Thời điểm gần nhất vật có } v = \frac{v_{\max}}{2} : t + \frac{T}{12} = t + \frac{\Delta t}{6} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



1.3. Thời gian ngắn nhất liên quan đến vận tốc, động lượng

Phương pháp chung:

Dựa vào công thức liên hệ vận tốc, động lượng với li độ để quy về li độ.

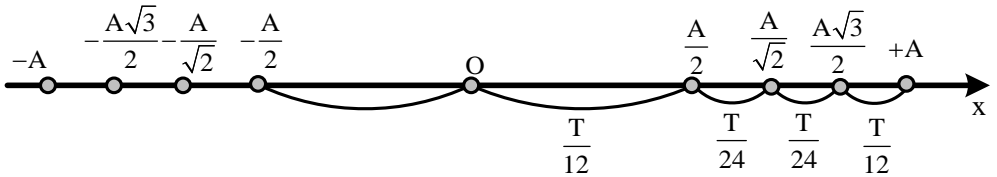
$$x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow \begin{cases} v = x_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ v = v_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases}$$

$$p = mv \Rightarrow \begin{cases} p = p_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ p = p_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T trên trục Ox với O là vị trí cân bằng. Thời gian ngắn nhất vật đi từ điểm có tọa độ  $x = 0$  đến điểm mà tốc độ của vật bằng nửa tốc độ cực đại là

- A. T/8.      B. T/16.      C. T/6.      D. T/12.

Hướng dẫn



$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ v_2 = \frac{v_{\max}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} A \xrightarrow{x_1=0 \Rightarrow x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} A} \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{cases}$$

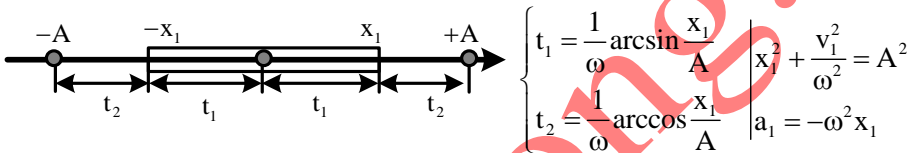
**Chú ý:**

1) Vùng tốc độ lớn hơn  $v_1$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$  và vùng tốc độ nhỏ hơn  $v_1$  nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$

2) Khoảng thời gian trong một chu kì tốc độ

+ lớn hơn  $v_1$  là  $4t_1$ .

+ nhỏ hơn  $v_1$  là  $4t_2$ .



**Ví dụ 2 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có tốc độ nhỏ hơn  $1/3$  tốc độ cực đại là

A.  $T/3$ .

B.  $2T/3$ .

C.  $0,22T$ .

D.  $0,78T$ .

**Hướng dẫn**

Trong công thức  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$  ta thay  $v_1 = \frac{\omega A}{3}$  suy ra  $x_1 = \frac{\sqrt{8}}{3} A$ .

Vùng tốc độ nhỏ hơn  $v_1$  nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kì tốc độ nhỏ hơn  $v_1$  là  $4t_2$ .

$$4t_2 = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{\sqrt{8}}{3} \approx 0,22T \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Ví dụ 3 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có tốc độ lớn hơn  $0,5$  tốc độ cực đại là

A.  $T/3$ .

B.  $2T/3$ .

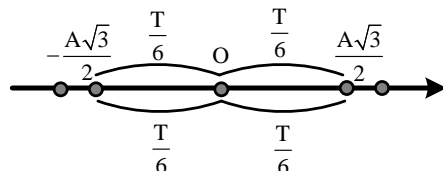
C.  $T/6$ .

D.  $T/2$ .

**Hướng dẫn**

Trong công thức  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$  ta thay

$$v_1 = \frac{\omega A}{3} \text{ suy ra } x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}.$$



Vùng tốc độ lớn hơn  $v_1$  nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kỳ tốc độ nhỏ hơn  $v_1$  là  $4t_1$ .

$$4t_1 = 4 \cdot \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

**Chú ý:** Trong các đề thi trắc nghiệm thường là sự chồng chập của nhiều bài toán đề nên để đi đến bài toán chính ta phải giải quyết bài toán phụ.

**Ví dụ 4:** (ĐH – 2012) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Gọi  $v_{tb}$  là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì,  $v$  là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà  $v \geq 0,25\pi v_{tb}$  là:

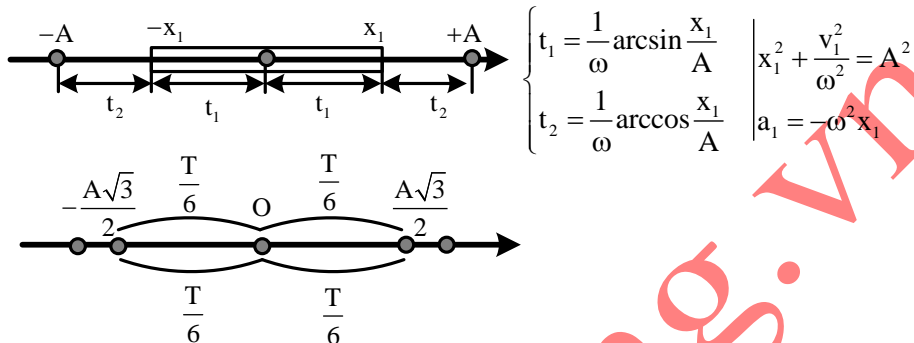
A.  $T/3$ .

B.  $2T/3$ .

C.  $T/6$ .

D.  $T/2$ .

**Hướng dẫn**



$$v_1 = 0,25\pi v_{tb} = 0,25\pi \cdot \frac{4A}{T} = 0,25\pi \cdot 4A \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6}$$

+ Vùng tốc độ  $\geq v_1$  nằm trong  $[-x_1; +x_1] \Rightarrow \Delta t = 4t_1 \Rightarrow \Delta t = 4t_1 = \frac{2T}{3} \Rightarrow$  Chọn B.

**Chú ý:** Đối với bài toán ngược ta làm theo các bước sau:

**Bước 1:** Dựa vào vùng tốc độ lớn hơn hoặc bé hơn vì ta biểu diễn  $t_1$  hoặc  $t_2$  theo  $\omega$ .

**Bước 2:** Thay vào phương trình  $x_1 = A \sin \omega t_1 = A \cos \omega t_2$

**Bước 3:** Thay vào phương trình  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$ .

**Ví dụ 5:** Một vật nhỏ dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ 8 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ có độ lớn vận tốc không vượt quá 16 cm/s là  $T/3$ . Tần số góc dao động của vật là

A. 4 rad/s.

B. 3 rad/s.

C. 2 rad/s.

D. 5 rad/s.

**Hướng dẫn**

Để tốc độ không vượt  $|v_1| = 16$  cm/s thì vật phải ở ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$

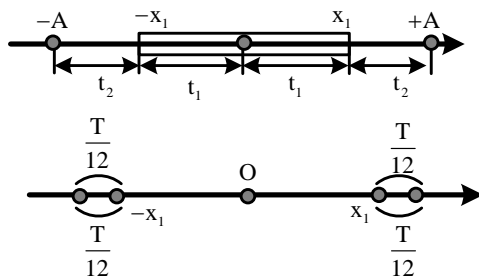
$$4t_2 = \frac{T}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{12} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Thay số vào phương trình:

$$x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow 48 + \frac{256}{\omega^2} = 64 \Rightarrow \omega = 4 \text{ (rad/s)}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Kinh nghiệm:** Nếu ẩn số  $\omega$  nằm cả trong hàm sin hoặc hàm cos và cả nằm độc lập phía ngoài thì nên dùng chức năng giải phương trình SOLVE của máy tính cầm tay.



**Ví dụ 6 :** Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm. Biết trong một chu kì khoảng thời gian để tốc độ dao động không nhỏ hơn  $\pi$  (m/s) là  $1/15$  (s). Tính tần số góc dao động của vật có thể là.

- A. 6,48 rad/s.      B. 43,91 rad/s.      C. 6,36rad/s.      D. 39,95 rad/s.

**Hướng dẫn**

Vùng tốc độ lớn hơn  $v_1$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kì tốc độ lớn hơn  $v_1$  là  $4t_1$ , tức là:  $4t_1 = \frac{1}{15} \text{ s} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{60} \text{ (s)}$

Tính được:  $x_1 = A \sin \omega t_1 = 10 \sin \frac{\omega}{60} \text{ (cm)}$

Thay vào phương  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$  ta được:  $10^2 \sin^2 \frac{\omega}{60} + \frac{(100\pi)^2}{\omega^2} = 10^2$

$\Rightarrow (\sin(\omega \div 60))^2 + (10\pi \div \omega)^2 = 1 \Rightarrow \omega = 39,95 \text{ (rad/s)} \Rightarrow$  Chọn D.

**Chú ý:** Khi dùng máy tính cầm tay Casio fx - 570ES để giải phương trình  $(\sin(\omega \div 60))^2 + (10\pi \div \omega)^2 = 1$  thì phải nhớ đơn vị là rad, để có kí tự x ta bấm  $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)}$

để có dấu “=” thì bấm  $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{CALC}}$  và cuối cùng bấm  $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ . Đợi một lúc thì trên màn hình hiện ra kết quả là 39,947747.

Vì máy tính chỉ đưa ra một trong số các nghiệm của phương trình đó! Ví dụ còn có nghiệm 275,89 chẳng hạn. Vậy khi gặp bài toán trắc nghiệm cách nhanh nhất

là thay bốn phương án vào phương trình  $(\sin(\omega \div 60))^2 + (10\pi \div \omega)^2 = 1$

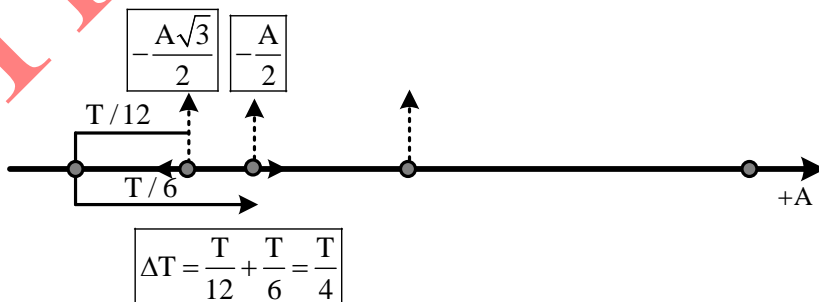
**Ví dụ 7:** (CĐ - 2012) Con lắc lò xo gồm một vật nhỏ có khối lượng 250 g và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 4 cm. Khoảng thời gian ngắn nhất để vận tốc của vật có giá trị từ  $-40$  cm/s đến  $40\sqrt{3}$  cm/s là

- A.  $\pi/40$  (s).      B.  $\pi/120$  (s).      C.  $\pi/20$  (s).      D.  $\pi/60$  (s).

**Hướng dẫn**

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A = 80 \text{ (cm/s)} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -\frac{v_{\max}}{2} \left( \Leftrightarrow x_1 = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \right) \\ v_2 = \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \left( \Leftrightarrow x_2 = \pm \frac{A}{2} \right) \end{cases}$$

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{40} \text{ (s)}$$



**1.4. Thời gian ngắn nhất liên quan đến gia tốc, lực, năng lượng**

**Phương pháp chung:**

Dựa vào công thức liên hệ gia tốc, lực với li độ để quy về li độ.

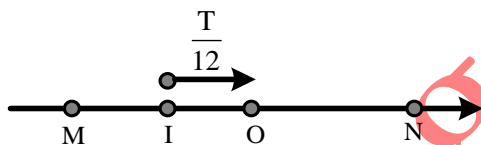
$$\begin{cases} a = -\omega^2 x \Rightarrow \begin{cases} a = a_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ a = a_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases} \\ F = -kx = -m\omega^2 x \Rightarrow \begin{cases} F = F_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ F = F_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases} \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa với chu kì T, trên một đoạn thẳng, giữa hai điểm biên M và N. Chọn chiều dương từ M đến N, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng O, mốc thời gian t = 0 là lúc vật đi qua trung điểm I của đoạn MO theo chiều dương. Gia tốc của vật bằng không lần thứ nhất vào thời điểm

- A. T/8.                      B. T/16.                      C. T/6/                      D. T/12.

*Hướng dẫn*

$$\begin{cases} x_1 = -0,5A \\ a_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = -0,5A \Rightarrow x_2 = 0} t = \frac{T}{12} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo dao động theo phương ngang. Lực đàn hồi cực đại tác dụng vào vật là 12 N. Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vật chịu tác dụng của lực kéo lò xo  $6\sqrt{3}$  N là 0,1 (s). Chu kỳ dao động của vật là

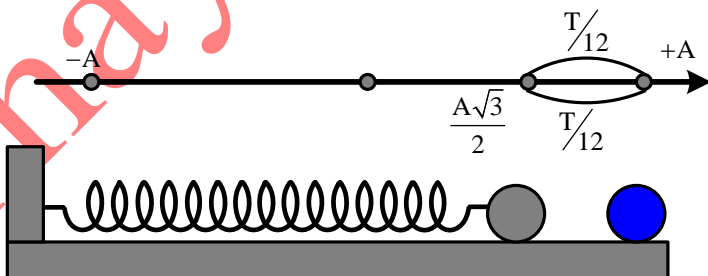
- A. 0,4 (s).                      B. 0,3 (s).                      C. 0,6 (s).                      D. 0,1 (s)

*Hướng dẫn*

$$\begin{cases} F_1 = kx_1 \\ F_{\max} = kA \end{cases} \Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{F_{\max}}{A} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Vật đi xung quanh vị trí biên từ  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  đến  $x = A$  rồi đến  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

Thời gian sẽ là:  $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,1 \Rightarrow T = 0,6(s) \Rightarrow \text{Chọn C}$

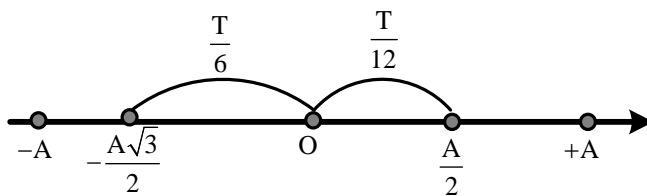


**Ví dụ 3:** Vật dao động điều hòa với vận tốc cực đại bằng 3 m/s và gia tốc cực đại bằng  $30\pi$  ( $m/s^2$ ). Lúc t = 0 vật có vận tốc  $v_1 = +1,5$  m/s và thế năng đang giảm. Hỏi sau thời gian ngắn nhất là bao nhiêu thì vật có gia tốc bằng  $-15\pi$  ( $m/s^2$ )?

- A. 0,05 s.                      B. 0,15 s.                      C. 0,10 s.                      D. 1/12 s.

*Hướng dẫn*

Từ các công thức:  $a_{\max} = \omega^2 A$  và  $v_{\max} = \omega A$  suy ra  $\omega = a_{\max} / v_{\max} = 10\pi$  (rad/s)



$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = 1,5 = \frac{\omega A}{2} \\ W_t \text{ đang giảm} \end{array} \right\} \Rightarrow t_{-\frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{A}{2}} = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = 0,05(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

$$a_2 = -15\pi = -\frac{a_{\max}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{A}{2}$$

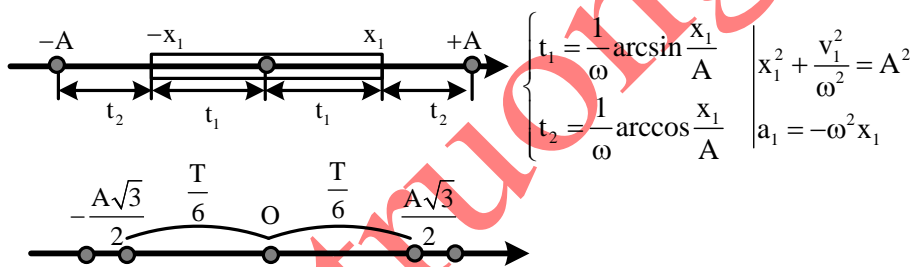
**Chú ý:**

1) Vùng  $|a|$  lớn hơn  $|a_1|$  nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$  và vùng  $|a|$  nhỏ hơn  $|a_1|$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ .

2) Khoảng thời gian trong một chu kì  $|a|$

+ lớn hơn  $|a_1|$  là  $4t_2$ .

+ nhỏ hơn  $|a_1|$  là  $4t_1$ .



**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $\pi/2$  (s), tốc độ cực đại của vật là 40 (cm/s). Tính thời gian trong một chu kì gia tốc của vật không nhỏ hơn  $96$  ( $\text{cm/s}^2$ ).

A. 0,78 s.

B. 0,71 s.

C. 0,87 s.

D. 0,93 s.

**Hướng dẫn**

Tần số góc  $\omega = 2\pi/T = 4$  (rad/s)

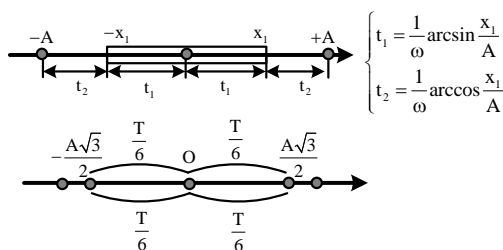
Từ các công thức  $v_{\max} = \omega A$  suy ra  $A = v_{\max} / \omega = 10$  (cm) Ta có:  $x_1 = \frac{|a_1|}{\omega^2} = 6$  (cm)

Vùng  $|a_1|$  lớn hơn  $96$  ( $\text{cm/s}^2$ ) nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$

Khoảng thời gian trong một chu kỳ  $|a|$  lớn hơn  $96$  ( $\text{cm/s}^2$ ) là  $4t_2$  tức là:

$$4t_2 = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{1}{4} \arccos \frac{6}{10} \approx 0,93(\text{s})$$

$\Rightarrow$  Chọn D.



**Ví dụ 5:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có độ lớn gia tốc bé hơn  $1/2$  gia tốc cực đại là

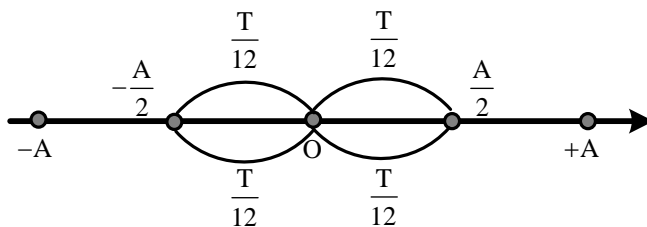
A. T/3.

B. 2T/3.

C. T/6.

D. T/2.

**Hướng dẫn**



Ta có:  $x_1 = \frac{|a_1|}{\omega^2} = \frac{A}{2}$

Vùng  $|a|$  nhỏ hơn  $|a_1|$ . Khoảng thời gian trong một chu kỳ  $|a|$  nhỏ hơn  $|a_1|$  là  $4t_1$  tức là  $4t_1 = 4 \cdot \frac{T}{12} = \frac{T}{3} \Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Đối với bài toán ngược ta làm theo các bước sau:

**Bước 1:** Dựa vào trong  $|a|$  lớn hơn hoặc bé hơn  $|a_1|$  ta biểu diễn  $t_1$  hoặc  $t_2$  theo  $\omega$ .

**Bước 2:** Thay vào phương trình  $x_1 = A \sin \omega t_1 = A \cos \omega t_2$

**Bước 3:** Thay vào phương trình  $|a_1| = \omega^2 |x_1|$

**Ví dụ 6:** (ĐH-2010) Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kỳ  $T$  và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kỳ, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $T/3$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của vật là

- A. 4 Hz.                      B. 3 Hz.                      C. 2 Hz.                      D. 1 Hz.

**Hướng dẫn**

Độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  thì vật nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kỳ  $|a|$  nhỏ hơn  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $4t_1$ , tức là  $4t_1 = T/3 \Rightarrow t_1 = T/12$

Thay vào phương trình  $x_1 = A \sin \omega t_1 = 5 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12} = 2,5 \text{ (cm)}$

Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{|a_1|}{|x_1|}} = 2\pi \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ (Hz)} \Rightarrow$  Chọn D.

**Chú ý:** Nếu khoảng thời gian liên quan đến  $W_t, W_d$  thì ta quy về li độ nhờ các công thức độc

lập với thời gian và:  $W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$

**Ví dụ 7:** Một vật dao động điều hòa với tần số 2 Hz. Tính thời gian trong một chu kỳ  $W_t \leq 2W_d$

- A. 0,196 s.                      B. 0,146 s.                      C. 0,096 s.                      D. 0,304 s.

**Hướng dẫn**

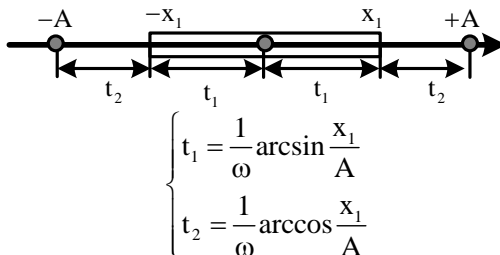
Quy về li độ:  $W_t = 2W_d$

$$\Rightarrow \begin{cases} W = \frac{1}{3}W \\ W_t = \frac{2}{3}W \Rightarrow \frac{kx_1^2}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}A \end{cases}$$

Vùng  $W_t \leq 2W_d$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ .

Khoảng thời gian trong một chu kỳ  $W_t \leq 2W_d$

là  $4t_1$  tức là:



$4t_1 = 4 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 2} \arcsin \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,304 \text{ (s)} \Rightarrow$  Chọn D.